

高等学校教材

机 械 原 理

(第二版)

下 册

天津大学 西北工业大学 北京航空学院
上海交通大学 北京钢铁学院 清华大学

合编

祝毓琥 主编

高等教育出版社

内 容 提 要

本书是在1979年版的基础上修订的,保持了图解法的基本内容,增加了解析法的内容,并在附录中编入了运动分析、力分析、平面连杆机构、凸轮机构、系统动力学、机构最优化设计等的计算机程序。

本书除绪论外共十五章,分上、下两册。上册包括绪论、机构的结构分析、平面机构的运动分析、平面机构的力分析、运动副的摩擦和机械效率、平面连杆机构、空间连杆机构、平面高副机构的设计基础和凸轮机构等八章;下册包括齿轮机构、轮系、间歇运动机构、机构的组合与选型、机械系统动力学、机械的平衡和机构最优设计引论等七章。

本书可作为高等工业学校机械类各专业的教材,有些内容可作为选修课教材,也可供研究生、教师及有关工程技术人员参考。

高等学校教材

机 械 原 理

(第 二 版)

下 册

天津大学 西北工业大学 北京航空学院
上海交通大学 北京钢铁学院 清华大学 合编

祝毓琰 主编

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

二二〇七工厂印装

开本 787×1092 1/16 印张 22.25 字数 510,000

1979年5月第1版 1986年10月第2版 1986年10月第1次印刷

印数 000,001—8,720 (

书号 15010·0787 定价 3.40 元

下册目录

| | |
|---|--|
| 第九章 齿轮机构1 | 习题.....117 |
| § 9-1 概述.....1 | 第十一章 间歇运动机构120 |
| § 9-2 齿廓啮合的基本定律.....3 | § 11-1 棘轮机构.....120 |
| § 9-3 渐开线的形成、特性及其方程式.....4 | § 11-2 槽轮机构.....128 |
| § 9-4 渐开线齿轮各部分的名称和尺寸.....7 | § 11-3 凸轮式间歇运动机构.....136 |
| § 9-5 一对渐开线齿轮的啮合传动.....12 | § 11-4 不完全齿轮机构.....141 |
| § 9-6 渐开线齿轮传动的重合度.....17 | 习题.....149 |
| § 9-7 渐开线齿轮传动的滑动系数.....21 | 第十二章 机构的组合与选型150 |
| § 9-8 渐开线齿轮的加工.....22 | § 12-1 基本机构及其组合.....150 |
| § 9-9 渐开线齿廓的根切现象.....26 | § 12-2 常用组合机构的分析与设计.....152 |
| § 9-10 用标准齿条型刀具切制标准齿轮而不发生根切的最少齿数.....27 | § 12-3 机构的选型和运动循环图.....170 |
| § 9-11 齿轮变位的原理.....28 | 习题.....176 |
| § 9-12 避免根切的最小变位系数.....30 | 第十三章 机械系统动力学178 |
| § 9-13 变位齿轮的几何尺寸.....30 | § 13-1 概述.....178 |
| § 9-14 变位齿轮传动.....33 | § 13-2 机械系统的等效力学模型.....185 |
| § 9-15 渐开线齿轮传动中的干涉现象.....35 | § 13-3 机械系统运动方程式.....193 |
| § 9-16 变位系数的选择.....40 | § 13-4 机械系统运动方程式的求解.....194 |
| § 9-17 用齿条型刀具切制的齿轮的传动类型及其设计步骤.....43 | § 13-5 机械系统过渡过程和稳定运动状态下的动力学计算.....206 |
| § 9-18 切向变位的概念.....50 | § 13-6 机械系统周期性速度波动及其调节.....212 |
| § 9-19 斜齿圆柱齿轮机构.....51 | § 13-7 运动的稳定性和非周期性速度波动调节的简介.....225 |
| § 9-20 螺旋齿轮机构.....59 | 习题.....229 |
| § 9-21 蜗轮蜗杆机构.....62 | 第十四章 机械的平衡235 |
| § 9-22 直齿圆锥齿轮机构.....67 | § 14-1 回转体不平衡的原因和分类.....235 |
| § 9-23 曲齿圆锥齿轮简介.....73 | § 14-2 转子的静平衡.....236 |
| § 9-24 圆弧齿齿轮简介.....77 | § 14-3 刚性转子的动平衡.....238 |
| 习题.....81 | § 14-4 转子不平衡量的表示方法和许用不平衡量.....248 |
| 第十章 轮系83 | § 14-5 挠性转子的动平衡.....251 |
| § 10-1 概述.....83 | § 14-6 具有往复运动构件的平面机构平衡的目的和一般原理.....260 |
| § 10-2 轮系及其传动比.....84 | § 14-7 质量替代.....262 |
| § 10-3 周转轮系的力矩与效率的计算.....96 | § 14-8 机构惯性力的平衡方法.....269 |
| § 10-4 周转轮系各轮齿数的确定.....105 | 习题.....280 |
| § 10-5 周转轮系的均衡装置原理.....108 | |
| § 10-6 其他类型的行星传动.....111 | |

