SX

高等数学选择题集

SX

邵漪漪　叶奕盛

上海科学技术出版社

高等数学选择题集

邵漪漪　叶奕盛　　编

上海科学技术出版社

高等数学选择题集

邵漪漪　叶奕盛　编

上海科学技术出版社出版

（上海瑞金二路450号）

新华书店上海发行所发行　　江苏如东印刷厂印刷

开本 787×1092　1/32　印张 6.75　字数148,000

1989年4月第1版　1989年4月第1次印刷

印数：1—13,000

ISBN 7-5323-1120-1/O·115

定价：2.15元

编 者 的 话

为了适应教学改革的需要，根据国家教委课程指导委员会关于工科《高等数学》课程的基本要求，以及多年来的教学实践的积累，编写了这本《高等数学选择题集》，这是高等数学课程中关于基本概念、基本运算的"客观型"试题集。编写本书的目的是：(1) 使初学者加深对基本概念的理解及熟悉基本运算；(2) 供自学者自我测试学习水平；(3) 供教师进行考试命题、布置思考题、复习题、课外作业时作参考。

本书涉及的内容是工科《高等数学》基本要求中的主要部分。删除了枝节的或凭常识就能判断的问题，也没有运算过于繁杂、技巧单一的"偏题"。编写时注意了叙述简明扼要，语句肯定，避免题意的模棱两可。

本书共分两部分：第一部分是引言，深入浅出地分析了选择题这种题型的一些主要特点，介绍了几种基本解法；第二部分是有关内容的选择题，各题都有代号为 A、B、C、D 的四个答案，其中有且只有一个是正确的，请你把正确的一个答案代号填入题中的（ ）里，书末还附了正确答案，供读者检测。

当前，各类工科院校，为进一步提高教学质量，正致力于教学改革，其中包括考试改革，从主观型考试逐步转向客观型考试。然而，当前尚缺少全面、系统的客观型试题资料，为此我们希望这本小册子，对广大师生及自学者能有所帮助。

本书写成后曾由上海科技大学数学系金志华副教授负责全面审阅与校核，在这里我们表示感谢。由于编者水平有限，本书一定存在不足之处，殷切地希望得到广大师生及读者们提出改进意见。

编　者

一九八八年五月

引　言

客观型考试是目前在国内外流行的一种考试方法。在外语、医学等学科中已普遍使用，其优点是可以在很大程度上排除考试过程（命题、应试、阅卷）中的主观性、随机性，以提高考试的可信度。因此，客观型考试在其它学科中正在逐步推广。

选择题是客观型考试的一种重要命题形式。每一道题目由一个题干，若干个备用答案所组成，在这些答案中有一个或几个是正确的。如果仅有两个备用答案而恰有一个正确，这种题目通常称为是非题。本书所编选的题目，都是四选题，即由一个题干，四个备选答案组成。四个备选答案中，恰有一个是正确答案，其余三个是干扰性答案。它与是非题相比，应试者凭猜测而侥幸得分的概率由50%下降为25%；凭猜测取得及格率从20%下降为零，从而大大提高了考试的可靠性。

本书除了为教师提供相当数量的考试题外，对正在学习高等数学课程的学生来说，可以作为检验自己对基本概念、基本理论的理解程度，对基本运算是否熟练的重要尺度，以促进对所学基本知识的加深与巩固，同时，选择题的形式也可以提高学习兴趣。

如何迅速而准确地解选择题？由于题目的类型千变万化，因此解法也各有千秋，有时需要相当的技巧，但对于本书所选入的题目来说，大致可归纳为下列几种解法：

（一）直接法　即先不管各选项所提供的答案而直接对题干中所提出的问题经过运算或推理求得结果后，再把它与各选项加以比较，作出选择。

例 1　已知 $f(x)=e^{\operatorname{arc\,tg}\sqrt{2x-1}}$，则 $f'(x)=$（　　）。

(A)　$e^{\operatorname{arc\,tg}\sqrt{2x-1}}$；

(B)　$\dfrac{1}{\sqrt{2x-1}}e^{\operatorname{arc\,tg}\sqrt{2x-1}}$；

(C)　$\dfrac{1}{2x\sqrt{2x-1}}e^{\operatorname{arc\,tg}\sqrt{2x-1}}$；

(D)　$\dfrac{1}{4x\sqrt{2x-1}}e^{\operatorname{arc\,tg}\sqrt{2x-1}}$。

解：把 $f(x)$ 看作 e^u、$u=\operatorname{arc\,tg} v$、$v=\sqrt{2x-1}$ 这三个函数的复合函数，从而通过直接计算得：

$$f'(x)=(e^u)'_u\cdot(\operatorname{arc\,tg} v)'_v\cdot(\sqrt{2x-1})'_x$$
$$=\frac{1}{2x\sqrt{2x-1}}e^{\operatorname{arc\,tg}\sqrt{2x-1}},$$

