

[美] J·T·奥登 E·A·里帕格 著

弹性结构力学

成文山 程翔云 周义武 译校

TANXING JIEGOU LIXUE

中国建筑工业出版社

弹性结构力学

[美] J·T·奥登 E·A·里帕格著

成文山 程翔云 周义武 译校

中国建筑工业出版社

本书根据美国得克萨斯州立大学 J·T·奥登和 E·A·里帕格所著弹性结构力学(Mechanics of Elastic Structures)一书的1981年第二版译出。

全书共十章:绪论、结构性能、等截面杆的扭转、杆的应力及应力合力、梁中的剪应力和剪力流、弹性曲线、薄壁梁的弯曲与扭转、虚功原理、能量原理及板的弯曲等。每章附有许多算例和习题,便于读者自学。本书可用作土木、航空、机械工程和工程力学专业的大学生和研究生的教学参考书,对工程技术人员在加深结构理论知识方面也具有参考价值。

本书前言、第一、二、五、六、九、十章由程翔云同志译,第三、四、七、八章由周义武同志译,全书由成文山教授校。

MECHANICS OF ELASTIC STRUCTURES

second edition

J.T.Oden E.A.Ripperger
Hemisphere Publishing Corporation
McGraw Hill Book Company
New York St. Louis San Francisco

1967

* * *

弹性结构力学

成文山 程翔云 周义武 译校

*

中国建筑工业出版社出版(北京西郊百万庄)
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售
中国建筑工业出版社印刷厂印刷(北京阜外南礼士路)

*

开本: 850×1168毫米 1/32 印张: 15½ 字数: 415 千字

1986年11月第一版 1986年11月第一次印刷

印数: 1—5,150册 定价: 3.20元

统一书号: 15040·5053

再 版 前 言

本书原为著者和其他许多教学工作者采用为高年级学生的高等材料力学教科书。使用过程中,作者还对原书随时补充了某些内容。现在,把这些内容反映到本书里,重新再版一次,看来是适宜的。所增补的内容,在第二章里有对点应力状态的详细论述。在第三章里,引入了求解实心截面杆扭转问题的有限差分法和一个算例,另外对其它扭转问题也补充了算例。在第四章里增加了平面曲梁的弹性解和实例。在第五章里,扩充了对确定矩形截面曲梁的剪应力问题的有关论述,同时也增补了算例。第六章进行修改时,对曲梁弯曲的运动学和由剪切变形引起的截面翘曲等问题作了详细论述。第七章删掉了轴向荷载和闭口薄壁截面的内容。第八章的内容基本没有变动。

第九章增补了有限元法,简要叙述了它在各向同性线性弹性物体平面问题中的应用。

第十章是本书再版时新增加的。在这一章里,阐述了薄板弯曲问题,推导了等厚弹性薄板的基本挠曲方程,然后介绍了它的若干经典解法。对有限差分的数值解法也作了描述,并且还举了一个算例。在结尾时还对应用有限元法解薄板的问题作了简要介绍。

著者 J. T. O.
E. A. R.

初 版 前 言

本书是供航空、土木、机械工程和工程力学等专业高年级大学生用的结构教科书，也可作为大多数工程学院高年级和低年级研究生课程的参考书，其目的在于填补由初等材料力学过渡到较高深的结构分析和结构力学课程之间的空白。对于希望加强线性结构力学基础知识的结构工程师，本书也是有参考价值的。

除少数例外，书中所有介绍都局限于小变形的线弹性结构范围内。拟先给学生提供有关经典弹性理论的基础知识，接着介绍研究实际的一维和二维结构问题的近似理论。对每种情况都指出简化方法和精确理论之间的关系，并明确了这些近似方法的限制条件。本书不打算涉及工程师可能遇到的整个结构领域的问题。相反，重点放在系统求解一些有代表性的问题，借此阐明结构分析的基本原理，使这些结果能有一个明确的物理解释，并能为具有一定结构力学基础知识的大学生所能掌握。本书重点在于给出结构行为的物理意义，除常微分方程知识外，不要求读者具有更高深的数学基础。如需补充某些数学方法，则书中用足够篇幅列出其内容。