| | |
|------------------------------------|--|
| 第十五章 机构最优设计引论284 | 附录 5-3 当等效力矩为等效构件角位置 |
| § 15-1 概述.....284 | 和角速度函数、等效转动惯量为角位置函数时的动力学计算程序333 |
| § 15-2 机构最优设计的基本要素和数学模型.....290 | 附录 6-1 富氏级数341 |
| § 15-3 机构最优设计的实用方法.....303 | 附录 7-1 复合形法优化设计程序344 |
| § 15-4 机构最优设计的应用示例.....318 | 附录 7-2 内点惩罚函数(SUMT-POWELL)法 |
| 习题.....324 | 优化设计程序347 |
| 附录 5-1 辛普生数值积分方法327 | 参考文献351 |
| 附录 5-2 微分方程的近似数值解法329 | |

第九章 齿轮机构

§ 9-1 概 述

齿轮机构是用来传递空间任意两轴间的运动和动力的,而且传动准确可靠,效率也高,是现代机械中应用最广泛的一种传动机构。

齿轮机构的应用既广,类型也多,按照相互啮合两齿轮的传动比是否恒定,可将齿轮机构分为两大类。

1) 定传动比传动的齿轮机构 这种机构中的齿轮都是圆形的,所以又称为圆形齿轮机构。

2) 变传动比传动的齿轮机构 这种机构中的齿轮一般是非圆形的,所以又称为非圆齿轮机构。如图 9-1, *i* 所示的椭圆齿轮机构,就是其中的一种。

现代机械中广泛应用的是定传动比传动的齿轮机构,因为在这种机构中,当主动轮作等速回转时,从动轮也作等速回转,这样,就没有加速度和惯性力,因而传动比较平稳,所以特别适用于高速重载的机械。

变传动比传动的齿轮机构,目前只应用于某些有特殊要求的机械中,如在某些计算机中用非圆齿轮来实现函数关系,一些流量计则用非圆齿轮来测量液体的流量,有些机械利用非圆齿轮与其他机构组合传动,藉以改善运动和动力性能。总之,就目前的情况来说,定传动比传动齿轮机构的应用要比变传动比传动齿轮机构广泛的多。本章只研究定传动比传动的齿轮机构。

圆形齿轮机构的类型也很多,若按两齿轮传动时的相对运动为平面运动或空间运动,可将其分为平面齿轮机构(如图 9-1, *a*~9-1, *c*)和空间齿轮机构(如图 9-1, *d*~9-1, *h*)两大类。在平面齿轮机构中除了外啮合齿轮机构外,还有内啮合齿轮机构(图 9-2)和齿轮齿条机构(图 9-3)。