故答：(C)。

例 2　设级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 都发散，则下列级数中一定发散的是（　　）。

(A)　$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)$；　　(B)　$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(|u_n|+|v_n|)$；

(C)　$\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_nv_n$；　　(D)　$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(u_n^2+v_n^2)$。

解：由于 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n$ 都发散，故 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|u_n|$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}|v_n|$ 也都发散，而 $|u_n|+|v_n|\geqslant|u_n|$，所以 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(|u_n|+|v_n|)$ 也发散，故答：(B)。

此题我们利用了直接推理的方法，简捷地选择了正确答案。当然也可以利用其他方法。

（二）代入验证法　有时根据题目的要求，将题干代入各答案或将各答案代入题干进行验证，从而选定正确答案。

例 3　设 $f(x)=e^{ax}$，则下列各式中成立的是(　　)。

(A)　$f(x)+f(y)=f(xy)$；

(B)　$f(x)\cdot f(y)=f(xy)$；

(C)　$f(x)\cdot f(y)=f(x+y)$；

(D)　$f(x)+f(y)=f(x+y)$。

解：将 $f(x)=e^{ax}$ 代入上述各式，仅有(C)是正确的，因 $f(x)\cdot f(y)=e^{ax}\cdot e^{ay}=e^{a(x+y)}=f(x+y)$。

例 4　微分方程 $y''+k^2y=0$ 的通解是(　　)。

(A)　$y=\cos kx+\sin kx$；

(B)　$y=C_1\cos kx+C_2\sin kx$；

(C)　$y=(C_1+C_2x)e^{kx}$；

(D)　$y=C_1e^{kx}+C_2e^{-kx}$；

其中 C_1，C_2 为任意常数。

解：以四个答案代入方程 $y''+k^2y=0$ 进行验证，知答案(A)与(B)都是方程的解，但(A)中无任意常数，故正确答案为(B)。

（三）筛选法　即把题干中的已知条件与各个选项所提供的答案结合起来通过运算或推理将不可能成立的答案一个一个地否定掉，由于一般的选择题在各选项中有且仅有一个是正确的，就可把剩下的那个正确答案筛选出来。

例 5　如果 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}u_n^2$ 与 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}v_n^2$ 都收敛，则下列级数中可能发散的是(　　)。

(A) $\sum_{n=1}^{\infty}|u_nv_n|$;　　(B) $\sum_{n=1}^{\infty}(u_n+v_n)^2$;

(C) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{|u_n|+|v_n|}{n}$;　　(D) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{\sqrt{u_n^2+v_n^2}}{\ln n}$.

解：由于 $\sum_{n=1}^{\infty}u_n^2$ 与 $\sum_{n=1}^{\infty}v_n^2$ 收敛，故 $\sum_{n=1}^{\infty}(u_n^2+v_n^2)$ 也收敛，从而 $|u_nv_n|\leqslant\frac{1}{2}(u_n^2+v_n^2)$，故级数(A)收敛，又由于

$$(u_n+v_n)^2=u_n^2+v_n^2+2u_uv_n\leqslant u_n^2+v_n^2+2|u_nv_n|,$$

故级数(B)也收敛，因 $\sum u_n^2$ 收敛，故对充分大的 n，$u_n^2\leqslant\frac{1}{n}$，$|u_n|\leqslant\frac{1}{\sqrt{n}}$；同理，$|v_n|\leqslant\frac{1}{\sqrt{n}}$，于是对充分大的 n，

$$\frac{|u_n|+|v_n|}{n}\leqslant\frac{2}{n\sqrt{n}}=\frac{2}{n^{3/2}},$$

而 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{3/2}}$ 收敛，故级数(C)亦收敛，最后仅有(D)可能发散，当然如取 $u_n=v_n=\frac{1}{n}$，$\frac{\sqrt{u_n^2+v_n^2}}{\ln n}=\frac{\sqrt{2}}{n\ln n}$，通过直接验证得正确答案为(D)。