本书共有九章。先从简论一章开始，确定本书的目的和范围，给出基本定义，讨论线性理论的基本假定。

第二章介绍三维物体的一般平衡方程、应变位移方程、协调方程，以及一般运动学的和静力学的边界条件。在推导这些公式的同时，还讨论了简化的一维结构单元的相应方程式，使读者能直接理解初等理论的某些限定条件和应用范围。

第三章为棱柱杆的扭转理论。因为在棱柱杆的论述中可以对某些课题作更准确的物理论证，同时，也能对线弹性方程的意义

给出较简单明了的解释。只要确定了圣·维南扭转理论的基本原理之后，就可以将这个原理推广应用到实心杆、开口截面和多室薄壁梁上的分析。

第四章介绍任意形状平面杆的应力分析，其公式是根据文克尔曲杆理论推导的。对径向应力和非对称弯曲也进行了研究。紧接着的一章讨论曲杆、变高度梁、无骨架和半无骨架机身壳体结构以及多室管的剪应力和剪力流。对加劲板的剪力滞和非约束多室管的弯扭组合作用也进行了讨论。

第六章首先推导任意形状平面梁弹性曲线的一般微分方程，然后通过对方程的适当处理，证明各种相近的课题，诸如：鞍形弯曲，压弯和拉弯下梁的挠度、梁的剪切变形、弹性地基梁和缆索等问题，都可研究解决。弹性稳定不能视为一个单独的课题；相反地，要把它看成是结构行为的若干特征之一，因此，它就放在各种专门结构构件的性能中讨论。

第七章系统地介绍弯扭组合作用下薄壁杆件的理论。这里摒弃了关于变形保持为平面的纳维叶假定，并且推导了薄壁结构分析更一般的公式。对开口薄壁截面的屈曲进行了讨论，并且还导出了闭口薄壁截面的基本方程。

第八章和第九章讨论结构力学的能量原理，它们约占本书三分之一的篇幅。第八章中，虚位移和虚力原理主要是根据质点和刚体体系的物理论证推导的。基本概念一经建立，这些原理便可以推广到一般的三维物体，应用于静定和超静定结构体系的分析。在那里还要介绍结构分析中刚度法和柔度法的基本原理。第九章对结构力学能量原理给出一个完整的、概括性的介绍。根据虚功原理导出最小势能原理和最小余能原理，又从而导出卡斯提诺定理和恩格塞定理，这些还只是其中的一部分。对于各种能量定理的应用范围及其相互之间的关系也进行了讨论。

除第一、第二及第九等三章外，其余每一章基本上是独立的。在各章的第一节都先进行比较一般性的讨论，而在结尾几节则涉及一些较专门的课题。因此，教师可随意抽掉某些专题而不

致影响其连贯性。对各类专题加以适当选择，本书便可用作航空结构、超静定结构、高等材料力学以及结构力学能量法等课程的教学参考书。

为了全面阐明理论，本书列出了许多例题。同时，为了让读者检验自己对课程内容理解的深度，书中还提供了二百多个习题。

著者对自己的妻子Barbara表示诚挚的谢意，她不但打印了部分手稿和进行校对，而且还牺牲了许多周末，才使著者得以完成本书。此外，著者还对Patricia Campbell先生，Nancy Manning女士和Sandra Atkinson先生致谢，他们都帮助打印了不同部分的手稿。

J·T·奥登

目 录

再版前言	VII
初版前言	IX
第一章 绪论	1
§ 1-1 结构力学	1
§ 1-2 结构力学的分类	1
§ 1-3 线性结构理论	2
第二章 结构性能	4
§ 2-1 概述	4
§ 2-2 结构体系的力和应力	4
§ 2-3 三维物体的平衡条件	8
§ 2-4 点应力状态	10
§ 2-5 杆内的应力合力	16
§ 2-6 结构体系内的位移和应变	19
§ 2-7 可变形体的变形条件	24
§ 2-8 杆件的变形	28
§ 2-9 应力-应变关系式	30
§ 2-10 静力弹性稳定	31
第三章 等截面杆的扭转	36
§ 3-1 概述	36
§ 3-2 圆杆	36
§ 3-3 非圆杆的扭转性能	38
§ 3-4 应力函数	42