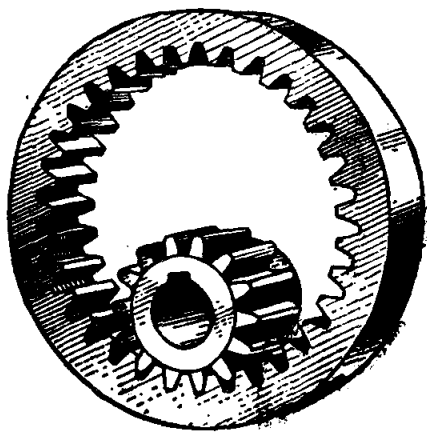


图 9-2

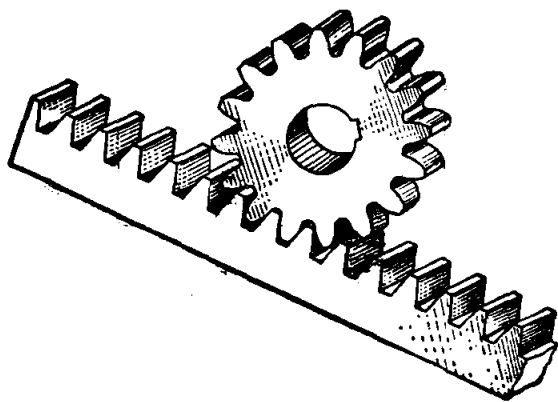


图 9-3

• 1 •

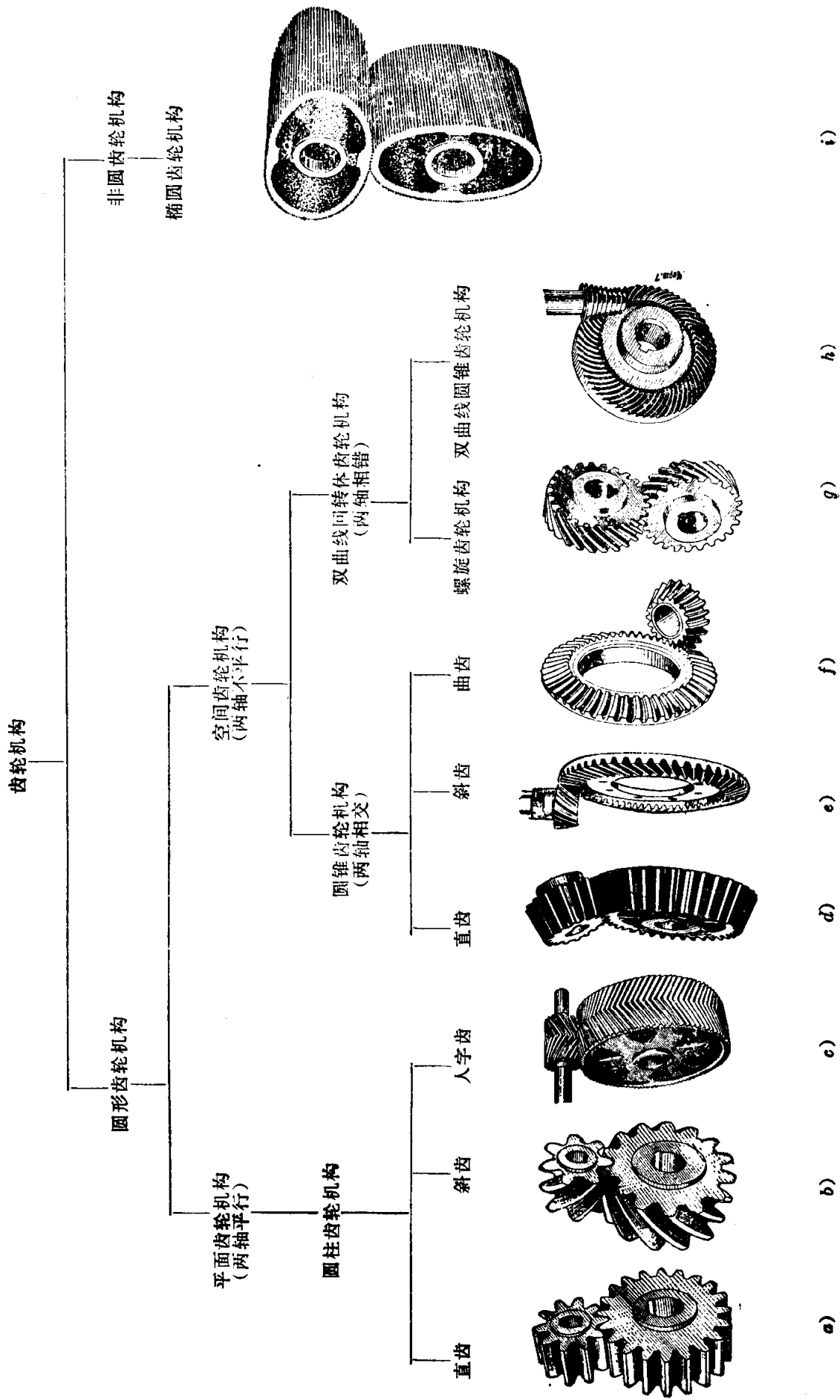


图 9-1

圆形齿轮机构的类型虽然很多,但直齿圆柱齿轮机构是最简单、最基本同时也是应用最广泛的一种机构。所以我们将以直齿圆柱齿轮为重点,就其啮合原理、传动参数及几何设计等方面进行较详尽的研究,从中找出齿轮传动的规律,并以此为基础去研究其他类型的齿轮机构。

§ 9-2 齿廓啮合的基本定律

如图 9-4 所示,设 O_1 、 O_2 分别为两齿轮的转轴心, C_1 、 C_2 为两齿轮相互啮合的一对齿廓。设轮 1 以角速度 ω_1 绕 O_1 沿顺时针方向回转,轮 2 受轮 1 的驱动,以角速度 ω_2 绕 O_2 沿逆时针方向回转。齿廓 C_1 、 C_2 在任意点 K 接触,它们在 K 点处的线速度分别为 v_{K1} 、 v_{K2} 。

过 K 点作两齿廓 C_1 、 C_2 的公法线 nn , 要使这对齿廓既分离又不互相干涉,能够连续地传动,则 v_{K1} 、 v_{K2} 在公法线 nn 上的分量必须相等,即 $v_{K1}^n = v_{K2}^n$ 。