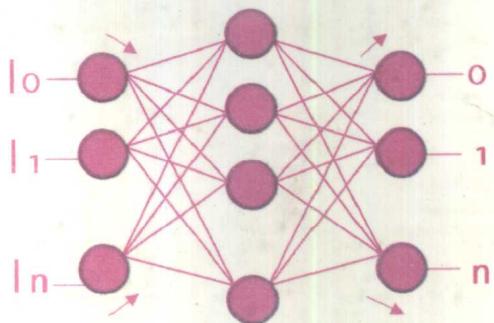


M H K Z J S J Q Y Y



# 模糊控制技术 及其应用

杨辉 王金章 著  
江西科学技术出版社

# 模糊控制技术及其应用

杨辉 王金章著

江西科学技术出版社

## 图书在版编目(CIP)数据

---

模糊控制技术及其应用/杨辉

—江西南昌:江西科学技术出版社

ISBN 7-5390-1227-7

I . 模糊控制技术及其应用

II . 杨辉

III . 自动控制理论

IV . TP·13

国际互联网(Internet)地址:

HTTP://WWW.NCU.EDU.CN:800/

---

模糊控制技术及其应用

杨辉等编

---

出版 江西科学技术出版社  
发行  
社址 南昌市新魏路 17 号  
邮编:330002 电话:(0791)8513294 8513913  
印刷 南昌市印刷十一厂  
经销 各地新华书店经销  
开本 787×1092 1/16  
字数 39 万  
印张 15.25  
印数 2000 册  
版次 1997 年 9 月第 1 版 1997 年 9 月第 1 次印刷  
书号 ISBN 7-5390-1227-7/TP·9  
定价 20.00 元

---

(赣科版图书凡属印装错误,可向出版社发行部或承印厂调换)

# 序

1965年美国控制论专家L.A.Zadeh创立了模糊集合论,从而为描述、研究和处理模糊性现象提供了新的工具。一种应用模糊集理论来建立系统模型、设计控制器的新型方法——模糊控制也相继问世。模糊控制的核心是利用模糊集合理论,把人的控制策略的自然语言描述转化为计算机能接受的算法语言所描述的控制算法,它不仅能实现控制,而且能模拟人的思维方式对一些无法构造数学模型的被控对象进行有效的控制。

随着计算机及其相关技术的发展,模糊控制也由最初的经典模糊控制发展到自适应模糊控制、专家模糊控制和基于神经网络的自学习模糊控制。其实现方式也由最初的在微型机(单片机)上用软件方法实现发展到应用模糊控制开发软件在单片机上实现及目前由模糊单片机、模糊计算机直接控制。

模糊控制作为智能控制领域中最具实际意义的一种控制方法,已在工业控制、家用电器自动化及其它行业解决了传统控制方法无法或难以解决的问题,取得了令人瞩目的成效。已引起越来越多控制理论研究人员及相关领域的广大工程技术人员的极大兴趣。模糊控制理论和应用虽已取得很大进展,但就目前状况看,尚缺乏重大突破,因此模糊控制无论在理论上和应用上都有待进一步深入研究和探讨。

本书作者从工程应用的角度出发,参阅大量国内外文献资料,结合其多年来从事模糊控制系统的教学、研究和开发经验,系统、全面地论述了模糊控制及其应用各方面的最新研究成果,并结合具体实例给出了一系列简单、实用的模糊控制算法,内容丰富,材料翔实。既可作大专院校相关专业教材和教学参考书,又可供应用该技术进行研究、开发的工程技术人员参考,故为之序。

杨自厚  
1997.2.18

3537 / 8

## 前　　言

近几十年来控制理论取得了很大的进步,有效地推动了科学技术的发展,但是随着科学技术和生产的迅速发展,一些大型、复杂和不确定性难以建立精确数学模型的系统,用原有的控制理论很难实现有效的控制。近年来,十分热门的自适应控制,虽然在一定程度上解决了不确定性问题,但其本质上仍然要求对象模型的在线辨识,故算法复杂、运算量大,而且自适应控制技术的稳定性和鲁棒性问题,还没有很好解决,从而使其应用范围受到一定限制。事实上,任何一个有效的工业过程控制系统的设计,都不能由控制理论单独解决,都隐含着人的直觉推理(Heuristics)。原有的控制理论,单纯的数学解析结构,难以处理有关对象的一些定性信息,难以运用人的经验知识、技巧和直觉推理,因而难以满足对复杂控制系统的设设计要求。

自 70 年代初,美国学者 Saridis 等人从控制论角度总结人工智能技术与自适应、自学习和自组织控制的关系,并把人工智能技术引入控制系统,正式提出建立智能控制理论的设想以来,智能控制理论得到迅速发展。