§ 3-5	薄膜比拟法	45
§ 3-6	实体截面杆	46
§ 3-7	开口薄壁截面	52
§ 3-8	薄壁单室管	57
§ 3-9	薄壁截面的翘曲	63
§ 3-10	多室薄壁管	65
第四章 杆的应力及应力合力		75
§ 4-1	概述	75
§ 4-2	平衡条件	76
§ 4-3	曲杆的正应力	79
§ 4-4	对称曲杆的弯曲	88
§ 4-5	曲杆的径向应力	90
§ 4-6	曲梁的平面弹性解	93
§ 4-7	特殊情况和示例	98
第五章 梁中的剪应力和剪力流		107
§ 5-1	概述	107
§ 5-2	曲杆中的剪应力	107
§ 5-3	非对称直杆的剪应力	114
§ 5-4	变高度梁的应力	119
§ 5-5	剪切中心	127
§ 5-6	具有纵向加劲肋的薄壁截面	132
§ 5-7	剪力滞	136
§ 5-8	单室薄壁直管的弯曲	143
§ 5-9	多室薄壁管的弯曲	149
§ 5-10	多室管的弯扭组合	155
第六章 弹性曲线		163
§ 6-1	概述	163
§ 6-2	曲杆的挠度	163
§ 6-3	弹性曲线方程的其它形式	166
§ 6-4	对称曲杆的挠度	169

§ 6-5	非对称直杆的挠度	173
§ 6-6	对称直杆的挠度	175
§ 6-7	剪切变形	182
§ 6-8	鞍形弯曲	184
§ 6-9	系杆和梁柱的挠度	186
§ 6-10	缆索理论	194
§ 6-11	弹性地基梁	199
§ 6-12	弹性地基上的梁柱和系杆	209
第七章 薄壁梁的弯曲与扭转		219
§ 7-1	概述	219
§ 7-2	开口截面的应力状态	221
§ 7-3	开口截面的应变	222
§ 7-4	变形的运动学	224
§ 7-5	开口截面中的应力合力	227
§ 7-6	开口截面中的剪力流	233
§ 7-7	翘曲应力的物理意义	236
§ 7-8	二次翘曲	243
§ 7-9	开口截面扭转计算	246
第八章 虚功原理		254
§ 8-1	概述	254
§ 8-2	虚功	255
虚位移原理		256
§ 8-3	质点的虚位移	256
§ 8-4	刚体的虚位移	258
§ 8-5	可变体的虚位移	262
§ 8-6	简单结构体系的虚位移	270
§ 8-7	单位虚位移法	275
虚力原理		278
§ 8-8	质点和刚体的虚力	278

§ 8-9 可变体的虚力	279
§ 8-10 简单结构体系的虚力	284
§ 8-11 单位虚荷载法	289
§ 8-12 超静定结构	295
第九章 能量原理	310
§ 9-1 概述	310
§ 9-2 结构体系内的势能	313
§ 9-3 余能	317
势能原理	321
§ 9-4 驻值势能原理	321
§ 9-5 最小势能原理	323
§ 9-6 总势能的二阶变分	329
§ 9-7 简单结构的稳定分析	331
§ 9-8 瑞雷-里兹法	339
结构分析的势能定理	345
§ 9-9 卡斯提诺第一定理	345
§ 9-10 应用卡氏第一定理的结构分析	348
§ 9-11 最小应变能原理	356
§ 9-12 有限单元法	357
余能原理	365
§ 9-13 驻值余能原理	365
§ 9-14 恩格塞第一定理	369
§ 9-15 卡氏第二定理	371
§ 9-16 简单结构的挠度	372
§ 9-17 瑞雷-贝提互等定理和马克斯威尔互等定理	382
§ 9-18 恩格塞第二定理或最小功定理	384
§ 9-19 结构分析的协调法	389
第十章 板的弯曲	416

§ 10-1	概述	416
§ 10-2	矩形板	417
§ 10-3	边界条件	423
§ 10-4	简支矩形板	425
§ 10-5	承受一维变化荷载的简支矩形板	428
§ 10-6	计算挠度的能量法	433
§ 10-7	圆板的弯曲	436
§ 10-8	承受均布荷载的圆板	438
§ 10-9	具有中心圆孔的圆板	441
§ 10-10	承受其它轴对称荷载的板	445
§ 10-11	弹性地基上的矩形板	449
§ 10-12	弹性地基上的圆板	454
§ 10-13	数值解法	458
	有限差分法	458
	有限单元法	469
参考文献		478
英制-公制-国际单位换算		483

