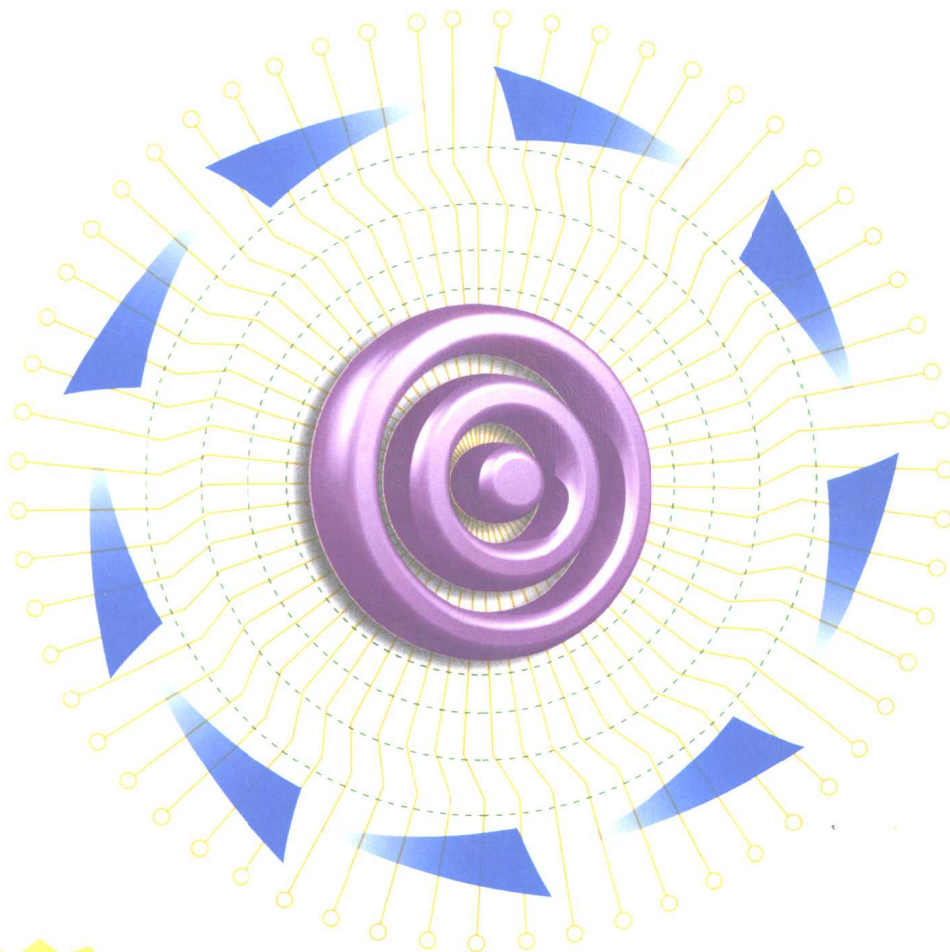


中国高等职业技术教育研究会推荐

高职系列教材

# 信号与线性系统

■ 主编 张绪宽



面向

21世纪

高级应用型人才



西安电子科技大学出版社

[http:// www.xduph.com](http://www.xduph.com)

□中国高等职业技术教育研究会推荐

---

高职系列教材  
**信号与线性系统**

主 编 张绪宽

西安电子科技大学出版社

2001

## 内 容 简 介

本书是针对高等职业教育的特点,根据国家教委制订的对工科电工教材的基本要求,结合多年来高职教育的实践经验而编写的一部电子类工科高职教材。内容包括:信号与系统、连续系统的时域分析、离散系统的时域分析、连续系统的频域分析、连续系统的复频域分析、离散系统的 $z$ 域分析及系统的状态变量分析(选学内容)等。本书的特点是加强基础,精选内容,循序渐进,由浅入深。

本书是高职工科电子类专业的教科书,也可作为高等工科院校本、专科信号与线性系统课程的教学用书,并可作为相关专业科技人员的自学参考书。

### 图书在版编目(CIP)数据

信号与线性系统/张绪宽主编. —西安:西安电子科技大学出版社,2001.7  
高职系列教材  
ISBN 7-5606-1025-0

I. 信… I 张… II. 信号系统—高等学校:技术学校—教材 N. TN911.6

### 中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 028906 号

策划编辑 云立实  
责任编辑 杨宗周  
出版发行 西安电子科技大学出版社(西安市太白南路2号)  
电 话 (029)8227828 邮 编 710071  
<http://www.xduph.com> E-mail: xdupfxb@pub.xaonline.com  
经 销 新华书店  
印 刷 陕西乾兴印刷厂  
版 次 2001年8月第1版 2001年8月第1次印刷  
开 本 787毫米×1092毫米 1/16 印张 19  
字 数 453千字  
印 数 1~4000册  
定 价 20.00元  
ISBN 7-5606-1025-0/TN·0177

\*\*\* 如有印装问题可调换 \*\*\*

本书封面贴有西安电子科技大学出版社的激光防伪标识,无标识者不得销售。

## 前 言

信息技术的迅猛发展与日益广泛的应用是信息时代的主要特征。信息的获取、储存、传递、处理、识别与综合是信息技术研究的主要内容。信号是信息的载体，系统是信息处理的手段。因此，以研究信号与系统理论的基本概念和基本分析方法为目的的“信号与线性系统”课程是通信技术、信息技术和自控技术各专业本、专科生必修的主干基础课之一。

本书是针对高等职业教育的特点，根据国家教委制订的对工科电工教材的基本要求，结合多年来高职教育的实践经验编写的一部适用于高职教育相关专业的教材。本教材的编写遵循两个指导思想：一方面应贯彻国家教委的基本要求，注重基本概念、基本理论和基本分析方法的讲解；另一方面针对高职教育“注重职业特色，强化实践教学”的特点，内容安排上力求做到由浅入深，循序渐进，简明易懂，便于教学。与普通高等院校本、专科教材相比，对部分内容进行了有针对性的调整与更新。全书具有以下几方面的特色：

(1) 运用一定的数学知识和计算机模拟仿真技术来研究和处理信号与线性系统问题。本书重点讲授信号与系统经典理论，为了便于教学，书中内容安排采用国内大多数信号与系统教科书通行的体系。内容包括：信号与系统、连续系统的时域分析、离散系统的时域分析、连续系统的频域分析、连续系统的复频域分析、离散时间系统的 $z$ 域分析及系统的状态变量分析(选学内容)等。全书注意了加强基础，精选内容，循序渐进，由浅入深，学生可以比较容易地切入、接受、理解，并加以深化。

(2) 根据教学对象的实际情况，立足于基本概念和基本原理，不贪多求深，对有些复杂的纯数学推导进行了适当的删减，同时强调物理概念和工程概念，注重阐明抽象数学理论的物理意义以及信号与系统分析的方法的掌握。