智能控制最早研究的一个分支是 Saridis 等人提出的人-机交互式分级递阶智能控制。与此同时,从模仿人的控制决策方法入手,智能控制的另一研究方向——规则控制(rule-based control)也在积极展开。人们从控制工程实践中认识到,当一般的数学解析方法无能为力时,根据直观的过程行为知识来构成直觉推理的控制十分有效。而以“IF 状态 THEN 作用”形式表示的规则,为描述这些信息处理和控制决策提供了一个方便的结构。自 1965 年美国自动控制学者,加利福尼亚大学教授 Zadeh 创立模糊集合论,并被用于过程控制以来,规则控制逐渐成为智能控制的一个重要研究分支。

将模糊集理论用于自动控制而形成的模糊控制理论,得到了迅速的发展,其原因在于对那些时变的非线性的复杂系统,无法获得精确数学模型时,利用具有智能的模糊控制器能给出有效的控制。例如,在炼钢、化工、人文系统、经济系统及医学心理等系统中,要得到正确且精密的数学模型是相当困难的。对于这些过程却具有大量的以定性的形式表示的极重要的先验信息,以及仅仅是用语言规定的性能指标。同时,要求过程的操作人员是系统的基本组成部分等。所有这些都是一种不精确性,应用现代控制理论是很难实现控制的,但是,这类系统由人来控制却往往容易做到。这是因为过程操作人员的控制方法是建立在直观的和经验的基础上,他凭借实践积累的经验,察言观色,采取适当的对策完成控制任务,于是,人们把操作人员的控制经验归纳成定性描述的一组条件语句,然后利用模糊集理论将其定量化,使控制器得以接受人的经验、模仿人的操作策略,这样就产生了以模糊集合论为基础的模糊控制器。模糊控制理论的提出是控制思想的一次深刻变革,它标志着人工智能发展到一个新阶段。

当今,模糊控制技术已广泛应用于工业过程控制、家用电器智能化、仪器仪表自动化、计算机及电子技术应用等领域。学习和掌握模糊控制技术,已成为相关领域广大工程技术人员

员、新产品研究开发人员及大专院校相关专业师生的迫切需要。为此,我们编著了《模糊控制技术及其应用》一书。

本书从工程应用角度出发,根据作者多年从事模糊控制系统教学、研究、开发经验,参阅国内外有关文献资料,系统、全面地论述了模糊控制理论及其应用各方面的最新研究成果。全书共分八章,第一章介绍学习模糊控制理论的基础知识;第二章介绍模糊控制的工作原理和设计方法;第三章论述单变量模糊控制器;第四章论述自适应模糊控制方法;第五章论述多变量模糊控制器及其实现方法;第六章论述模糊控制系统的稳定性分析方法;第七章介绍模糊控制系统的语言分析与综合方法;第八章论述模糊控制的实现方式及其在工程控制中的应用实例。

本书在撰写过程中曾得到很多专家、学者、朋友的支持和帮助,特别是得到东北大学郎世俊教授、杨自厚教授,南昌大学刘政欧教授、胡熹平教授,江西省科学院陈协研究员,江西中医学院陈宝国副教授等的指导和帮助,在此谨表诚挚的谢意。另外在成书过程中参考了书末所列的一些著作和论文,在此对这些著作和论文的作者深表感谢。最后,要对江西科学技术出版社的熊健耕编审和江西师范大学王金莲老师的指导帮助及刘虹云同志对本书全部手稿的计算机录入,表示衷心的谢忱。

书中疏漏不妥之处,恳请读者批评指正。

著者

1996.12

# 目 录

<b>第一章 模糊控制理论基础 .....</b>	(1)
1.1 普通集合与模糊集合 .....	(1)
1.1.1 普通集合及其运算 .....	(1)
1.1.2 模糊集合及其运算 .....	(4)
1.2 模糊关系、模糊矩阵与模糊变换 .....	(10)
1.2.1 模糊关系、模糊矩阵 .....	(10)
1.2.2 模糊变换 .....	(14)
1.3 模糊逻辑及函数 .....	(16)
1.3.1 模糊逻辑 .....	(16)
1.3.2 模糊逻辑的运算 .....	(18)
1.3.3 模糊逻辑公式 .....	(19)
1.3.4 模糊逻辑函数 .....	(19)
1.4 模糊语言 .....	(22)
1.4.1 语言变量 .....	(22)
1.4.2 模糊算子 .....	(23)
1.5 模糊推理 .....	(25)
1.5.1 模糊推理的 CRI 法 .....	(25)
1.5.2 模糊条件语句及其推理方法 .....	(27)
<b>第二章 模糊自动控制的工作原理和设计方法 .....</b>	(31)
2.1 模糊自动控制的工作原理 .....	(31)
2.2 模糊控制器的结构设计 .....	(32)
2.3 精确量的模糊化 .....	(34)
2.4 模糊控制器的控制算法 .....	(39)
2.4.1 基于操作人员的经验和控制工程师知识的模糊控制算法 .....	(40)
2.4.2 基于操作人员控制作用的模糊控制算法 .....	(44)
2.4.3 基于被控对象模糊模型的模糊控制算法 .....	(47)
2.5 模糊量的判决方法 .....	(55)
<b>第三章 单变量模糊控制器 .....</b>	(57)
3.1 状态评价模糊控制器 .....	(57)
3.1.1 一个实用的单输出模糊控制器 .....	(58)
3.1.2 单变量模糊控制器的简便算法 .....	(66)
3.2 预测模糊控制器 .....	(68)
3.3 模糊动态系统及其控制 .....	(70)
3.3.1 模糊动态系统模型 .....	(70)
3.3.2 模糊关系方程的解法和模糊控制系统的综合 .....	(72)
3.4 模糊-线性复合控制 .....	(74)