第一章 绪 论

§1-1 结 构 力 学

通过学习初等力学，大家对质点和物体的概念都有所熟悉。回忆一下，质点是一种具有质量而无尺寸的物质点；而物体只不过是许多质点的集合，并可视作单一的对象。事实上，凡描述和预测质点和物体在力作用下工作性能的，都属于力学科学的领域。

力学是一门内容广泛的科学，它包含有许多相互联系的科目，其分支之间的明显分界线往往难以确定。通常，根据所研究的质点或物体的性质还可再分为几门主要的力学分支。例如，有人可能研究流体质点或固态物体的性能，因而就必然涉及流体力学或固体力学的领域。又如，有人可能分析一些变形对本身性能无明显影响的固体，因此就要研究刚体力学。本书将要介绍力学分支中最有价值 and 最为重要的一部分基础理论，即结构力学。

结构可以定义为一种由单元构件组合并具有支承的物体，它能承受荷载，也能传递荷载。椅子、桌子、树枝、建筑刚架、飞机、火箭，甚至连精细的蜘蛛网都属于一般定义的结构范围。凡描述和预测这类体系性能的基础知识都称结构力学。

§1-2 结构力学的分类

结构力学是一门带有许多分支的学科，因此，要在一本书里

把它整个领域的内容完全包括进去，虽然不是没有一点可能，但的确是很难办到的。应当指出，为了明确重点，结构力学通常是按所研究体系中物体的材料性质和几何形状而详细分类的。例如，弹性理论、塑性理论、粘弹性理论，每一门力学都要涉及对各种形状的物体的研究，这些物体是由具有某种规定的物理性质的材料构成的。

此外，虽然结构一般可以是任意形状的，但是研究其性能的各种分析方法，通常都要考虑到它们的几何特征。举例来说，杆、板和壳体理论都讨论具有一个以上特征尺寸的物体，这些特征尺寸与其它尺寸相比都是很小的。例如，杆的横截面尺寸与其长度相比是很小的。板是扁平的物体，它的厚度与其它尺寸相比也是很小的。弯曲的板称为壳。更一般地说，壳体就是一种以相当薄的材料造成的曲面。灯泡、火箭外壳、降落伞都是壳体的例子。

当然，杆、板和壳体的理论还可以再进一步划分为各种小类。当物体的相对尺寸不符合上述定义时，就必须应用更一般的理论来研究它的性能。如果物体是弹性的，或许就采用弹性理论。

§1-3 线性结构理论

虽然本书所涉及的许多原理，可适用于板、壳、甚至一般形式的物体，但是这些原理的应用主要还是通过对杆和杆系的分析来说明的。在以后的几章里，拟建立计算分析上述结构在给定荷载作用下工作性能的方法。可能时，还把所得结果与更一般的理论对比来确定它们的界线。书中主要涉及的是一些静态的体系，且将大部分确立的原理用于一维和二维结构的分析上。分析这类结构时，对理论细节将会阐述得更为透彻。

除少数例外，书中的研究都限于结构力学中一般称为线性结构理论的范围。除非另有说明，总假定结构体系的所有杆件由线弹性的和连续分布的材料构成。这些材料是匀质的（处处性

质相同)，各向同性的（每个方向的性质相同）。此外，还补充一个重要假定，即结构任意一个杆件上各点的位移与杆件尺寸相比都是很小的。

后一假定对大多数结构体系来说是正确的，因为在正常的工作荷载作用下，大多数结构体系的变形很少能用肉眼察觉。但是，没有一种结构材料是完全匀质的、各向同性的。一片软钢在显微镜下是一种由单个晶体构成的非匀质体。每个晶体也远不是各向同性的。观察混凝土试件更会令人灰心。然而，线性理论的公式可以十分精确地计算许多钢结构、甚至混凝土结构的应力和变形。这主要是因为在每个试件内，数以万计的晶体或组成是按随机方向排列的。每个组成与物体的尺寸相比非常小，因此，试件所代表的是这许许多多组成的统计性能。所以，在实验室里测试到的弹性特性，实质上是试件各组成的平均特性。显然，如果这些组成的尺寸和物体的尺寸相比并不很小，而且也不按随机方向排列，则匀质性和各向同性的假定也就不适用了。