(3) 为了便于概念的理解，适当地增加了例题的数量，通过例题的解答，进一步对一些难点进行解释和辨析，有助于提高学生分析和解决实际问题的能力。各章均配有习题，书末附有习题参考答案。

本书是为高职工科电子类专业配套编写的教科书，也可作为高等工科院校本、专科信号与系统课程的教学用书，并可供相关专业的科技人员自学参考。

本书由张绪宽任主编，柯璇、林兆祥和周俊参编。第一、二、五章由张绪宽编写；第四章由柯璇编写；第三、六章由林兆祥编写；第七章由周俊编写；全书由张绪宽统稿。本书由北京联合大学樊月华老师主审。编写过程中还得到了江汉大学应用物理系电子信息教研室老师们的支持与帮助，在此表示衷心的感谢。

限于编者水平与经验的不足，书中缺点错误在所难免，恳请读者批评指正，不吝赐教。

编者

2001年6月

# 目 录

<b>第一章 信号与系统</b> .....	1	3.3.3 常系数线性差分方程的经典解	81
1.1 信号 .....	1	3.3.4 零输入响应和零状态响应	86
1.1.1 信号的分类 .....	1	3.4 卷积和 .....	88
1.1.2 信号的基本运算与波形变换 .....	4	3.4.1 卷积和的概念 .....	88
1.2 系统 .....	10	3.4.2 单位响应 .....	89
1.2.1 系统的分类 .....	11	3.4.3 卷积和的计算 .....	93
1.2.2 系统模拟与相似系统 .....	16	3.4.4 卷积运算的基本规律 .....	95
1.3 信号与系统分析概述 .....	18	3.4.5 利用卷积和研究非时变 系统的性质 .....	98
习题一 .....	19	3.5 卷积和的计算机模拟 .....	100
<b>第二章 连续系统的时域分析</b> .....	23	3.5.1 卷积和的算法思路 .....	100
2.1 线性连续系统的描述及其响应 .....	23	3.5.2 计算机模拟流程图 .....	102
2.1.1 系统的描述 .....	23	3.5.3 计算机的源程序 .....	103
2.1.2 微分方程的经典解 .....	25	3.6 离散时间系统与连续时间系统时域 分析法的比较 .....	104
2.1.3 零输入响应和零状态响应 .....	27	习题三 .....	105
2.2 奇异函数 .....	30	<b>第四章 连续系统的频域分析</b> .....	111
2.2.1 奇异信号(函数)的时域描述 .....	30	4.1 信号的正交分解与傅里叶级数 .....	111
2.2.2 冲激信号的特性 .....	34	4.1.1 信号的正交分解 .....	111
2.2.3 初始状态等效为信号源 .....	36	4.1.2 傅里叶级数 .....	112
2.3 冲激响应和阶跃响应 .....	38	4.1.3 信号的傅里叶级数正交分解 .....	114
2.3.1 冲激响应 .....	38	4.2 信号的频谱 .....	115
2.3.2 阶跃响应 .....	44	4.2.1 信号频谱 .....	115
2.4 卷积积分 .....	46	4.2.2 周期信号的频谱 .....	115
2.4.1 信号分解为冲激信号序列 .....	46	4.2.3 非周期信号的频谱 .....	117
2.4.2 卷积积分法求解零状态响应 .....	47	4.2.4 常见信号的频谱分析举例 .....	118
2.4.3 卷积积分的性质 .....	50	4.3 傅里叶变换的性质 .....	125
2.4.4 卷积积分的计算 .....	56	4.3.1 线性 .....	125
习题二 .....	65	4.3.2 奇偶虚实性 .....	126
<b>第三章 离散系统的时域分析</b> .....	70	4.3.3 对称性 .....	128
3.1 连续时间信号的取样 .....	71	4.3.4 尺度变换 .....	129
3.1.1 离散时间信号 .....	71	4.3.5 时移特性 .....	130
3.1.2 信号的取样 .....	71	4.3.6 频移特性 .....	131
3.1.3 取样定理 .....	73	4.3.7 卷积定理 .....	132
3.2 离散时间信号的表示 .....	74	4.3.8 微分性质 .....	134
3.2.1 序列的表示方法 .....	74	4.3.9 积分性质 .....	136
3.2.2 序列间的运算规则及 符号表示 .....	75	4.4 线性非时变系统的频域分析 .....	140
3.2.3 常用的典型序列 .....	76	4.4.1 频域分析 .....	140
3.3 离散时间系统的描述和响应 .....	78	4.4.2 无失真传输系统的频域分析 .....	143
3.3.1 离散时间系统的描述 .....	78	4.4.3 理想低通滤波器的频域分析 .....	144
3.3.2 常系数线性差分方程 的求解方法 .....	81	4.5 傅里叶变换计算机模拟举例 .....	146

习题四 .....	149	6.2.9 初值定理 .....	232
<b>第五章 连续系统的复频域分析</b> .....	153	6.2.10 终值定理 .....	232
5.1 单边拉普拉斯变换 .....	153	6.3 信号的 Z 变换求法 .....	234
5.1.1 从傅里叶变换到 拉普拉斯变换 .....	153	6.3.1 常用信号的 Z 变换 .....	234
5.1.2 拉氏变换的收敛域 .....	155	6.3.2 求序列 Z 变换的方法 .....	240
5.1.3 常用信号的拉氏变换 .....	157	6.4 反 Z 变换 .....	245
5.2 拉普拉斯变换的性质 .....	159	6.4.1 幂级数展开法(长除法) .....	245
5.2.1 拉氏变换的基本特性 .....	159	6.4.2 部分分式法 .....	247
5.2.2 拉氏变换的卷积及 初、终值定理 .....	167	6.4.3 留数法 .....	250
5.3 拉普拉斯反变换 .....	170	6.5 离散时间系统的 Z 变换分析法 .....	252
5.3.1 部分分式展开法 .....	170	6.5.1 系统函数 .....	252
5.3.2 围线积分法(留数法) .....	176	6.5.2 系统函数的计算 .....	253
5.4 线性系统的拉氏变换分析法 .....	179	6.5.3 系统分析举例 .....	254
5.4.1 微分方程的拉氏变换解 .....	179	6.5.4 利用单边 Z 变换分析 离散系统 .....	256
5.4.2 电路的 s 域模型 .....	183	6.6 数字滤波器的概念 .....	258
5.4.3 系统函数与 s 域分析法 .....	188	6.6.1 数字滤波器的实现 .....	259
5.5 连续时间系统函数与系统特性 .....	194	6.6.2 数字滤波器系统函数的确定 .....	260
5.5.1 系统函数的零点、极点及系统 的固有频率 .....	194	习题六 .....	260
5.5.2 系统函数的极点分布与 冲激响应 .....	197	<b>第七章 系统的状态变量分析</b> .....	264
5.5.3 系统函数的零极点分布与 系统频响特性 .....	198	7.1 状态变量与状态方程 .....	264
5.5.4 系统的稳定性 .....	203	7.1.1 系统用状态变量描述的 基本术语 .....	264
5.5.5 信号流图与系统模拟 .....	204	7.1.2 系统的状态变量描述 .....	265
习题五 .....	214	7.2 连续时间系统状态方程的建立 .....	267
<b>第六章 离散时间系统的 z 域分析</b> .....	220	7.2.1 根据电路图列写状态方程 .....	267
6.1 Z 变换 .....	220	7.2.2 由系统的模拟框图或信号流图建立 状态方程 .....	269
6.1.1 Z 变换的定义 .....	221	7.2.3 由微分方程或系统函数建立 状态方程 .....	270
6.1.2 Z 变换的收敛域 .....	221	7.3 离散时间系统状态方程的建立 .....	273
6.1.3 Z 变换与拉普拉斯变换 的关系 .....	225	7.3.1 由系统框图或信号流图建立 状态方程 .....	273
6.2 Z 变换的性质 .....	227	7.3.2 由差分方程或系统函数建立 状态方程 .....	274
6.2.1 线性特性 .....	227	7.4 连续时间系统状态方程的求解 .....	275
6.2.2 移序特性 .....	227	7.4.1 时域解法 .....	275
6.2.3 频移特性 .....	228	7.4.2 变换域解法 .....	277
6.2.4 尺度变换特性 .....	228	7.5 离散时间系统状态方程的求解 .....	280
6.2.5 z 域微分特性 .....	229	7.6 系统的可控制性与可观测性 .....	284
6.2.6 卷积特性 .....	230	习题七 .....	285
6.2.7 时域反转特性 .....	231	<b>习题参考答案</b> .....	288
6.2.8 时域求和特性 .....	231	<b>参考文献</b> .....	298