<b>第四章 自适应模糊控制</b>	.....	(78)
4.1 基于规则修改的自适应模糊控制器	.....	(78)
4.1.1 自组织模糊控制器	.....	(79)
4.1.2 带修正因子的自适应模糊控制器	.....	(89)
4.2 参数自校正模糊控制器	.....	(90)
4.2.1 控制器参数与系统输出特性的关系	.....	(91)
4.2.2 参数自整定算法	.....	(93)
4.2.3 仿真实验	.....	(95)
4.3 模型参考模糊自适应控制	.....	(101)
4.4 神经网络自学习模糊控制器	.....	(105)
4.4.1 神经网络的基本原理	.....	(105)
4.4.2 神经网络的学习算法	.....	(109)
4.4.3 神经网络模糊控制器	.....	(114)
<b>第五章 多变量模糊控制器</b>	.....	(122)
5.1 多变量模糊控制系统的结构	.....	(122)
5.1.1 多变量开环模糊控制系统的结构	.....	(122)
5.1.2 多变量系统的联接	.....	(126)
5.1.3 多变量闭环模糊控制系统的结构	.....	(131)
5.2 多变量模糊控制器	.....	(134)
5.2.1 模糊控制器的简化算法	.....	(135)
5.2.2 基于规则分解的多变量模糊控制器	.....	(138)
5.3 多变量模糊控制的实现	.....	(143)
5.3.1 多变量解耦模糊控制系统	.....	(143)
5.3.2 多变量模糊控制系统仿真	.....	(149)
<b>第六章 模糊控制系统的稳定性分析</b>	.....	(153)
6.1 系统的稳定性	.....	(153)
6.2 模糊控制系统的描述函数分析	.....	(154)
6.2.1 非线性特性的描述函数	.....	(154)
6.2.2 非线性控制系统的描述函数分析	.....	(156)
6.2.3 模糊控制器的多值继电器模拟	.....	(158)
6.2.4 基于模糊控制器代数模型的系统稳定性分析	.....	(161)
6.3 模糊控制系统的波波夫稳定性分析	.....	(166)
6.3.1 波波夫稳定判据	.....	(166)
6.3.2 模糊控制系统波波夫稳定性分析	.....	(168)
6.4 李雅普诺夫分析法	.....	(170)
6.4.1 判定系统稳定性的李雅普诺夫方法	.....	(171)
6.4.2 模糊控制系统的李雅普诺夫分析	.....	(173)
6.4.3 基于李雅普诺夫第二法的模糊控制器设计	.....	(176)
6.5 模糊动态系统的稳定性分析	.....	(179)
6.5.1 基本概念	.....	(179)
6.5.2 模糊动态系统的能量	.....	(181)
6.5.3 模糊动态系统的稳定性	.....	(184)

<b>第七章 模糊控制系统的语言分析与综合</b>	.....	(192)
7.1    模糊系统的语言模型	.....	(192)
7.2    模糊系统的语言分析	.....	(193)
7.2.1 语言稳定状态分析	.....	(193)
7.2.2 语言动态特性分析	.....	(194)
7.2.3 闭环系统的语言分析	.....	(196)
7.3    模糊控制器的语言综合	.....	(199)
<b>第八章 模糊控制在工程控制中的应用</b>	.....	(206)
8.1    模糊控制实现方式	.....	(206)
8.1.1 单片机模糊控制方式	.....	(206)
8.1.2 模糊单片机	.....	(208)
8.2    模糊-PID 控制器在蒸气养护窑温度控制中的应用	.....	(212)
8.3    自组织模糊控制器在电弧炉电极调节系统中的应用	.....	(217)
8.4    模糊控制在轧机厚度自动控制系统中的应用	.....	(224)
<b>参考文献</b>	.....	(232)

# 第一章 模糊控制理论基础

模糊控制是一种新型的控制方法,其理论基础和实现方法均与传统的控制方法有很大的区别。为此,本章首先介绍学习模糊控制所需掌握的模糊集合论基础知识。

## 1.1 普通集合与模糊集合

集合是数学中最基本的概念,它是描述和表现各学科的抽象语言和系统。正如普通集合是现代数学的基础一样,模糊集合是模糊数学的理论基础。模糊集合是普通集合的推广和扩充,模糊集合论是由美国控制论专家 L. A. Zadeh 在其发表的论文“Fuzzy Sets”中提出并逐步发展起来的。