有时题干与答案虽然是一般性的，但通过某些特例，可以否定其中的错误答案，最后剩下正确答案。

例 6　若 $f(x)$在 $x=0$ 处连续可导，则 $f(|x|)$ 在 $x=0$ 处(　B　)。

(A) 连续且可导；　　(B) 连续但不一定可导；

(C) 一定不可导；　　(D) 不一定连续。

解：令 $f(x)=x$，$f(|x|)=|x|$，在 $x=0$ 处不可导，从而否定(A)；$f(x)=x^2$，$f(|x|)=f(x)=x^2$，在 $x=0$ 处可导，从而否定了(C)；由于 $f(x)$与$|x|$在 $x=0$ 都连续，故复合函数 $f(|x|)$ 在 $x=0$ 也连续，从而否定了(D)，剩下正确答案为

(B)。

（四）逆推法　有些选择题从条件出发不易入手，可以从结论着手来考虑问题。一般，题干是题目的条件，备选答案是结论，解题过程中可从结论向上逆推，如果推出与题干矛盾的结果，则就排除该结论，由此得出正确的结论。

例 7　如果平面曲线积分 $\int_l Q(x, y)\mathrm{d}x - P(x, y)\mathrm{d}y$ 在区域 D 内与积分路径无关，则在 D 内处处成立(　　)。

(A) $\dfrac{\partial P}{\partial x} = \dfrac{\partial Q}{\partial y}$；　　(B) $\dfrac{\partial P}{\partial x} = -\dfrac{\partial Q}{\partial y}$；

(C) $\dfrac{\partial Q}{\partial x} = \dfrac{\partial P}{\partial y}$；　　(D) $\dfrac{\partial Q}{\partial x} = -\dfrac{\partial P}{\partial y}$。

解：由格林公式知，从 $\dfrac{\partial Q}{\partial x} = \dfrac{\partial P}{\partial y}$，可推得沿闭回路的曲线积分 $\oint_C P\mathrm{d}x + Q\mathrm{d}y = 0$，即 $\int_l P\mathrm{d}x + Q\mathrm{d}y$ 与积分路径无关，由此从 (A) 可得 $\int_l Q\mathrm{d}x + P\mathrm{d}y$ 与积分路径无关；从 (B) 可得 $\int_l -Q\mathrm{d}x + P\mathrm{d}y = -\left[\int_l Q\mathrm{d}x - P\mathrm{d}y\right]$ 与积分路径无关等。仅从 (B) 才能推得与题干一致的结果，所以正确答案是 (B)。

要指出的是，许多选择题可能有各种不同的解法，上面仅提供一部分，只是帮助大家初步了解，可以用哪些方法对选择题进行分析求解，但运用这些方法不能死套硬搬，更离不开对数学基础知识与基本技能的牢固掌握，只有在此基础上再学会灵活运用适当的方法，才可能较好地解答各种选择题。

目 录

第一章　极限与连续

1.1　已知 $f(x)=x$，$\phi(x)=\sqrt{x^2}$，则(　　)。

(A)　在 $-\infty<x<+\infty$ 时，$f(x)\equiv\phi(x)$；

(B)　在 $x\geq 0$ 时，$f(x)\neq\phi(x)$；

(C)　在 $x\geq 0$ 时，$f(x)\equiv\phi(x)$；

(D)　在 $x<0$ 时，$f(x)\equiv\phi(x)$。

1.2　函数 $f(x)=\ln\dfrac{1+x}{1-x}$ 的定义域是(　　)。

(A)　$(-\infty,\ -1)\cup(-1,\ +\infty)$；

(B)　$(-\infty,\ -1)\cup(1,\ +\infty)$；

(C)　$(-\infty,\ -1)\cup(-1,\ 1)\cup(1,\ +\infty)$；

(D)　$(-1,\ 1)$。

1.3　$y=\ln\arcsin x$ 的定义域是(　　)。

(A)　$(-\infty,\ 0)\cup(0,\ +\infty)$；

(B)　$[-1,\ 1]$；

(C)　$(0,\ 1]$；

(D)　$[0,\ 1]$。

1.4　设函数 $f(x)=x^2$，$\varphi(x)=2^x$，则 $f[\varphi(x)]=$(　　)。

(A)　2^{x^2}；　　(B)　x^{2^x}；

(C)　x^{2x}；　　(D)　2^{2x}。

1.5　设函数 $f(x)$ 的定义域为 $[1,\ 5]$，则函数 $f(1+x^2)$ 的定义域为(　　)。

(A) $[1,5]$;　　　　(B) $[0,2]$;

(C) $[-2,2]$;　　　(D) $[-2,0]$。

1.6 设 $f(x)=|x|$, $g(x)=x^2-x$, 则 $f[g(x)]=g[f(x)]$成立的范围是(　　)。

(A) $(-\infty,1]\cup\{0\}$;　　(B) $(-\infty,0]$;