# 第一章 信号与系统

随着近代科学技术的发展,信号与线性系统在通信、雷达、电视图像处理、自动控制、计算机、集成电路、生物医学工程、遥感,以及声学、核物理、地震学、振动学和化学过程控制等科学和技术领域中都有着广泛的应用;信号的形式不断增多,对信号传输与处理的要求也不断更新;系统的规模和功能日益庞大、复杂,从而促使信号与系统理论的研究得到进一步的完善和发展。

本章从信号与系统的直观概念、数学描述与表示入手,讨论信号与系统的基本概念和基本分析方法,以便建立一个总体轮廓,为学习全书奠定基础。

## 1.1 信号

信号是反映信息的物理量,如光、电、声、位移、速度、加速度、力、温度、颜色等。这些信号有的是相关的,有的是独立的,各有其不同的性质。但是,他们都有一种共同的表现形式,即在一定的条件下,其物理量值都随时间变化。若以时间为横坐标,物理量值为纵坐标,便可以得到一种变化的图形,这就是我们所说的信号波形。在一般情况下,信号所含的信息总是寄寓于随时间变化的波形之中。

由于电信号比较容易产生与控制,传送速率快,也容易实现与非电信号的相互转换,因此,本课程中将只讨论电信号,即随时间变化的电压和电流。由于电信号随时间而变化,在数学上可以用时间 $t$ 的函数来表示,所以本课程通常把“信号”与“函数”这两个名词交替使用。本教材讨论范围仅限于一个独立变量的函数。

### 1.1.1 信号的分类

信号的分类方法很多,可以从不同的角度对信号进行分类。在信号与系统分析中,我们常以信号所具有的时间函数特性来加以分类。这样,信号可以分为确定信号与随机信号(如图 1.1 所示)、连续时间信号与离散时间信号、周期信号与非周期信号、能量信号与功率信号、实信号与复信号等。

#### 1. 确定信号与随机信号

确定信号是指能够以确定的时间函数表示的信号,在其定义域内任意时刻都有确定的函数值。例如电路中的正弦信号和各种形状的周期信号等。

随机信号不能预知它随时间变化的规律,不是时间的确定函数。例如,半导体载流子随机运动所产生的噪声和从目标反射回来的雷达信号(其出现的时间与强度是随机的)都是随机信号。所有的实际信号在一定程度上都是随机信号。

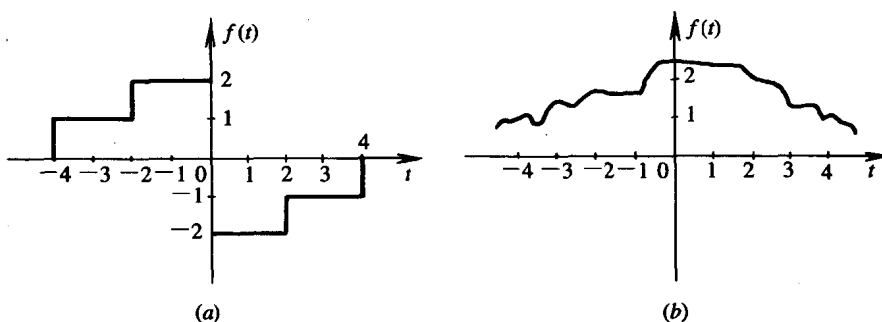


图 1.1 确定信号与随机信号波形

虽然实际应用中的大部分信号都是随机信号,但在一定条件下,可以将许多随机信号近似地作为确定信号来分析,从而使分析过程简化,便于实际应用。因此,一般先研究确定信号,在此基础上再根据随机信号的统计规律进一步研究随机信号的特性。本书着重讨论确定时间信号,随机信号的分析将在数字信号处理等后续课程中研究。

### 2. 连续时间信号与离散时间信号

连续时间信号是指在信号的定义域内,任意时刻都有确定的函数值的信号,通常用  $f(t)$  表示。连续时间信号最明显的特点是自变量  $t$  在其定义域上除有限个间断点外,其余是连续可变的。例如,正弦信号为连续时间信号。

离散时间信号其时间自变量的定义域为一些离散时刻。本书讨论均匀间隔的离散时间信号,通常以  $f[k]$  表示( $k$  取整数值,  $k=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )。离散时间信号最明显的特点是定义域为离散的时刻刻点。如按月计利的储蓄存款就是离散信号。离散信号是定义在离散的时刻刻点上,而在这些离散的时刻刻点之外无定义,不要误以为在这些时刻刻点之外定义为零。图 1.2(a)、(b) 分别表示一个连续时间信号波形与离散时间信号波形。