### 1.1.1 普通集合及其运算

集合是数学中最基本概念之一,如同点、线、面一样,不能给出一个严格的数学定义,只能用一些例子描述它。例如,男人构成的集合、女人构成的集合、中学生构成的集合,自然数构成的集合等等。在数学中,把这种具有某种共同属性的全体对象叫做集合或集。集合里的每一个成员叫做这个集合的元素或元。

通常我们用大写英文字母  $A, B, C, \dots$  表示集合,用小写字母  $a, b, c, \dots$  表示元素,如元素  $a$  属于集合  $A$ ,记作

$a \in A$  (读作  $a$  属于  $A$ ),

如元素  $b$  不属于集合  $A$ ,则记作

$b \notin A$  (读作  $b$  不属于  $A$ ),

(1)一个集合可用下面方法表示

①列举法 把集合所包含的元素,逐一写在一个花括号 {} 里,例如 10 到 20 间的素数 11,13,17,19 所组成的集合,可记作

$\{11, 13, 17, 19\}$ ;

②定义法 就是用构成集合的定义来表示集合,也就是用集合的共性来描述集合,即把集合共性的一般形式和它的满足条件,写在花括号 {} 里,中间用竖线分开,例如全体偶数的集合,可记作

$\{2n | n \in \mathbb{Z}\}$  或  $\{2n | n \text{ 为整数}\}$ ;

③特征函数法 用特征函数  $C_A(x)$  表示,集合  $A$  的特征函数定义为:

$$C_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A, \\ 0, & x \notin A. \end{cases}$$

例如：学习组共有 6 人， $x_1, x_2, \dots, x_6$ ，其中“男生”与“女生”构成的集合可分别表示为：

$$\text{男生} = 0/x_1 + 1/x_2 + 0/x_3 + 1/x_4 + 1/x_5 + 1/x_6,$$

$$\text{女生} = 1/x_1 + 0/x_2 + 1/x_3 + 0/x_4 + 0/x_5 + 0/x_6$$

其中加号不是相加，借用来表示列举，分式不是除，分母表示元素的名称，分子为该元素对应的特征函数，即  $a/x_i$  表示  $C_A(x_i) = a$ .

### (2) 集合的相等

关于集合  $A, B$ ，若  $x \in A$ ，则  $x \in B$ ，并且若  $x \in B$ ，则  $x \in A$ ，二者都成立时，即当  $A$  与  $B$  是由完全相同的元素构成的集合时，则称  $A$  与  $B$  相等并用  $A=B$  来表示，即

$$A=B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Leftrightarrow x \in B).$$

$A$  与  $B$  不是相等的集合时，记作  $A \neq B$ .

例如： $\{1, 2, 3\} = \{1, 3, 2\}$ ,

$$\{1, 2, 3\} \neq \{1, 3\}.$$

### (3) 子集、空集、全集

关于两个集合  $A, B$ ，若  $x \in A$ ，则  $x \in B$  时，即  $A$  的元素都属于  $B$  时，则称  $A$  为  $B$  的子集，或  $B$  包含  $A$ ，记作  $A \subseteq B$  或  $B \supseteq A$ ，即

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in B).$$

若  $A \subseteq B$ ，但  $A \neq B$ ，则称  $A$  为  $B$  的真子集，记作  $A \subset B$ .

例如： $\{1, 2\} \subseteq \{1, 2, 3\}$  且  $\{1, 2\} \subset \{1, 2, 3\}$ .

不包含元素的集合，称为空集，记作  $\emptyset$ .

讨论对象的全体称为全集，又叫做论域.

### (4) 并集、交集、差集和补集

$A, B$  两个集合，那么属于  $A$  或者属于  $B$  的所有元素构成的集合，称为  $A$  与  $B$  的并集，记作  $A \cup B$ ，即

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}.$$

$A, B$  两个集合，那么属于  $A$  同时又属于  $B$  的所有元素构成的集合，称为  $A$  与  $B$  的交集，记作  $A \cap B$ ，即

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}.$$

显然， $A \cap B$  是  $A, B$  的子集，并且任何集合只要同时是  $A, B$  的子集，那么它一定是  $A \cap B$  的子集，因此  $A \cap B$  是同时包含  $A, B$  中的最大子集.

符号  $\cup, \cap$  分别称为求并运算符号，求交运算符号.

若  $A \cap B = \emptyset$ ，即当  $A, B$  没有相同的元素时，则称  $A$  与  $B$  不相交或互质.

例：若  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 4\}, C = \{4, 5\}$ ，

则  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}, A \cap B = \{2, 3\}, A \cap C = \emptyset$ .