(C) $[0,+\infty)$;　　　　(D) $[1,+\infty)\cup\{0\}$。

1.7 设 $f(x)=\ln x$, $x>0$, $y>0$, 则下列(　　)成立。

(A) $f(x)+f(y)\equiv f(xy)$;

(B) $f(x)\cdot f(y)\equiv f(xy)$;

(C) $f(x+y)\equiv f(x)\cdot f(y)$;

(D) $f(xy)\equiv f(x+y)$。

1.8 设 $f(x)=e^x$, 则下列(　　)成立。

(A) $f(x)+f(y)\equiv f(xy)$;

(B) $f(x)\cdot f(y)\equiv f(xy)$;

(C) $f(x+y)\equiv f(x)\cdot f(y)$;

(D) $f(xy)\equiv f(x+y)$。

1.9 设 $f(x)=\begin{cases}x, & x\geqslant 0,\\ 0, & x<0,\end{cases}$　$g(x)=\begin{cases}x+1, & x<1,\\ x, & x\geqslant 1,\end{cases}$

则 $f(x)+g(x)=$(　　)。

(A) $\begin{cases}x+1, & x<0,\\ 2x+1, & 0\leqslant x<1,\\ 2x, & x\geqslant 1;\end{cases}$　(B) $\begin{cases}0, & x<0,\\ x+1, & x<1,\\ x, & x\geqslant 0,\\ x, & x\geqslant 1;\end{cases}$

(C) $\begin{cases}x+1, & x<1,\\ 2x+1, & 0\leqslant x<1,\\ x, & x\geqslant 1;\end{cases}$　(D) $\begin{cases}x+1, & x<0,\\ 2x+1, & 0\leqslant x<1,\\ x, & x\geqslant 1.\end{cases}$

1.10 $y=x^2+\ln\frac{1-x}{1+x}$ 是（　　）。

(A) 偶函数；

(B) 奇函数；

(C) 在 $-1<x<0$ 是奇函数，$0<x<1$ 为偶函数；

(D) 非奇非偶函数.

1.11 若 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 是偶函数，则 $f(-x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 是（　　）。

(A) 奇函数；　　(B) 偶函数；

(C) 非奇非偶函数；　　(D) 没有意义的。

1.12 设 $f(x)$ 为定义在 $(-\infty,+\infty)$ 的任何不恒等于零的函数，则（　　）必是偶函数。

(A) $F(x)=f(x)-f(-x)$；

(B) $F(x)=f(x)+f(-x)$；

(C) $F(x)=f(-x)-f(x)$；

(D) $F(x)=f(-x)+f(-x)$。

1.13 设 $f(x)$ 为定义在 $(-\infty,+\infty)$ 的任何不恒等于零的函数，则（　　）必是奇函数。

(A) $F(x)=f(x)+f(-x)$；

(B) $F(x)=f(-x)+f(-x)$；

(C) $F(x)=f(x)-f(-x)$；

(D) $F(x)=f(-x)-f(x)$。

1.14 任意一个定义在 $(-\infty,+\infty)$ 的函数，皆可分解为（　　）。

(A) 两个偶函数之和；

(B) 两个奇函数之和；

(C) 一个奇函数与一个偶函数之和；

(*D*) 奇函数与偶函数之积。

1.15 设 $f(x)$ 为 x 的一个定义在 $(-\infty, +\infty)$ 内的奇函数，$\varphi(x)$ 为 x 的一个定义在 $(-\infty, +\infty)$ 内的偶函数，则(　　)。

