## 内 容 提 要

本书是为配合学习电路与系统理论课程而编写的教学参考书。全书共选例题、习题350余题。内容分为十章：前七章介绍电路和系统分析；第八章与第九章介绍网络和滤波器综合；第十章为计算机辅助分析。每章分为提要、例题分析及习题三部分，书末附有部分参考答案。

本书适于无线电电子学专业和无线电物理专业以及相近电类专业的本科生作为教学参考书使用，也可供工程技术人员参考。

责任编辑　尹　洪


高等学校教学参考书

**电路与系统理论解题指导**

徐慧芬　编

*

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京印刷二厂印装

*

开本 850×1168 1/32　印张 16.375　字数 390 000

1990 年 4 月第 1 版　　1990 年 4 月第 1 次印刷

印数 0001— 2 200

ISBN7-04-002801-8/TN·135

定价 3.95 元

# 前 言

电路与系统理论是为适应近三十年来电子科学技术领域内新的电子器件和新的数学处理方法的出现而发展和建立起来的近代电路理论。它不仅适用于线性非时变系统，也适用于非线性时变网络，并适于进行计算机辅助分析与设计，是近代电路分析与设计的基础理论。因此电路与系统理论是高等院校中无线电电子学和无线电工程等专业的一门重要的专业基础课程。为配合电路与系统理论课程的学习，我们编写了《电路与系统理论解题指导》一书。全书共选例题、习题350余题，这是根据我们几年的教学实践，自编和从国外新近出版的有关电路理论的书籍中精选出来的，为了满足部分学习优秀学生的需要，其中还收入了一些具有相当难度的、超出课程内容范围的习题。我们希望本书能对学习该门课程的学生和其他读者有所帮助。

本书在叙述上力求简明扼要，讲清基本概念、基本理论和基本方法。在每章开头对本章有关内容及重要公式做一简单介绍，并将涉及的分析(或综合)步骤归纳为清楚、明了的解题步骤；第二部分为例题分析，使读者通过有关例题分析能对本章内容从各个方面加深理解。为了帮助读者正确掌握各种方法，我们还通过例题分析比较各种方法（例如节点分析法、回路分析法及割集分析法等)的特点，使读者得以合理地选择各种解题方法。为了完善网络分析方法及增强实用性，我们还选编了有关信号流图法以及计算机辅助分析方面的内容。为了加深对各种分析方法（例如网络函数法、状态变量法、信号流图法等等)之间内在联系与区别的理解，我们在提要部分均做了有关介绍，且在例题中给予了一定的反映。每章末附有一定量的习题，全书末附有部分习题答案，以利读

# 目　　录

前言……………………………………………………………………………(1)
第一章　网络图论………………………………………………………………(1)
　提要……………………………………………………………………………(1)
　例题分析……………………………………………………………………(11)
　习题…………………………………………………………………………(38)
第二章　线性时不变网络频域分析法………………………………………(43)
　　　　(拓扑矩阵法)
　提要…………………………………………………………………………(43)
　例题分析……………………………………………………………………(61)
　习题…………………………………………………………………………(101)
第三章　线性时不变网络的端口分析………………………………………(110)
　　　　(s 域输入-输出特性)
　提要…………………………………………………………………………(110)
　例题分析……………………………………………………………………(128)
　习题…………………………………………………………………………(166)
第四章　网络的状态变量表示法……………………………………………(175)
　提要…………………………………………………………………………(175)
　例题分析……………………………………………………………………(194)
　习题…………………………………………………………………………(233)
第五章　状态方程的时域解…………………………………………………(243)
　提要…………………………………………………………………………(243)
　例题分析……………………………………………………………………(248)
　习题…………………………………………………………………………(267)
第六章　信号流图……………………………………………………………(274)
　提要…………………………………………………………………………(274)
　例题分析……………………………………………………………………(282)

习题……(324)
第七章　简单非线性电路分析……(332)
提要……(332)
例题分析……(345)
第八章　网络综合基础……(351)
提要……(351)
例题分析……(375)
习题……(417)
第九章　滤波器的综合设计……(425)
提要……(425)
例题分析……(437)
习题……(457)
第十章　网络的计算机辅助分析……(460)
提要……(460)
一、线性电阻网络的计算机辅助分析……(460)
(一) Gaussian 消去法……(460)
(二) 高斯-赛德尔迭代法……(467)
二、非线性电阻网络的计算机求解……(473)
Newton-Raphson 法……(473)
三、状态方程的计算机求解……(478)
(一) Runge-Kutta 法——显式积分法……(479)
(二) 预估-校正法——隐式积分法……(495)
参考答案……(507)
主要参考书……(515)