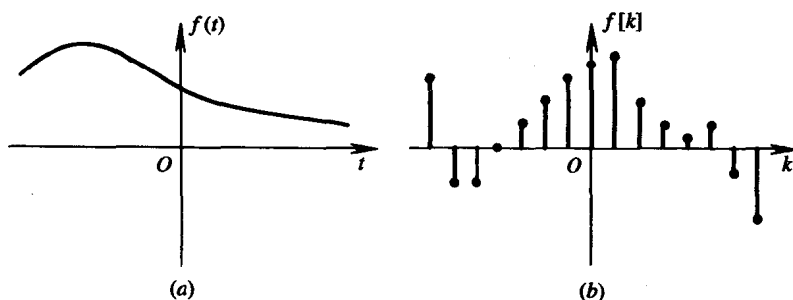


图 1.2 连续时间信号波形与离散时间信号波形

### 3. 周期信号与非周期信号

周期信号是每隔一个固定的时间间隔重复变化的信号。连续周期信号与离散周期信号的数学表示分别为

$$f(t) = f(t + nT), n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, -\infty < t < \infty \quad (1-1)$$

$$f[k] = f(k + nN), n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, -\infty < k < \infty, (k \text{ 取整数})$$

$$(1-2)$$



式中,  $T$ 、 $N$  分别称为周期信号的周期。对于周期信号, 只需给出其一个周期内的变化过程, 便可知道信号在任意时刻的数值。周期信号有两个基本要素: 一是重复性; 二是无限性。当然, 在实际工程应用中, 常把在较长一段时间内重复的信号近似为周期信号来处理。

非周期信号是不具有重复性的信号, 实际信号一般是非周期信号。

#### 4. 能量信号与功率信号

如果把信号  $f(t)$  看作是随时间变化的电压和电流, 则当信号  $f(t)$  通过  $1 \Omega$  电阻时, 信号在时间间隔  $-T \leq t \leq T$  内所消耗的能量称为归一化能量, 即为

$$W = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T f^2(t) dt \quad (1-3)$$

而在上述时间间隔  $-T \leq t \leq T$  内的平均功率称为归一化功率, 即为

$$P = \frac{1}{2T} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T f^2(t) dt \quad (1-4)$$

对于某信号  $f(t)$ , 若其归一化能量为非零的有限值, 且其归一化功率为零, 即  $0 < W < \infty, P = 0$ , 则此信号称为能量信号; 若其归一化能量为无限值, 且其归一化功率为非零的有限值, 即  $W \rightarrow \infty, 0 < P < \infty$ , 则此信号称为功率信号。直流信号与周期信号都是功率信号, 而非周期信号则可能出现三种情况: 持续时间有限的非周期信号为能量信号, 如图 1.3(a) 所示的脉冲信号; 持续时间无限而幅度有限的非周期信号为功率信号, 如图 1.3(b) 所示; 持续时间无限, 幅度也无限的非周期信号为非功率、非能量信号, 如图 1.3(c) 所示的单位斜坡信号  $t \cdot u(t)$ 。

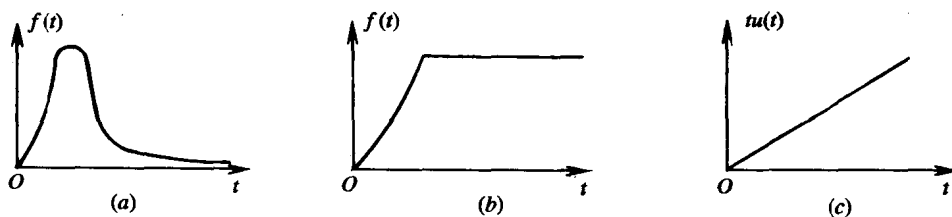


图 1.3 三种非周期信号

当然, 上述定义式(1-3)、(1-4)是连续时间信号  $f(t)$  的归一化能量  $W$  和归一化功率  $P$  的定义, 对于离散时间信号  $f[k]$ , 其归一化能量  $W$  与归一化功率  $P$  的定义分别为

$$W = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{-N}^N f^2[k] \quad (1-5)$$

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N} \sum_{-N}^N f^2[k] \quad (1-6)$$

#### 5. 实信号与复信号

实信号—— $f(t) = f^*(t)$ , 它是一个实函数。\*

复信号—— $f(t) \neq f^*(t)$ , 它是一个复函数, 即

$$f(t) = f_1(t) + jf_2(t) \quad (1-7)$$

\*  $f^*(t)$  为  $f(t)$  的共轭函数。

式中  $f_1(t)$  与  $f_2(t)$  均为实函数。

实际信号一般都是实信号，但是为了简化运算，常常引用复信号并以其实部或虚部表示实际信号。例如，常用复指数信号

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t$$

表示余弦、正弦信号；常用

$$e^{(-\alpha + j\omega)t} = e^{-\alpha t} \cos \omega t + j e^{-\alpha t} \sin \omega t$$

表示幅度衰减的余弦、正弦振荡信号等等。

### 1.1.2 信号的基本运算与波形变换

为了研究信号通过系统各部件，诸如加法器、乘法器、放大器、延时器、积分器和微分器等部件后的波形变化，经常涉及对信号进行运算和波形变换。因此，掌握信号的各种基本运算及其对应的波形是非常必要的。

下面分别讨论信号的几种基本运算及与其对应的波形。

#### 1. 加法运算

任一瞬间的和信号值  $y(t)$  或  $y[k]$  等于同一瞬间相加信号瞬时值的和。即

$$y(t) = f_1(t) + f_2(t) \quad (1-8)$$

或

$$y[k] = f_1[k] + f_2[k] \quad (1-9)$$

#### 2. 乘法运算

任一瞬时的乘积信号值  $y(t)$  或  $y[k]$  等于同一瞬时相乘信号瞬时值的积。即

$$y(t) = f_1(t) \cdot f_2(t) \quad (1-10)$$

$$y[k] = f_1[k] \cdot f_2[k] \quad (1-11)$$

#### 3. 数乘(标乘)

信号  $f_1(t)$  或  $f_1[k]$  和一个常数  $a$  相乘的积。即

$$y(t) = a \cdot f_1(t) \quad (1-12)$$

$$y[k] = a \cdot f_1[k] \quad (1-13)$$

#### 4. 微分

信号的微分是指信号对时间的导数。可表示为

$$y(t) = \frac{d}{dt} f(t) = f'(t) \quad (1-14)$$

图 1.4 是信号微分的一个例子。

#### 5. 积分

信号的积分是指信号在区间  $(-\infty, t)$  上的积分。可表示为

$$y(t) = \int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau = f^{(-1)}(t) \quad (1-15)$$