(*A*) $\varphi[f(x)]$ 与 $f[\varphi(x)]$ 都是奇函数；

(*B*) $\varphi[f(x)]$ 与 $f[\varphi(x)]$ 都是偶函数；

(*C*) $\varphi[f(x)$ 与 $f[\varphi(x)]$ 都是非奇非偶函数；

(*D*) $\varphi[f(x)]$ 是奇函数，$f[\varphi(x)]$ 是非奇非偶函数。

1.16 设 $f(x)$、$\varphi(x)$ 都是奇函数，且它们的定义域、值域均为 $(-\infty, +\infty)$，则(　　)。

(*A*) $\varphi[f(x)]$ 与 $f[\varphi(x)]$ 都是奇函数；

(*B*) $\varphi[f(x)]$ 与 $f[\varphi(x)]$ 都是偶函数；

(*C*) $\varphi[f(x)]$ 与 $f[\varphi(x)]$ 都是非奇非偶函数；

(*D*) $\varphi[f(x)]$ 是偶函数，$f[\varphi(x)]$ 是非奇非偶函数。

1.17 设 $f(x)$、$\varphi(x)$ 都是偶函数，且它们的定义域、值域均为 $(-\infty, +\infty)$，则(　　)。

(*A*) $\varphi[f(x)]$ 与 $f[\varphi(x)]$ 都是奇函数；

(*B*) $\varphi[f(x)]$ 与 $f[\varphi(x)]$ 都是偶函数；

(*C*) $\varphi[f(x)]$ 与 $f[\varphi(x)]$ 都是非奇非偶函数；

(*D*) $\varphi[f(x)]$ 是奇函数，$f[\varphi(x)]$ 是非奇非偶函数。

1.18 $y=\sin\dfrac{x}{2}$ 在下列指定区间(　　)内是单调的。

(*A*) $[0, 4\pi]$；　　(*B*) $[-2\pi, 2\pi]$；

(*C*) $[0, 2\pi]$；　　(*D*) $[-\pi, \pi]$。

1.19 设 $f(x)$、$g(x)$ 为定义在 $(-\infty, +\infty)$ 内的单调增加函数，则下列函数中，在 $(-\infty, +\infty)$ 内必定单调增加的是(　　)。

(A)　$f(x)+g(x)$；　　　　(B)　$f(x)-g(x)$；

(C)　$f(x)\cdot g(x)$；　　　　(D)　$f(x)/g(x)$。

1.20　函数 $f(x)=\begin{cases}1+x^2, & x\leqslant 0, \\ x-2, & x>0\end{cases}$ 是(　　)。

(A)　在$(-\infty,+\infty)$单调增加函数；

(B)　在$(-\infty,+\infty)$单调减少函数；

(C)　在$(-\infty,0)$单增，$(0,+\infty)$单减的函数；

(D)　在$(-\infty,0)$单减，$(0,+\infty)$单增的函数。

1.21　$y=\cos 2x$ 的最小周期是(　　)。

(A)　2π；　　　　(B)　$\frac{\pi}{2}$；

(C)　π；　　　　(D)　4π。

1.22　函数 $y=\sin^2 x$ 的最小周期是(　　)。

(A)　2π；　　　　(B)　π；

(C)　$\frac{\pi}{2}$；　　　　(D)　π^2。

1.23　函数 $y=|\sin x|+|\cos x|$ 是周期函数，它的最小周期是(　　)。

(A)　2π；　　　　(B)　π；

(C)　$\frac{\pi}{2}$；　　　　(D)　$\frac{\pi}{4}$。

1.24　函数 $y=f(x+a)(a>0)$ 的图形可由函数 $y=f(x)$ 的图形(　　)。

(A)　向上移动 a 个单位而得；

(B)　向下移动 a 个单位而得；

(C)　向左移动 a 个单位而得；

(D)　向右移动 a 个单位而得。

1.25 函数 $y=f(x)$ 与其反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图形对称于直线(　　)。

(A) $y=0$; (B) $x=0$;

(C) $y=x$; (D) $y=-x$.

1.26 函数 $y=f(x)$ 与它的反函数 $x=\varphi(y)$ 在同一坐标系中的图象是(　　)。

(A) 完全不同的;

(B) 部分相同,部分不同;

(C) 完全相同的;

(D) 可能相同,也可能不同。

1.27 函数 $y=2\sin 3x$ 的反函数是(　　)。

(A) $y=\frac{1}{3}\arcsin\frac{x}{2}$; (B) $y=\frac{1}{2}\arcsin\frac{x}{3}$;

(C) $y=3\arcsin 2x$; (D) $y=2\arcsin 3x$.

1.28 函数 $y=\begin{cases} x, & -\infty<x<1, \\ x^2, & 1\leqslant x\leqslant 4, \\ 2^x, & 4<x<+\infty \end{cases}$ 的反函数是(　　)。

(A) $y=\begin{cases} x, & -\infty<x<1, \\ \sqrt{x}, & 1\leqslant x\leqslant 4, \\ \ln x, & 4<x<+\infty; \end{cases}$

(B) $y=\begin{cases} x, & -\infty<x<1, \\ \sqrt{x}, & 1\leqslant x\leqslant 16, \\ \ln x, & 16<x<+\infty; \end{cases}$

(C) $y=\begin{cases} x, & -\infty<x<1, \\ \sqrt{x}, & 1\leqslant x\leqslant 4, \\ \log_2 x, & 4<x<+\infty; \end{cases}$