# 第一章 网络图论

## 提 要

电路理论包含两大主要内容，网络分析与网络综合。

网络分析的主要任务是，求解在由集总参数二端元件组成的模型化电路中，各条支路的支路电压($V_b$)与支路电流($I_b$)。而$V_b$与$I_b$受到了两类约束。一类是元件特性对本元件的电压与电流造成的约束(VCR)；另一类是元件的联接(即电路的结构)给支路电压和支路电流带来的约束。表示第二类约束关系的是基尔霍夫定律(Kirchhoff's law)。

为了便于实现计算机辅助分析(CAA)与计算机辅助设计(CAD)，在现代电路理论研究中采用了将网络内部结构与元件分开考虑的方法。而仅与网络结构有关的则为所谓网络拓扑(Topology)。

本章将介绍网络图论(Network Graph Theory)的基本概念，并研究网络的拓扑性质或与其结构性质的有关内容。

**本章主要内容：**

一、根据网络拓扑性质由网络画出网络线图。

二、将网络线图表示为矩阵形式。

三、将与网络结构有关的KCL与KVL写成矩阵形式。

四、介绍网络矩阵间及各支路变量间关系。

五、特勒根(Tellegen)定理。

## 一、网络图论的基本术语

节点(node) 线段的端点或孤立的点 $n_i$。

支路(branch) 若一线段 $b_k$ 连接两个节点 $n_i$、$n_j$ 于其两个终端，则此线段称为支路。

线图(graph) 节点与支路的总体G。

连通线图(connected graph) 若一线图 G 的任何两个节点间至少存在一条通路，则此线图称为连通线图。

通路(path) 长度为 $m$ 的通路是 $m$ 条不同支路与 $m+1$ 个不同节点依次连接而成的一条路径。

回路(loop) 长度为 $m$ 而始端节点与终端节点相重合的通路。

树(tree) 连通线图G的树T是具有下列性质的 G 的连通子线图：

($a$) T 包含 G 的所有节点；

($b$) T 不包含任何回路。

树支(tree branches) 树 T 的各支路。

链支(弦) [links(chord)] G 中非树支的支路。

割集(cutset) 连通线图中的一个割集是一个数量最少的支路的集合，当删除该集合以后，能使线图分成两个分离的子图。

基本回路(fundamental loop) 线图 G 中相应于树 T 的基本回路，是由一条链支及一组唯一的树支支路所构成的回路。

基本割集(fundamental cutset) 线图G 中相应于树 T的基本割集是由一条树支及一组唯一的链支所构成的割集。

## 二、网络与其拓扑性质

### (一) 由网络画出网络线图

利用拓扑理论分析网络的第一步，即是由网络画出网络线图。

1. 将网络中每个二端元件进行编号与取向，并对网络节点也进行编号。

2. 将网络中每个二端元件(不管元件的性质)用一条支路 $b_k$ 表示(本书中采用的支路有"简单支路"与"一般支路"，将在后面有关章节分别介绍)；而元件的每一端用节点 $n_i$ 表示。这样我们就得到了网络的线图 G。

3. 若进一步将线图 G的每条支路标以一定的方向，并对其支路与节点也进行编号(编号和取向均应与原网络各支路、节点的编号和取向相一致)。所得到的 G 称为有向线图(oriented graph)。