对于集合  $A, B$ ，由属于  $A$  但不属于  $B$  的所有元素构成的集合，称为  $A$  与  $B$  的差集，记作  $A - B$ ，即

$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}.$$

称  $\Omega - A$  为  $A$  补集，记作  $\bar{A}$ ，即

$$\bar{A} = \Omega - A = \{x \mid x \notin A, x \in \Omega\}.$$

例：设  $N$  为自然数集  $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$ ,  $\Omega$  为整数集  $\{0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots\}$ , 则

$$\bar{N} = \{-1, -2, -3, \dots\}.$$

### (5) 集合运算性质

以下不加证明地给出集合运算的几个性质。

#### ① 幂等律

$$A \cup A = A,$$

$$A \cap A = A;$$

#### ② 交换律

$$A \cup B = B \cup A,$$

$$A \cap B = B \cap A;$$

#### ③ 结合律

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C),$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C);$$

#### ④ 吸收律

$$A \cup (A \cap B) = A,$$

$$A \cap (A \cup B) = A;$$

#### ⑤ 分配律

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C);$$

#### ⑥ 对合律(复归律)

$$\bar{\bar{A}} = A;$$

#### ⑦ 对偶律或德·莫尔甘(De. Morgan)定律

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B},$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B};$$

#### ⑧ 互补律

$$A \cup \bar{A} = \Omega, A \cap \bar{A} = \emptyset,$$

$$A \cup \Omega = \Omega, A \cap \Omega = A,$$

$$A \cup \emptyset = A, A \cap \emptyset = \emptyset.$$

### (6) 集合的笛卡尔乘积

集合  $A, B$ , 把  $A$  中的任一元素  $x$  与  $B$  中的任一元素  $y$  搭配起来, 作成一个有序对  $(x, y)$ , 以所有这些有序对为元素构成的集合, 称为  $A$  与  $B$  的笛卡尔乘积, 或  $A$  与  $B$  的直积, 记作  $A \times B$ . 即

$$A \times B = \{(x, y) \mid x \in A, y \in B\}.$$

必须注意,  $A \times B$  中元素  $(x, y)$ , 其中  $x, y$  的次序是不能颠倒的, 即直积不具备交换律.

例如, 设  $A = \{a, b\}, B = \{c, d\}$ , 则

$$A \times B = \{(a, c), (a, d), (b, c), (b, d)\},$$

$$B \times A = \{(c, a), (c, b), (d, a), (d, b)\},$$

显然,  $A \times B \neq B \times A$ .

### 1.1.2 模糊集合及其运算

#### 1.1.2.1 模糊集合

上面介绍的是康托尔创立的集合概念。其论域中任一事物要么属于某个集合，要么就不属于该集合，不允许有含混不清的说法，这类集合称为普通集合或经典集合，然而，现实生活中却充满了模糊事物和模糊概念，例如：“胖子”、“青年人”、“高个子”等，这些概念都是模糊的，无法用普通集合来描述，要表示这些模糊性的事物和概念，就需要引入模糊集合。

模糊集合的概念简单表示如下：

一般而言，在不同程度上具有某种特定属性的所有元素的总和叫做模糊集合。

例如：“胖子”就是一个模糊集合，它是指不同程度发胖的那群人，它没有明确的界线，也就是说你无法绝对地指出哪些人属于这个集合，而哪些人不属于这个集合，类似这样的概念，在人们的日常生活中随处可见。

在普通集合中，我们曾用特征函数来描述集合，而对于模糊性的事物，用特征函数来表示其属性是不恰当的。因为模糊事物根本无法断然确定其归属。为了能说明具有模糊性事物的归属，可以把特征函数取值0,1的情况，改为对闭区间[0,1]取值。则特征函数就可取0~1之间的无穷多个值，这样，特征函数就成了一个无穷多值的连续逻辑函数。从而得到了描述模糊集合的特征函数——隶属函数。

隶属函数是模糊数学中最基本和最重要的概念，其定义为：

用于描述模糊集合，并在[0,1]闭区间连续取值的特征函数叫隶属函数，隶属函数用 $\mu_A(x)$ 表示，其中A表示模糊集合，而x是A的元素，隶属函数满足：

$$0 \leq \mu_A(x) \leq 1.$$

有了隶属函数之后，人们就可以把元素对模糊集合的归属程度恰当地表示出来。

例如：说明某人属于“老年人”集合的隶属函数可表达为：

$$\mu_{\text{老年人}}(x) = \frac{1}{1 + (\frac{5}{x-50})^2},$$

其中x代表50岁以上的某人的年龄，如果某人是55岁，则

$$\mu_{\text{老年人}}(55) = 0.5.$$

即55岁的人属于老年人的隶属度为0.5。同样，60岁，70岁的人属于“老年人”集合的隶属度分别为0.8, 0.94。

这样，一个模糊的概念，只要指定论域U中各个元素对它的符合程度，这个模糊概念也就得到一种集合表示了。把元素对概念的符合程度看作元素对集合的隶属程度，那么指定各个元素的隶属度也就指定了一个集合，因此模糊集合完全由其隶属函数所刻划。