图 1.5 是信号积分的一个例子。

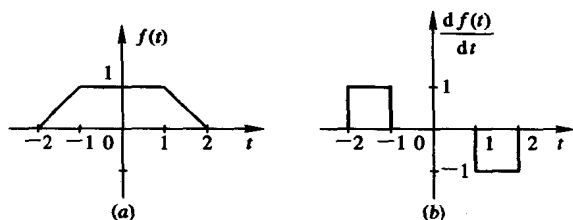


图 1.4 信号的微分

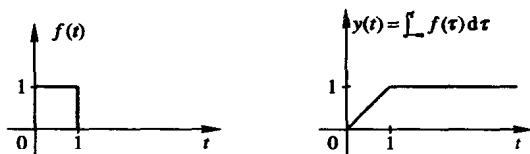


图 1.5 信号的积分

### 6. 反转

以变量  $-t$  代替  $f(t)$  中的独立自变量  $t$ , 可得反转信号  $f(-t)$ 。它是  $f(t)$  以纵轴 ( $t=0$ ) 为转轴作  $180^\circ$  反转而得到的信号波形, 如图 1.6 所示。同理, 以变量  $-k$  代替  $f[k]$  中的离散变量  $k$ , 可得离散反转信号  $f[-k]$ , 它是  $f[k]$  以纵轴 ( $k=0$ ) 为转轴作  $180^\circ$  反转而得到的信号波形, 如图 1.7 所示。其实际的物理意义是, 如果  $f(t)$  表示一个收录在磁带上的语音信号, 则  $f(-t)$  就代表该磁带倒过来放音。

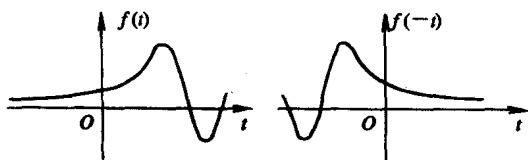


图 1.6 连续时间信号及反转波形

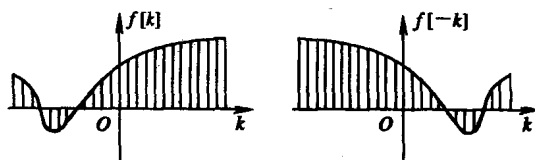


图 1.7 离散时间信号及反转波形

### 7. 平移

以变量  $t-t_0$  代替信号  $f(t)$  中的独立变量  $t$ , 得信号  $f(t-t_0)$ , 它是信号  $f(t)$  沿时间轴平移  $t_0$  的波形。这里  $f(t)$  与  $f(t-t_0)$  的波形形状完全一样, 只是在位置上移动了  $t_0$  ( $t_0$  为一实常数)。  $t_0 > 0$ ,  $f(t)$  右移;  $t_0 < 0$ ,  $f(t)$  左移; 平移距离为  $|t_0|$ 。

图 1.8 表示连续时间信号的平移。这类信号在雷达、声纳和地震信号处理中经常遇到。利用位移信号  $f(t-t_0)$  和原信号  $f(t)$  在时间上的迟延, 可以探测目标和震源的距离。

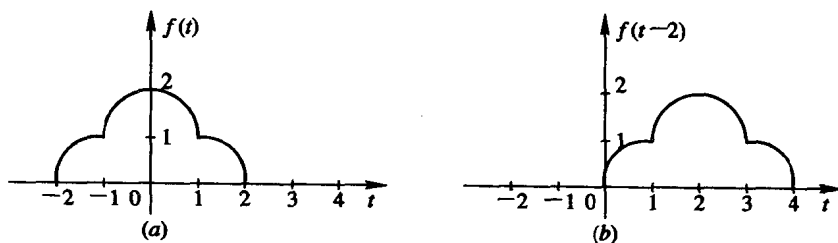


图 1.8 连续时间信号的平移

8. 展缩(尺度变换)

以变量  $at$  代替  $f(t)$  中的独立变量  $t$  可得  $f(at)$ , 它是  $f(t)$  沿时间轴展缩(尺度变换)而成的一个新的信号函数或波形。信号  $f(at)$  中,  $a$  为常数,  $|a| > 1$  时表示  $f(t)$  沿时间轴压缩成原来的  $1/|a|$  倍;  $|a| < 1$  时表示  $f(t)$  沿时间轴扩展为原来的  $1/|a|$  倍。

例如, 图 1.9 之(a)、(b)、(c)分别表示  $f(t)$ 、 $f(2t)$ 、 $f(t/2)$  的波形。

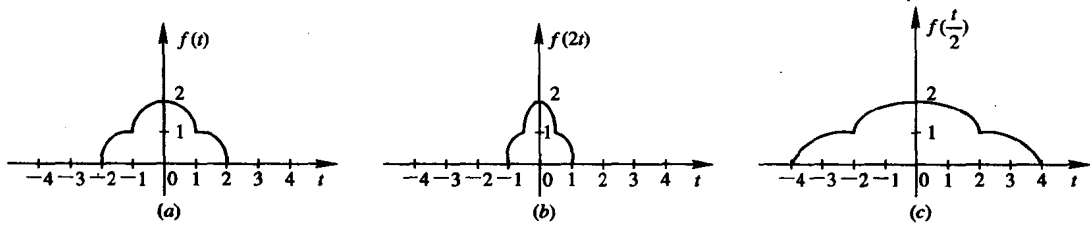


图 1.9  $f(t)$ 、 $f(2t)$ 、 $f(t/2)$  的波形

它们的物理意义是: 如果  $f(t)$  表示一个录制在磁带上的语音信号, 则  $f(2t)$  表示慢录快放, 即以原磁带两倍的速度放音;  $f(t/2)$  表示快录慢放, 即以原磁带一半的速度放音。

9. 综合变换

以变量  $at+b$  代替  $f(t)$  中的独立变量  $t$ , 可得一新的信号函数  $f(at+b)$ 。当  $a > 0$  时, 它是  $f(t)$  沿时间轴展缩、平移后的信号波形; 当  $a < 0$  时, 它是  $f(t)$  沿时间轴展缩、平移和反转后的信号波形, 下面举例说明其变换过程。

例 1-1 已知信号  $f(t)$  的波形如图 1.10(a) 所示, 试画出信号  $f(-2-t)$  的波形。

解  $f(t) \rightarrow f(-2-t) = f(-(t+2))$  可分解为

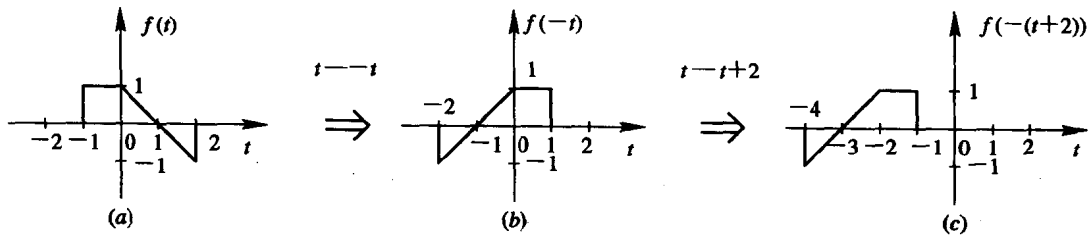


图 1.10 信号的反转、平移

$$f(t) \xrightarrow[t \rightarrow -t]{\text{反转}} f(-t) \xrightarrow[t \rightarrow t+2]{\text{平移}} f(-(t+2))$$