所得到的线图可以是连通线图，也可以是不连通线图。

4. 由给定网络画出的线图其形状不是唯一的，只要其节点与支路间关系相同，其形状可以是各种各样的。

为了利用线图分析网络，还需进一步对其拓扑性质进行分析，即需对给定的线图建立树、基本回路与基本割集。

(二) 树、基本回路与基本割集的建立

设 G为具有$N+1$个节点及 $B$条支路的连通线图(以下凡提有向图 G均具有此条件，不再重述)。

1. 建立树

(1) 按照树的定义对线图 G选定一树 T。

(2) 通常用实线表示树支，用虚线表示链支。

其树支数为 $N$，链支数为 $B-N$。

(3) 线图 G的所有树的总数为

$$n_T=\det(AA^t)$$

$A$为该线图的关联矩阵。

2. 基本回路建立方法

(1) 对线图 G选定一树 T。

(2) 在树 T上加一根链支及若干条相关的树支，得一基本回

路。用符号 $l_i$ 表示 $(i=1,2,\cdots,B-N)$，$l$ 的取向可为顺时针或逆时针。

(3) 依次加上树T的所有链支，就得到了所有的基本回路。

基本回路数＝链支数＝$B-N$

3. 基本割集建立方法

(1) 对线图G选定一树T。

(2) 每切断树T的一根树支及若干条相关的链支，就得一基本割集。用符号 $C_i(i=1,2,\cdots,N)$ 表示，$C$ 的取向可指向节点或离开节点。

(3) 依次切断树T的所有树支，就得到所有的基本割集。

基本割集数＝树支数＝$N$

## 三、由线图写出矩阵

由于计算机储存图很困难，储存矩阵较方便，所以需要用矩阵表示图。即由所画出的网络线图G写出矩阵。

这里主要介绍以下三种基本矩阵的列写方法。

(一) 列写关联矩阵

1. 列写增广关联矩阵(augmented incidence matrix)

(1) 对线图G的支路与节点进行编号并对支路取向。

(2) 对有向线图G列写增广关联矩阵 $\boldsymbol{A}_a$。

$\boldsymbol{A}_a$ 为 $(N+1)\times B$ 矩阵，表示为

$$\boldsymbol{A}_a=(a_{kj})$$

其元素 $a_{kj}$ 按下述规定写出：

$a_{kj}=+1$ 当 $b_j$ 与 $n_k$ 相关联，且其方向离开 $n_k$ 时；

$=-1$ 当 $b_j$ 与 $n_k$ 相关联，且其方向指向 $n_k$ 时；

$=0$ 当 $b_j$ 与 $n_k$ 不相关联时。

增广关联矩阵 $\boldsymbol{A}_a$ 的秩为$N$。

2. 列写关联矩阵(incidence matrix)

从 $A_a$ 中删去任一行所得的 $N\times B$ 矩阵，即为关联矩阵。

与被删去的行相应的节点称为参考点或基准点。

因此，增广关联矩阵是反映线图中各节点与支路之间相互联接关系的矩阵。由图可以写出矩阵 $A_a$，由矩阵 $A_a$ 也完全可以画出相应的线图，图与矩阵一一对应。而且，对于一个增广关联矩阵 $A_a$，其线图的形状不是唯一的，只要其节点与支路间关系不变。

（二）列写基本割集矩阵

1. 对有向图 G选定一树 T。

2. 按组成基本割集的方法，找出 G中所有的基本割集，并对其进行编号与取向。

3. 对于所得到的基本割集列写基本割集矩阵。

基本割集矩阵 $Q_f$ 为 $N\times B$ 矩阵。表示为

$$Q_f=(q_{kj})$$

其元素 $q_{kj}$ 按下述规定写出：

$q_{kj}=+1$　当 $b_j$ 在 $c_k$ 之中，并与 $c_k$ 取向相同时；

$=-1$　当 $b_j$ 在 $c_k$ 之中，并与 $c_k$ 取向相反时；

$=0$　当 $b_j$ 不在 $c_k$ 之中。

$c_k$ 为相应于树 T 的基本割集。

基本割集矩阵的秩为$N$。即为线图 G的基本割集数。

4. 特殊规定写法

如 $Q_f$ 按特殊规定编号，则可以分块如下：

$$Q_f=[1 \vdots F]$$

式中，1 为与树支相应的单位矩阵，$F$ 为与 T的链支相应的 $N\times(B-N)$ 矩阵。

规定：

(1) 选取G的一个树T。

(2) 把T的各支路标以$b_1, b_2, \cdots, b_N$，再把剩余的支路标以$b_{N+1}, \cdots, b_B$。

(3) 将与树支$b_1, b_2, \cdots, b_N$相应的基本割集分别以$c_1, c_2, \cdots, c_N$表示，并使$c_k$的取向与树支$b_k$一致($k=1,2,\cdots,N$)。

(4) 列写基本割集矩阵时，列的顺序为先树支后链支。

(三) 列写基本回路矩阵

1. 对有向图G选定一树T。

2. 按组成基本回路的方法，找出G中所有的基本回路，并进行编号与取向。

3. 对于所得到的基本回路列写基本回路矩阵$\boldsymbol{B}_f$。

基本回路矩阵$\boldsymbol{B}_f$为$(B-N)\times B$矩阵。表示为

$$\boldsymbol{B}_f=(b_{kj})$$

其元素$b_{kj}$按下述规定写出：

$b_{kj}=+1$　当$b_j$在回路$l_k$中，且与$l_k$取向相同时；

$=-1$　当$b_j$在回路$l_k$中，且与$l_k$取向相反时；

$=0$　当$b_j$不在回路$l_k$中时。

$l_k$为相应于树T的基本回路。

基本回路矩阵的秩为$B-N$。即为线图G的基本回路数。

4. 特殊规定写法

如基本回路矩阵$\boldsymbol{B}_f$按特殊规定编号，则可以分块为

$$\boldsymbol{B}_f=[-\boldsymbol{F}^t \vdots \mathbf{1}]$$

式中$\mathbf{1}$为与树T的链支相应的$(B-N)\times(B-N)$单位矩阵，$\boldsymbol{F}$与基本割集矩阵分块中的$\boldsymbol{F}$相同。