#### 1.1.2.2 模糊集合的表示方法

模糊集合由于没有明确的边界，故而在普通集合中所用的枚举法和定义法都不能用于描述模糊集合。模糊集合只有一种描述方法，就是用隶属函数描述。

L. A. Zadeh 在 1965 年首先提出了模糊集合的概念,其描述为:

在论域  $U$  上,用映射  $\mu_A$  可以确定一个模糊集合  $A$ ,即

$$\mu_A: U \rightarrow [0, 1]$$

映射  $\mu_A$  称为模糊集合  $A$  的隶属函数.  $\forall x \in U, \mu_A(x)$  称为元素  $x$  对  $A$  的隶属度,即  $x$  隶属于  $A$  的程度.

当隶属函数取  $[0, 1]$  区间的极值,即  $(0, 1)$  时,则模糊集合  $A$  就变为普通集合  $A$ ,隶属函数也就变为特征函数. 所以,从集合论的角度看,普通集合是模糊集合的特殊情况,而模糊集合则是普通集合的扩展.

模糊集合的台:在论域  $U$  中,  $\mu_A(x) > 0$  的元素的集合叫做  $A$  的台,用台表示模糊集合时,则可以不考虑那些不属于模糊集合的元素,因此表示方法可大为简化.

单点集:在论域  $U$  中,模糊集合的台只有一个元素,则称  $A$  是一个单点集.

当  $A$  是一个单点集时,它的台只有一个元素  $x_0$ ,这时,  $x_0$  对  $A$  的隶属度为:

$$\mu_A(x_0) = \mu_0,$$

并且可以表示为:

$$\mu_A(x_0) = \mu_0/x_0.$$

一般把  $\mu_0/x_0$  称为单点. 单点不仅给出了元素  $x_0$ ,并且给出了元素的隶属度  $\mu_0$ ,所以用单点可以很方便地表示一些隶属函数,在控制上特别有用.

当论域  $U$  中只含有有限个元素时,称为有限论域. 有限论域的模糊集合可用下面方法表示

### ①向量表示法

当论域  $U$  中的元素是有序时,可以用元素的隶属度排列来表示模糊集合  $A$ ,例:

$U = \{a, b, c, d, e\}$ ,对于每一个元素,指定一个隶属度:

$\mu(a) = 1, \mu(b) = 0.9, \mu(c) = 0.4, \mu(d) = 0.2, \mu(e) = 0$ ,这样便确定了一个模糊子集:

$A = \{1, 0.9, 0.4, 0.2, 0\}$ ,

也可表示为:

$A = \{(1, a), (0.9, b), (0.4, c), (0.2, d), (0, e)\}$ .

这就是向量表示法.

### ②单点表示法

也称为 Zadeh 表示法,这种方法用单点表示模糊集合  $A$ .

例如:  $A = 1/a + 0.9/b + 0.4/c + 0.2/d + 0/e$ ,

或  $A = 1/a + 0.9/b + 0.4/c + 0.2/d$ .

注意,与普通集合一样,上式不是分式求和,仅是一种表示法,其分母表示论域  $U$  中的元素,分子表示相应元素的隶属度,当隶属度为零时,那一项可以省略.

一般地,若  $U$  为连续域,则可写为:

$$A = \int_{x \in U} \mu_A(x)/x,$$

若  $U$  为离散域,则可写为:

$$A = \bigcup_{x \in U} \mu_A(x)/x.$$

### 1.1.2.3 模糊集合的运算

由于模糊集和它的隶属函数一一对应,所以模糊集的运算也通过隶属函数的运算来刻画.

(1)空集,所谓模糊集  $A$  是空集,就是指  $\forall x \in X$ ,有  $\mu_A(x)=0$ ,记作  $\Phi$ ,即

$$A=\Phi \Leftrightarrow \mu_A(x)=0.$$

(2)模糊集的相等,所谓模糊集  $A, B$  相等,就是指  $\forall x \in X$ ,有  $\mu_A(x)=\mu_B(x)$ ,记作  $A=B$ ,即

$$A=B \Leftrightarrow \mu_A(x)=\mu_B(x).$$

(3)模糊集的包含关系,在模糊集  $A, B$  中,所谓  $A$  包含于  $B$  中或  $A$  是  $B$  的子集,是指  $\forall x \in X$ ,有  $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ ,记作  $A \subset B$ ,即

$$A \subset B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x).$$

(4)模糊集的并集,模糊集  $A$  和  $B$  的并,记作  $A \cup B$ ,定义为包含集合  $A, B$  两者的最小的模糊集. 设  $C=A \cup B$ ,则其隶属函数可表示为  $\mu_C(x)=\max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$ ,  $\forall x \in X$ ,即

$$C=A \cup B \Leftrightarrow \mu_C=\max[\mu_A, \mu_B].$$

从而,若在点  $x$ ,  $\mu_A(x)=0.9$ ,  $\mu_B(x)=0.4$ ,则  $\mu_{A \cup B}(x)=0.9$ .