即先有  $f(t)$  通过反转( $t \rightarrow -t$ )得  $f(-t)$ , 再由  $f(-t)$  通过延时( $t \rightarrow t+2$ )得  $f(-(t+2))$ , 其变换过程如图 1.10 之(a)→(b)→(c)所示。值得注意的是, 由信号  $f(-t)$  变化为  $f(-(t+2))$  时, 一定要把  $-t$  前的符号提出来, 使  $t$  前的系数为 1。

例 1-2 已知信号  $f(t)$  的波形如图 1.11(a) 所示, 试画出信号  $f(2-2t)$  的波形。

解  $f(t) \rightarrow f(2-2t) = f(-2(t-1))$  可分解为

$$f(t) \xrightarrow[t \rightarrow -t]{\text{反转}} f(-t) \xrightarrow[t \rightarrow 2t]{\text{展缩}} f(-2t) \xrightarrow[t \rightarrow t-1]{\text{平移}} f(-2(t-1))$$

其变换过程如图 1.11(b)、(c)、(d) 所示。

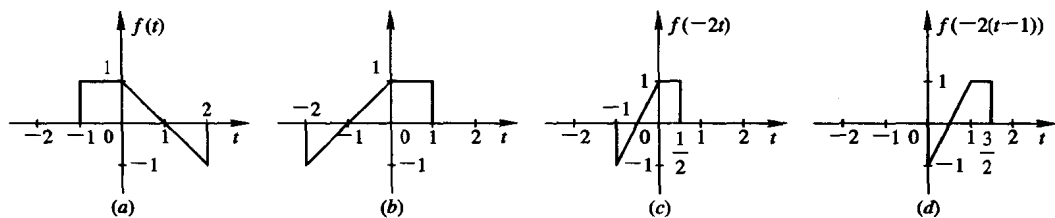


图 1.11 信号的反转、展缩与平移

从上面两例中可以看出, 信号函数的变化过程只是函数自变量的简单变换, 但变换前后信号端点的函数值不变。因此, 可以通过端点函数值不变这一关系来确定变换前后图形中各端点的位置。

设变换前的信号为  $f(t)$ , 变换后为  $f(at+b)$ ,  $t_1$  与  $t_2$  对应变换前信号  $f(t)$  的左、右端点坐标,  $t_{11}$  与  $t_{22}$  对应变换后信号  $f(at+b)$  的左、右端点坐标。由于信号变化前后的端点函数值不变, 故有

$$f(t_1) = f(at_{11} + b)$$

$$f(t_2) = f(at_{22} + b)$$

根据上述关系可以求解出变换后信号的左、右端点坐标  $t_{11}$  与  $t_{22}$ , 即

$$t_1 = at_{11} + b \Rightarrow t_{11} = \frac{1}{a}(t_1 - b)$$

$$t_2 = at_{22} + b \Rightarrow t_{22} = \frac{1}{a}(t_2 - b)$$

如例 1-1 中  $f(t) \rightarrow f(-2-t)$ , 即是

$$t_1 = -1, \quad t_2 = 2, \quad a = -1, \quad b = -2$$

由上述关系可解得

$$t_{11} = \frac{1}{a}(t_1 - b) = \frac{1}{-1}(-1 + 2) = -1$$

$$t_{22} = \frac{1}{a}(t_2 - b) = \frac{1}{-1}(2 + 2) = -4$$

即信号  $f(t)$  中的端点坐标  $t_1 = -1$  对应变换后的信号  $f(-2-t)$  中的端点坐标  $t_{11} = -1$ , 端点坐标  $t_2 = 2$  对应端点坐标  $t_{22} = -4$ 。

上述方法过程简单, 特别适合信号从  $f(mt+n)$  变换到  $f(at+b)$  的过程。若根据信号变换前后的端点函数值不变的原理, 可推导出下列计算公式

$$f(mt_1 + n) = f(at_{11} + b)$$

$$f(mt_2 + n) = f(at_{22} + b)$$

所以

$$mt_1 + n = at_{11} + b \Rightarrow t_{11} = \frac{1}{a}(mt_1 + n - b)$$

$$mt_2 + n = at_{22} + b \Rightarrow t_{22} = \frac{1}{a}(mt_2 + n - b)$$

即得到变换后信号的左、右端点坐标  $t_{11}$  与  $t_{22}$ 。

这两种方法中, 第一种具有明显的物理含义, 第二种是数学上的变换, 结合两种方法可以很容易地理解信号的综合变换。

**例 1-3** 已知信号  $f(2t+2)$  的波形如图 1.12(a) 所示, 试画出信号  $f(4-2t)$  的波形。

**解**  $f(2t+2) \rightarrow f(4-2t)$ , 则对应

$$t_1 = 0, \quad t_2 = 4, \quad m = 2, \quad n = 2, \quad a = -2, \quad b = 4$$

利用上述关系式计算出  $t_{11}$  与  $t_{22}$ :

$$t_{11} = -\frac{1}{2}(2 \times 0 + 2 - 4) = 1$$

$$t_{22} = -\frac{1}{2}(2 \times 4 + 2 - 4) = -3$$

即信号  $f(2t+2)$  中的端点坐标  $t_1=0$  对应变换后的信号  $f(4-2t)$  中的端点坐标  $t_{11}=1$ , 端点坐标  $t_2=4$  对应端点坐标  $t_{22}=-3$ 。信号  $f(4-2t)$  的波形如图 1.12(b) 所示。

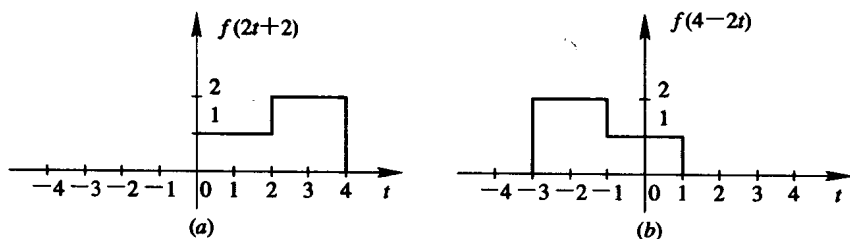


图 1.12 信号综合变换

通过以上分析, 可以归纳出普通信号基本变换的一般步骤:

- (1) 若信号  $f(t) \rightarrow f(at+b)$ , 则先反转, 后展缩, 再平移;
- (2) 若信号  $f(mt+n) \rightarrow f(t)$ , 则先平移, 后展缩, 再反转;
- (3) 若信号  $f(mt+n) \rightarrow f(at+b)$ , 则先实现  $f(mt+n) \rightarrow f(t)$ , 再进行  $f(t) \rightarrow f(at+b)$ 。