规定：

有向线图G中树支与链支编号与基本割集矩阵分块规定相同，用$l_k$表示与$b_{N+k}$相应的基本回路，$k=1,2,\cdots,B-N$。并选$l_k$

的取向与 $b_{N+k}$ 一致。列写基本回路矩阵时，列的顺序为先链支后树支。

注意，对线图G的支路的编号与取向；基本回路与基本割集的编号与取向，完全可以是任意的。采用上述特殊编号形式，是为了证明某些定理方便，以及在某些情况（"状态变量法"中采用"拓扑分块法"时，"拓扑矩阵法"中采用"割集分析法"时等等）下使用。

## 四、Kirchhoff 电流定律（KCL）及 Kirchhoff 电压定律（KVL）的矩阵形式

下面尚需进一步将表示网络内部结构约束关系的 Kirchhoff 电流定律与 Kirchhoff 电压定律写为矩阵形式。

1. 用关联矩阵表示 KCL

（1）对某给定网络（具有 $B$ 条支路，$N+1$ 个节点），用箭头任意标定每一支路电流方向，而且对支路与节点编号。

（2）画出该网络的网络线图，并将线图各支路、节点编号和取向（编号和取向均应与网络各支路和节点相对应）。

（3）任意选一参考节点（通常选地为参考节点），写出关联矩阵 $A$。

（4）根据关联矩阵 $A$ 的定义，可知表示该网络的 KCL 方程的矩阵形式为

$$AI_b=0$$

$I_b$ 为网络支路电流矢量：

$$I_b=[i_{b_1}, i_{b_2}, \cdots, i_{b_B}]^t$$

2. 用基本割集矩阵表示 KCL

（1）对网络（具有 $B$ 条支路，$N+1$ 个节点）支路与节点进行编号，并对每一支路电流用箭头任意标定方向。

（2）画出网络对应的线图，并将线图中各支路与节点编号、取

向(编号与取向均应与网络各支路与节点编号与取向相对应)。

(3) 选定一树 T，找出网络所有的基本割集（基本割集数$=N$),并对基本割集进行编号与取向。

(4) 写出该网络线图基本割集矩阵 $\boldsymbol{Q}_f$。

(5) 根据基本割集矩阵定义,可知表示该网络的KCL 方程矩阵形式为

$$\boldsymbol{Q}_f\boldsymbol{I}_b=\boldsymbol{0}$$

$\boldsymbol{I}_b$为网络支路电流矢量:

$$\boldsymbol{I}_b=[i_{b_1}, i_{b_2}, \cdots, i_{b_B}]^t$$

3. 用基本回路矩阵表示KVL

(1) 对网络(具有 $B$条支路,$N+1$个节点)支路与节点进行编号,并对每一支路电流用箭头任意标定方向。

(2) 画出网络对应的线图,并将线图中各支路、节点编号和取向(编号和取向均应与网络各支路、节点编号和取向相对应)。

(3) 对有向图 G选定一树 T。按组成基本回路的方法,找出 G中所有的基本回路(基本回路数$=B-N$);并对基本回路进行编号与取向。

(4) 写出基本回路矩阵 $\boldsymbol{B}_f$。

(5) 根据基本回路矩阵定义，可知表示该网络的KVL 的矩阵形式为

$$\boldsymbol{B}_f\boldsymbol{V}_b=\boldsymbol{0}$$

$\boldsymbol{V}_b$ 为网络支路电压矢量:

$$\boldsymbol{V}_b=[v_{b_1}, v_{b_2}, \cdots, v_{b_B}]^t$$

## 五、网络矩阵间及各支路变量间关系

对于矩阵$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}_f$ 及 $\boldsymbol{Q}_f$，由于它们是从同一个线图得到的，当然相互之间存在内在关系。