(5)模糊集的交集,模糊集  $A, B$  的交集或交,记作  $A \cap B$ ,定义为包含于  $A, B$  两者的最大模糊集. 设  $C=A \cap B$ ,则其隶属函数可表为  $\mu_C(x)=\min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$ ,  $\forall x \in X$ ,即

$$C=A \cap B \Leftrightarrow \mu_C=\min[\mu_A, \mu_B].$$

和普通集合一样,对于模糊集  $A, B$ ,若  $A \cap B=\Phi$ ,则称  $A$  与  $B$  不相交或互质.

#### (6)模糊集补集

模糊集  $A$  的补集,定义为  $\forall x \in X$ ,有  $\mu_{\bar{A}}(x)=1-\mu_A(x)$ ,  $A$  的补集记为  $\bar{A}$ ,即

$$\bar{A} \Leftrightarrow \mu_{\bar{A}}=1-\mu_A.$$

#### (7)模糊集运算的基本性质

与普通集合一样,模糊集满足幂等律、交换律、吸收律、分配律、复归律、对偶律等,但是,互补律不成立,即

$$A \cup \bar{A} \neq \Omega, A \cap \bar{A} \neq \Phi.$$

例如,设  $\mu_A(x)=0.2$ ,  $\mu_{\bar{A}}(x)=0.8$ ,则

$$\mu_{A \cup \bar{A}}(x)=0.8 \neq 1,$$

$$\mu_{A \cap \bar{A}}(x)=0.2 \neq 0.$$

**模糊数** 模糊数是在模糊控制中常用到的重要概念,由于在模糊控制中通常讨论的是实数型模糊数,即其论域为实数集  $\mathbb{R}$ ,因此我们仅考虑实数型模糊数.

下面给出模糊数的定义:

**定义 1-1 连续论域** 中的一模糊数  $A$  是一个  $\mathbb{R}$  上的正规凸模糊集合. 即是说,以实数集合为论域,一个具有连续隶属函数的正规的有界凸模糊集合就称为模糊数. 这里所谓正规集合的含义就是其隶属函数的最大值是 1,用数学表达式就是:

$$\max_{x \in \text{论域}} \mu_A(x)=1. \quad (\text{正规})$$

而凸模糊集合的含义是:在隶属函数曲线上任意两点之间曲线上的任一点所表示的隶

属度都大于或者等于两点隶属度中较小的一个。用数学语言说，就是在实数集合的任意区间 $[a, b]$ 上，对于所有的 $x \in [a, b]$ 都有如下关系，就称 $A$ 是凸模糊集合。

$$\mu_A(x) \geq \min(\mu_A(a), \mu_A(b)). \quad (\text{凸性})$$

例如，假设 $A$ 表示“速度快”模糊集，如图1-1所示， $x$ 点的速度慢， $z$ 点的速度快，那么 $x$ 和 $z$ 连线上任一点 $y$ 的速度都比 $x$ 点快而比 $z$ 点慢，或者说 $y$ 隶属于 $A$ 的程度都比 $x$ 隶属于 $A$ 的程度大。

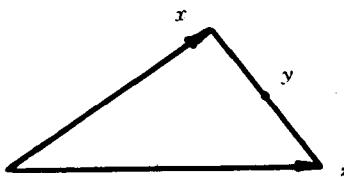


图 1-1 凸模糊集的直观几何意义

#### 1.1.2.4 模糊集隶属函数的确定方法

隶属函数是模糊集合应用于实际问题的基础，正确构造隶属函数是能否用好模糊集合的关键。然而目前确定隶属函数还没有一种成熟有效的方法，仍然停留在依靠经验确定，然后再通过实验、试验或计算机模拟得到反馈信息进行修正。这种方法是根植于人的经验，经过人脑的加工，吸收了人脑的优点，但是这与人确定的心理过程有关，带有一定的盲目性和主观性。所以从理论上说，即使根据专家的经验确定隶属函数，这种没有理论化的方法也不能保证其正确性，因为任何人的经验和知识都是有局限性的。在这方面，国内外学者已经进行了大量的研究，并正在努力设法解决这个难题，提出了各种各样的确定方法，诸如模糊统计法、函数分段法、二元对比排序法、对比平均法、滤波函数法、示范法和专家经验法等等方法。但是这些探索至今只能对特定的情况解决部分的问题，而不是从根本上解决问题的一般性方法。