**例 1-4** 试粗略地画出下列信号的波形图:

- (1)  $f_1(t) = (2 - 3e^{-t}) \cdot u(t)$ ;
- (2)  $f_2(t) = (5e^{-t} - 5e^{-3t}) \cdot u(t)$ ;
- (3)  $f_3(t) = e^{-|t|} \quad (-\infty < t < \infty)$ ;
- (4)  $f_4(t) = \cos\pi(t-1) \cdot u(t+1)$ ;
- (5)  $f_5(t) = \sin \frac{\pi}{2}(1-t) \cdot u(t-1)$ ;
- (6)  $f_6(t) = e^{-t} \cos 10\pi t (u(t-1) - u(t-2))$ ;
- (7)  $f_7(t) = \left(1 - \frac{|t|}{2}\right) (u(t+2) - u(t-2))$ ;
- (8)  $f_8(t) = u(t^2 - 1)$ 。

**解** 描绘信号波形是本课程的一项基本训练。在绘图时应注意信号的基本特征、变化趋势、起始和终点位置, 并应标出信号的初值、终值以及一些关键的点及线, 如极大值、极小值、渐近线等。

(1)  $f_1(t) = f_a(t) + f_b(t) = 2u(t) - 3e^{-t}u(t)$ , 为两函数的叠加, 渐近线  $f(t) = 2$ , 如图 1.13(a) 所示。

(2) 由于  $f_2(t) = (5e^{-t} - 5e^{-3t}) \cdot u(t)$  为连续函数,  $f_2(0) = 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} f_2(t) = 0$ , 所以  $f_2(t)$

一定存在着极值点。将  $f_2(t)$  微分  $\frac{df_2(t)}{dt} = -5e^{-t} + 15e^{-3t} = 5e^{-t}(3e^{-2t} - 1)$ 。令  $\frac{df_2(t)}{dt} = 0$ ,

得极值点位置:  $3e^{-2t} - 1 = 0$ ,  $e^{-2t} = \frac{1}{3}$ ,  $t = \frac{1}{2} \ln 3$ 。

于是  $f_2(t)$  的极值为  $f_2(t)|_{t=\frac{1}{2}\ln 3} \approx 1.92$ , 如图 1.13(b) 所示。

(3)  $f_3(t) = f_a(t) + f_b(t)$ ,  $f_a(t) = e^t$ ,  $(-\infty < t < 0)$ ;  $f_b(t) = e^{-t}$ ,  $(0 \leq t < \infty)$ 。

其渐近线为  $f_3(t) = 0$ , 极大值点为  $f_3(0) = 1$ , 如图 1.13(c) 所示。

(4) 因为  $f_4(t)$  为余弦函数, 周期为 2, 图像右移一个单位, 起、止区间为  $(-1, \infty)$ , 如图 1.13(d) 所示。

(5)  $f_5(t)$  为正弦函数, 周期为 4, 奇函数提负号后, 图像以时间轴反转 180°, 并右移一个单位, 起、止区间为  $[1, \infty)$ , 如图 1.13(e) 所示。

(6)  $f_6(t)$  为衰减的余弦函数, 振幅应在  $\pm e^{-t}$  包络线之内, 周期为  $1/5$ , 故在  $[1, 2]$  内应有 5 个完整的余弦波形, 如图 1.13(f) 所示。

(7) 因为  $f_7(t) = \left(1 + \frac{t}{2}\right)(u(t+2) - u(t)) + \left(1 - \frac{t}{2}\right)(u(t) - u(t-2))$ , 故其波形如图 1.13(g) 所示。

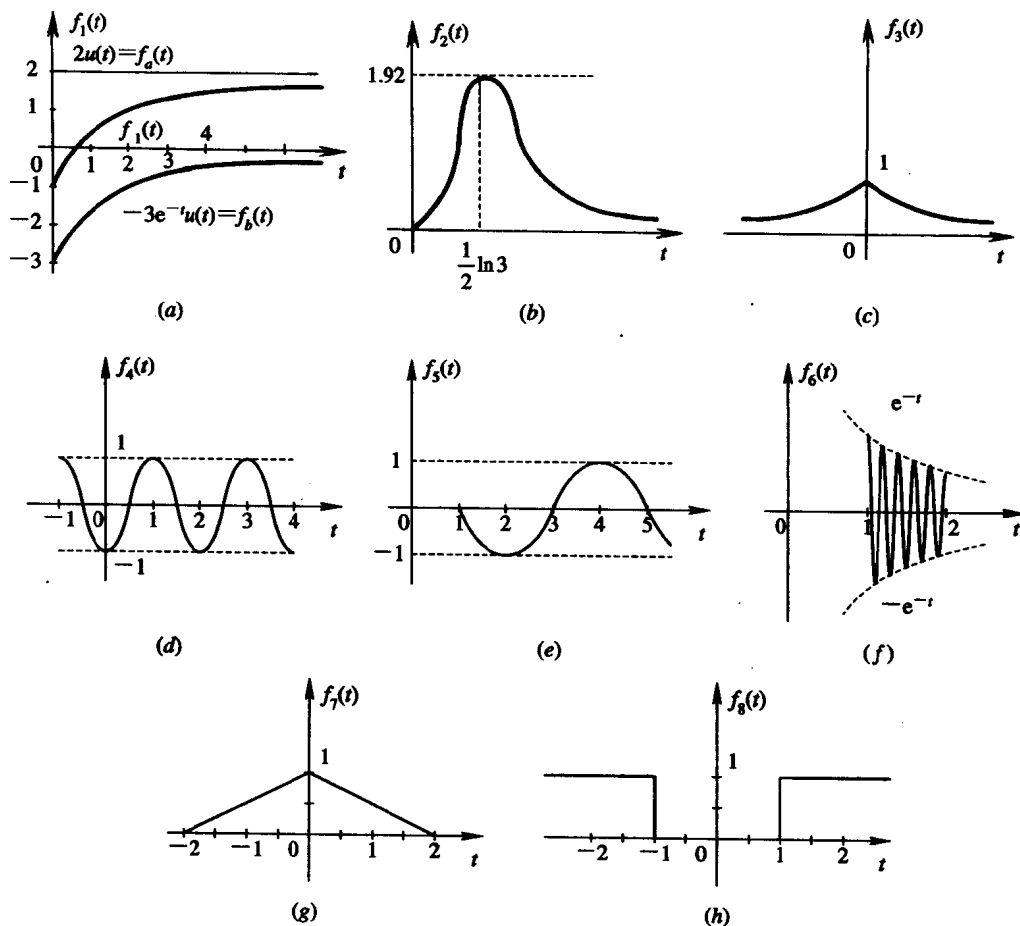


图 1.13 例 1-4 图

(8) 由于  $f_s(t) = u(t^2 - 1) = u((t+1)(t-1))$ , 据单位阶跃函数信号  $u(t)$  的特性可知, 当  $(t+1)(t-1) > 0$  时,  $u(t^2 - 1) = 1$ ; 当  $(t+1)(t-1) < 0$  时,  $u(t^2 - 1) = 0$ , 从而解得  $u(t^2 - 1) = \begin{cases} 1, & |t| > 1 \\ 0, & |t| < 1 \end{cases}$ , 如图 1.13 (h) 所示。