可以证明下述关系成立：

$$AB_f^t = 0$$

$$B_f Q_f^t = 0$$

$$Q_f B_f^t = 0$$

支路变量间关系：

$$V_L = F^t V_T$$

$$V_b = Q_f^t V_T$$

$$I_T = -F I_L$$

式中，下标"T"代表树支，"L"代表链支。

支路电流与回路电流间关系：

$$I_b = B_f^t I_l$$

支路电压与节点电压间关系：

$$V_b = A^t V_n$$

利用这些关系，在求解支路电流与支路电压时可以带来方便。

## 六、Tellegen 定理及其应用

Tellegen 定理是网络理论中最普遍的定理。对于任何集总参数电路，不论所包含的元件是线性的还是非线性的，有源的还是无源的，时变的还是非时变的，该定理均有效。这种普遍性的根据在于，Tellegen 定理的导出只依据KCL 与 KVL，即只与结构有关而与元件特性无关。

**定理** $$V_b^t I_b = 0$$

其物理意义是功率求恒，即能量守恒。

**推广** 两个由集总参数二端元件构成的网络 Π 及 $\hat{\Pi}$，其线图相同。若用 $V_b$、$I_b$ 及 $\hat{V}_b$、$\hat{I}_b$ 分别表示相应的支路电压矢量及支路电流矢量，则对所有 $t$ 可得：

$$V_b^t(t)\hat{I}_b(t) = 0$$

$$\hat{V}_b^t(t)I_b(t)=0$$

其推广不能看作功率守恒，因为它们表示了一个网络的电压和另一个网络的电流。它们唯一的约束是具有同样的线图，也即具有相同的拓扑结构。

## 七、平面网络、网孔矩阵与 Kirchhoff 电压定律

平面网络(planar network)

网络的线图能绘于平面上，而且其任何两条支路，除去在节点处相交外，均不相交。

网孔(mesh)

连通平面线图的一个回路，其内部不存在任何支路。

具有 $N+1$ 个节点与 $B$ 条支路的连通平面网络中恰好存在 $B-N$ 个网孔。且若将这些网孔标以序号，从 $m_1$ 到 $m_{B-N}$，并对每一网孔指定取向(顺时针方向或逆时针方向)，则有网孔矩阵 $\boldsymbol{M}$ 是 $(B-N)\times B$ 矩阵。

即
$$\boldsymbol{M}=(m_{kj})$$

式中

$m_{kj}=1$ 当 $b_j$ 在网孔 $m_k$ 中，且取向相同时；

$=-1$ 当 $b_j$ 在网孔 $m_k$ 中，且取向相反时；

$=0$ 当 $b_j$ 不在网孔 $m_k$ 中时。

KVL 矩阵形式

$$\boldsymbol{M}\boldsymbol{V}_b=\boldsymbol{0}$$

# 例 题 分 析

**由电路图→线图**

**例 1-1** 某电路图如图 1-1 所示。试请画出其网络线图。

**解:** 根据“简单支路”定义(一个元件为一条支路),画出其网络线图,如图 1-1-($a$)所示。

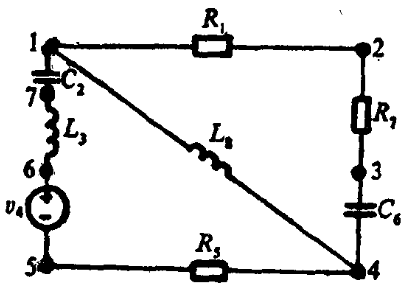



图 1-1

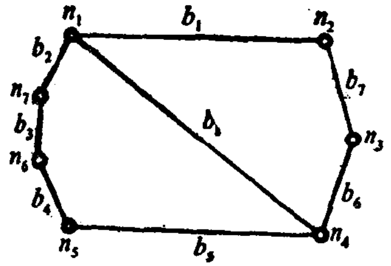



图 1-1-($a$)

该线图包括 7 个节点和 8 条支路。

在利用“拓扑分块法”列写网络状态方程时,采用“简单支路”概念(这将在第四章状态变量法中介绍)。

**由电路图→线图**

**例 1-2** 某电路图如图 1-2 所示,试请画出其网络线图。

**解:** 该电路中电感 $L_1$ 与 $L_2$ 之间存在互感($M$)耦合。但是值得注意的是,由于网络线图不表示网络中元件本身的特性,仅仅是与其拓扑性质有关的一种图。线圈之间的磁耦合是属于网络中支路的特征而不是网络线图的特征,故其线图中不表示出磁耦合 $M$。