但另一方面，尽管目前还不存在一种统一的确定方法，但是从不同角度提出来的确定方法，确也可根据不同情况逼近客观性，在应用中能解决传统逻辑不能解决的一些问题。我们知道，不同的人根据自己不同的经验对同一问题所作的判断是不同的，但是他们却往往都能根据自己的经验比较好的控制同一系统。奇怪的是，在实际应用中，与此类似，虽然用不同方法确定了不同的模糊集合的隶属函数，在一定的范围内，模糊逻辑控制却都能实现控制，达到预期目标，尽管达到目标的过程细节和响应时间可能有差别，且这种控制并不一定是最优的。换句话说，隶属函数的确定并不是唯一的，允许有不同的组合。至于是否有，或者如何确定和证明“最优”的隶属函数及其组合，就需要模糊理论家的进一步研究成果来提供。这也就是为什么目前为了简化计算，很多模糊逻辑控制的隶属函数曲线干脆就取三角形的原因。实际上根据模糊统计方法得到的隶属函数通常都是钟形的，所以三角形隶属函数并不是最佳函数，只是一种近似。经过计算机模拟实验发现，实际上隶属函数的形状会很微妙地影响着整个模糊系统的过程，例如会影响单片机实现模糊化、解模糊化的时间和对查询表存储空间的要求。现在普遍采用三角形、梯形和单值线形状，是因为实践证明它能满足一般

要求,又可简化计算,故被广泛采用.

某些人否定模糊逻辑科学性的一个重要理由就是,认为确定隶属函数的方法不具有客观性,那么由于带有主观人为性就使隶属函数形式具有随意性.这个问题可从两个方面看,一方面,实际上这个特性正反映了模糊逻辑有很大的适应性、易实现性、灵活性和模糊性,这可以看成是它的一个突出优点;另外,心理物理学已经证明,人的各种感觉所反应的心理量与外界刺激的物理量之间确实保持着相当严格的关系.不少学者也做了大量的统计工作,证明模糊概念确是客观事物本质属性在人头脑中的反映.在客观上,这些限定就使隶属函数成为对模糊概念所具有的客观性的一种度量,只要不是主观任意捏造,而是按大多数人的习惯去确定,那就具有一定的客观可信度.问题的关键还在于实践是检验隶属函数正确性的唯一标准,效果是调整隶属函数的依据.所以往往都是先根据经验确定一个近似的隶属函数,然后再根据实践效果加以调整,逐步逼近比较理想的情况.

另有一种易于被广大科技工作者理解和接受的确定隶属函数的方法是模糊统计法,其思想是通过对足够多人的调查统计,对要确定的模糊概念在讨论的论域中进行逐一写出定量范围,再进行统计处理,以确定能被大多数人认可的隶属函数.这实际上是一种对人群主观看法的统计处理.已有不少国内外学者进行了这方面的研究,确认在一定条件下随着调查人数的增加,各个元素隶属度都趋于一个稳定值.然而这种方法工作量大,在科学的研究中可以运用,但在实际应用中一般很难采用.

尽管目前尚未找到一种确定模糊集合隶属函数的统一方法,但在模糊系统中至少必须遵循下述原则:

(1)表示隶属函数的模糊集合必须是凸模糊集合.

在实际应用中为了简化计算,常把隶属函数设定成三角形,这是满足凸模糊集合的要求的.

(2)变量所取隶属函数通常是对称和平衡的.

在模糊系统中,每个输入变量可有多个标称名(Lables),即每个语言变量可取多个语言值.一般情况下,描述变量的标称名(语言值)安排得越多,即在论域中的隶属函数的密度越大,模糊控制系统的分辨率就越高,其控制响应的结果就越平滑;但同时计算时间也大大增加.如果安排得太少,其响应可能会太不敏感,并可能无法及时提供输出控制跟随小的输入变化,以使系统输出在期望值附近振荡.但也不宜过多,否则可能因小的输入变化值太快地激活不同的规则,而导致模糊系统的不稳定.经实践证明,一般在3~9个为宜,并且通常取奇数,虽然这并不是必要的.在“零”或者“正常”作用集合两边语言值的隶属函数经常取对称和平衡的.

(3)隶属函数要遵从语意顺序和避免不恰当的重叠

在相同论域上使用的具有语义顺序关系的若干标称的模糊集合,例如“冷”、“凉”、“适中”、“暖”、“热”等模糊子集合,其中心值一定要遵守这个次序排列,不能违背常识和经验,例如把“冷”与“凉”对调一下位置就不合理了;另外由中心值向两边模糊延伸的范围也有限制,间隔的两个模糊集合的隶属函数不能相交重叠,比如“凉”的隶属函数曲线就不能与“暖”的隶属函数曲线相交,否则就会出现在相交区域的温度既是“凉”,又是“适中”,同时又是“暖”的情况,甚至还会出现在10℃左右其属“热”的隶属度反而比属“适中”的隶属度还要高,这显然与人的感觉相矛盾.若有这样的安排,在制定模糊控制规则时,往往就会有互相