## 1.2 系 统

系统是一个较为广义的概念。从一般的意义上说, 系统是一个由若干互相关联的单元组成的有机整体, 它具有可以达到特定目的的某种功能。如通信系统、自动控制系统、机械系统、化工系统、生产管理系统、交通运输系统等等。在各种系统中, 电系统具有特殊的重要作用。这是因为电路元件便于安装, 易于测量和成本低廉, 更重要的是大多数的非电系统可以用电系统来模拟和仿真。因此, 我们主要分析电系统。在电子技术领域中“系统”、“电路”、“网络”三个名词常常是通用的, 尽管它们之间有一些细微的差别。

为了说明系统的基本概念, 我们分析如图 1.14(a) 所示的 RC 一阶动态电路。图中电容 C 具有初始电压  $U_0$ , 开关 K 在  $t=0$  时刻闭合, 且有  $U_s > U_0$ , 使电容充电。

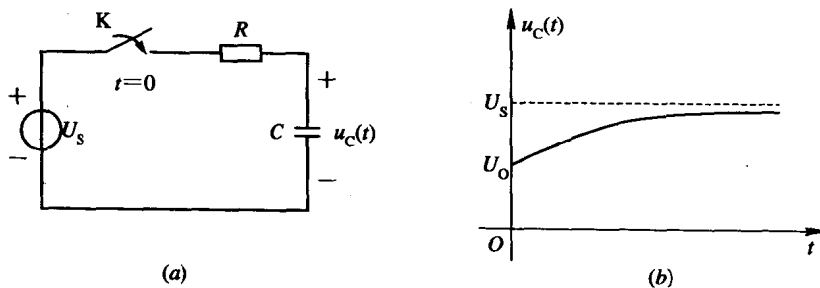


图 1.14 RC 电路与电容电压

由一阶动态电路知识可知, 若以电容电压  $U_c(t)$  为变量, 该电路的动态方程式为

$$RC \frac{du_c(t)}{dt} + u_c(t) = U_s \quad t \geq 0$$

其全解为

$$u_c(t) = U_0 e^{-\frac{t}{RC}} + U_s (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad t \geq 0$$

其波形如图 1.14(b) 所示。

由电容充电一例可知, 电容电压  $U_c(t)$  是时间  $t$  的函数, 其变化规律与电源电压  $U_s$ 、初始电压  $U_0$  以及电路结构和参数  $R$ 、 $C$  有关。其中电源是系统的输入, 又称激励, 一般以信号  $f(t)$  表示; 电容电压是系统的输出; 又称响应, 一般以信号  $y(t)$  表示; 电容的初始电压称为系统的初始状态, 记作  $y(0)$ 。整个系统可用图 1.15 所示的方框图表示。其中  $\psi$  表示系统的功能作用, 它取决于系统的内部结构与元件参数。系统的输出响应  $y(t)$  是系统的初始状态  $y(0)$  与输入激励  $f(t)$  的函数, 即

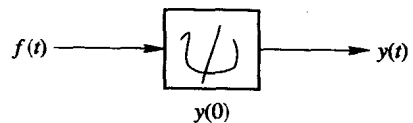


图 1.15 单输入单输出系统方框图



$$y(t) = \psi[y(0), f(t)], \quad t \geq 0 \quad (1-16)$$

由系统方框图可见,所谓系统分析,就是在已知系统的内部结构与元件参数、系统的初始状态、系统输入激励的条件下,求解系统的输出响应。因此,系统分析的过程分为两个步骤。首先由系统的结构与参数建立系统的数学模型,即系统的动态方程式;然后根据系统的输入激励与系统的初始状态求解系统的输出响应。当系统的输入激励有多个,系统的初始状态也有多个时,系统响应  $y(t)$  是这多个输入激励与多个初始状态的函数,即

$$y(t) = \psi[x_1(0), x_2(0), \dots, f_1(t), f_2(t), \dots] \quad (1-17)$$

式中  $x_1(0), x_2(0), \dots$  为系统的初始状态。如某系统的动态方程式是一个二阶常系数微分方程式,则上式中的  $x_1(0) = y(0), x_2(0) = y'(0)$ 。

必须明确的一点是,实际系统必须遵从因果律,即要满足先有原因然后产生结果这样一个显而易见的因果关系,结果不能早于原因而出现。激励是原因,响应是结果,响应不可能出现于施加激励之前,这是一般实际系统遵从的普遍规律。

## 1.2.1 系统的分类

系统可按多种方法进行分类。不同类型的系统其系统分析的过程是一样的,但系统的数学模型不同,因而其分析方法也就不同。在信号与系统分析中,常以系统的数学模型和基本特性分类,这样,系统可分为连续时间系统和离散时间系统;线性系统与非线性系统;时变系统与非时变系统;因果系统与非因果系统;记忆系统与即时系统;集总参数系统与分布参数系统等。下面分别讨论各种系统的定义和特性。为简单起见,仅讨论单输入、单输出情况,下面各种系统的定义都可直接推广到多输入、多输出情形。

### 1. 连续时间系统与离散时间系统

系统的输入和输出是连续时间变量  $t$  的函数,叫作连续时间系统。输入用  $f(t)$  表示,输出用  $y(t)$  表示。

系统的输入和输出是离散时间变量  $k$  的函数( $k$  为整数),称为离散时间系统。输入用  $f[k]$  表示,输出用  $y[k]$  表示。

连续时间系统的数学模型是常微分方程,离散时间系统的数学模型是差分方程。

例如,常见的  $R$ 、 $L$ 、 $C$  元件组成的电路是连续时间系统,而计算机则为离散时间系统。尽管连续时间系统与离散时间系统有明确的区分,但加入某些信号变换部件(如 A/D, D/A)后,它们则又可以相互转换或替代。

### 2. 线性系统与非线性系统

线性系统是指具有线性特性的系统,线性特性包括均匀性与叠加性。线性系统的数学模型是线性微分方程和线性差分方程。

系统具有均匀性是指当系统的输入激励增加  $n$  倍时,系统的输出响应也应相应地增加  $n$  倍( $n$  为任意常数)。系统具有叠加性是指当若干个输入激励同时作用于系统时,系统的输出响应是每个输入激励单独作用时(此时其余输入激励为零)相应输出响应的叠加,系统的均匀性和叠加性可表示如下:

$$\begin{array}{ll} \text{均匀性: 若} & f_1(t) \rightarrow y_1(t) \\ \text{则} & n \cdot f_1(t) \rightarrow n \cdot y_1(t) \end{array} \quad (1-18)$$