按照线图定义,该电路图可画为一具有 5 个节点和 8 条支路的网络线图。如图 1-2-($a$) 所示。且该线图的每条支路均标明了方向,故为有向线图。

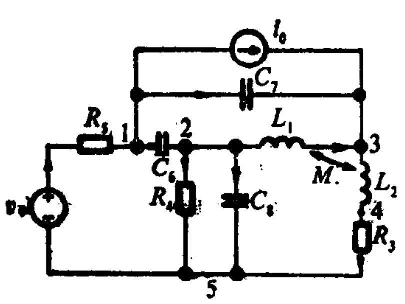



图 1-2

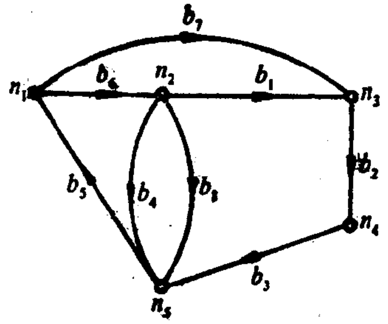


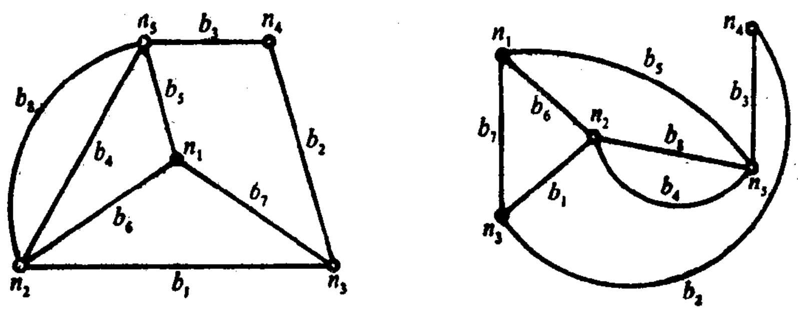

图 1-2-($a$)

值得注意的是:

(1) 在由图 1-2 所示电路图画出网络线图 1-2-($a$) 中，采用了标准支路概念(关于标准支路，我们将在第二章中介绍)。即将电压源 $v_0$ 与电阻 $R_5$ 视为一条支路($b_5$);电流源 $i_0$ 与电容 $C_7$ 视为一条支路($b_7$)。而支路 $b_2$ 与 $b_3$ 可视为一条支路也可视为两条支路,本题是作为两条支路来处理的。

(2) 线图中每条支路的编号与方向应与电路图中相应支路的编号与取向一致。

(3) 由于在线图中，描述其特征的是节点与支路的关系，而与节点处于什么位置、线的长短、图的弯曲程度均无关。故图 1-2-($b$)及($c$)也表示图 1-2 所示电路图的网络线图。




($b$) ($c$)

图 1-2-($b$),($c$)

**由电路图→线图**

**例 1-3** 某电路如图 1-3 所示，试请画出其网络线图。

**解**：该网络线图为一不连通线图，其中包括两个分离的子图。如图 1-3-(*a*) 所示。

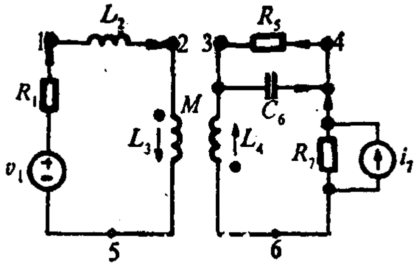



图 1-3

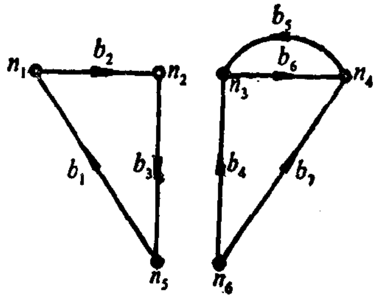



图 1-3-(*a*)

该网络线图包括 6 个节点和 7 条支路。

**线图的树、割集与回路**

**例 1-4** 有平面线图如图 1-4 所示，试求出：

(*a*) 此线图中所有的树；

(*b*) 此线图中所有的割集；

(*c*) 此线图中所有的回路。

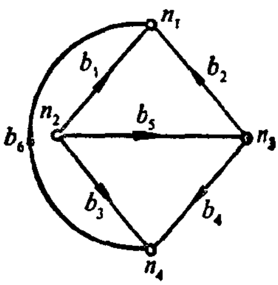



图 1-4

**解**：该线图具有 $N+1=4$ 个节点和 $B=6$ 条支路。