线性结构的性能，顾名思义，可以用线性方程来描述。我们将发现，线性结构往往（但不是始终）可以假定服从**叠加原理**。这一原理可简单地表述为：作用于结构上若干个荷载的综合效应等于各个荷载单独作用效应的总和。这是线性结构理论的一个极其重要的原理，研究这类结构的很多方法中，部分是从这个原理的假定出发的。但在某些情况下，叠加原理并不适用，起码是适用界线不明确。凡属这种情况书中都予以指出。

第二章 结构性能

§ 2-1 概 述

本课程主要研究结构体系，特别是线性结构体系在静止状态下的性能。按定义，性能是一个体系对刺激源产生的反应。在结构体系中，刺激源可以有多种形式。例如，静力或动力的荷载体系、结构杆件制作和安装的误差、结构支点位移、结构某些部分发生的温度变化或材料性质变化等，都是结构的刺激源。

在结构理论中，假定刺激源是已知的，而且可足够精确地用数学公式来表达。这种数学模型通常是抽象的和理想化的。它与实际之间的差别对分析的精度具有明显的影响，而我们正是靠这个精度来确定结构反应的。

实用上，结构体系的反应可用两种方式表征：一，产生于结构体系的应力分布和应力的合力；二，结构体系中各点应变和位移的性质。对于一个给定的刺激源，这两种反应的特性一经确定，结构的性能也就完全被确定。

§ 2-2 结构体系的力和应力

关于结构性能第一个特征的研究，其基础实质上就是应力概念和将牛顿运动定律运用于静止物体的特殊情况，即熟知的两个静力学定理：

$$\Sigma F_x = 0 \quad \Sigma F_y = 0 \quad \Sigma F_z = 0 \quad (2-1)$$

$$\text{及} \quad \Sigma M_x = 0 \quad \Sigma M_y = 0 \quad \Sigma M_z = 0 \quad (2-2)$$

也就是说，处在平衡状态的任意三个相互垂直方向的力的总和，以及绕这些轴线的力矩的总和必然为零。利用这些方程可对一个体系的外力、外力矩和内力、内力矩的性质加以一定的限制。

作用于可变形体的外力可以是已知的外荷载或支座反力。外力一般不受物体变形和材料特性的影响，尽管它们可能与物体的质量分布有关。凡给物体所占有的空间施以外部影响而产生的力称为外力，即使这些力实际上有可能发生在物体的边界以内。例如，地球引力场对物体的影响源是在物体之外，但是它在物体内每一点都产生力，而且其大小与该点的质量密度成正比。因此，物体的单位重量可视为分布在整个物体体积以内的外力。在三维可变形体的一般情况下，外力可分为两大类：一类是**体力**，它表示单位体积内的力，作用于物体周界以内；另一类是**面力**，它表示单位面积上的力，作用于物体的边界表面上。体力可表现为物体的重量、离心力等作用。分布的支座反力或由水压所产生的力，可以视为面力。为了从数学上表达外力的分布，可将它分解为若干个平行于采用右手定则的笛卡尔直角坐标系 x 、 y 、 z 轴的分量。用 X_v 、 Y_v 、 Z_v 分别表示单位体积上体力在 x 、 y 、 z 轴上的分量，而用 X_s 、 Y_s 、 Z_s 分别表示单位面积上面力在 x 、 y 、 z 轴上的分量。外力通常体现物体结构性能的刺激源。

物体对于外力作用的反应是产生变形和**内力**。例如，研究图 2-1 中的三维物体，它在一般外力体系的作用下处于平衡。假设将该物体沿平截面 A 切开，分成 I、II 两个部分，切出面积 A 的边界如图中虚线所示。由于物体的两部分都必须维持平衡，故在每个脱离体的接触面 A 上必须产生力，以平衡作用于这些物体上的外力。按照牛顿第三定律，假如在物体 I 的面积 A 上的力为 F ，则在物体 II 的面积 A 上也将作用有一个大小相等、方向相反的力 F 。显然， F 的确切性质与划分脱离体所选择的截面有关。由于 I、II 部分重合后，力 F 所作用的面积 A 仍然落在物体的边界范围内，故 F 称为**内力**。内力 F 假定是由连续分布在面积 A 上