如果两者不等,当 $v_{K1}^n > v_{K2}^n$ 时,齿廓 C_1 将嵌入齿廓 C_2 内形成齿廓干涉,而当 $v_{K1}^n < v_{K2}^n$ 时,齿廓 C_2 将与齿廓 C_1 分离而不能继续传动。又因 $v_{K1} \neq v_{K2}$, 故 v_{K1} 、 v_{K2} 在公切线 tt (图中未示出) 上的分量必不相等,因而两齿廓 C_1 、 C_2 沿公切线 tt 方向必有相对的滑动。由 § 7-3 所述可知,这种保持接触并相互滚动带滑动的两曲线称为共轭曲线。故两齿廓 C_1 、 C_2 的啮合传动属于共轭曲线传动。

根据共轭曲线的基本性质,即:过共轭曲线接触点所作的公法线必通过相应的相对瞬心,又由 § 2-2 所述的三心定理可知,过接触点 K 所作两齿廓的公法线 nn 与两齿轮连心线 O_1O_2 的交点 P ,即为两齿轮相对运动的瞬心。因而有

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P} \quad (9-1)$$

式中 i_{12} 为两轮的传动比。

点 P 在齿轮啮合原理中称为啮合节点,简称为节点。

齿廓啮合的基本定律可表述如下:两齿廓在任一点接触,过接触点所作两齿廓的公法线必通过啮合节点 P 。而两齿轮的传动比等于连心线 O_1O_2 被齿廓接触点的公法线所分成两段的反比。

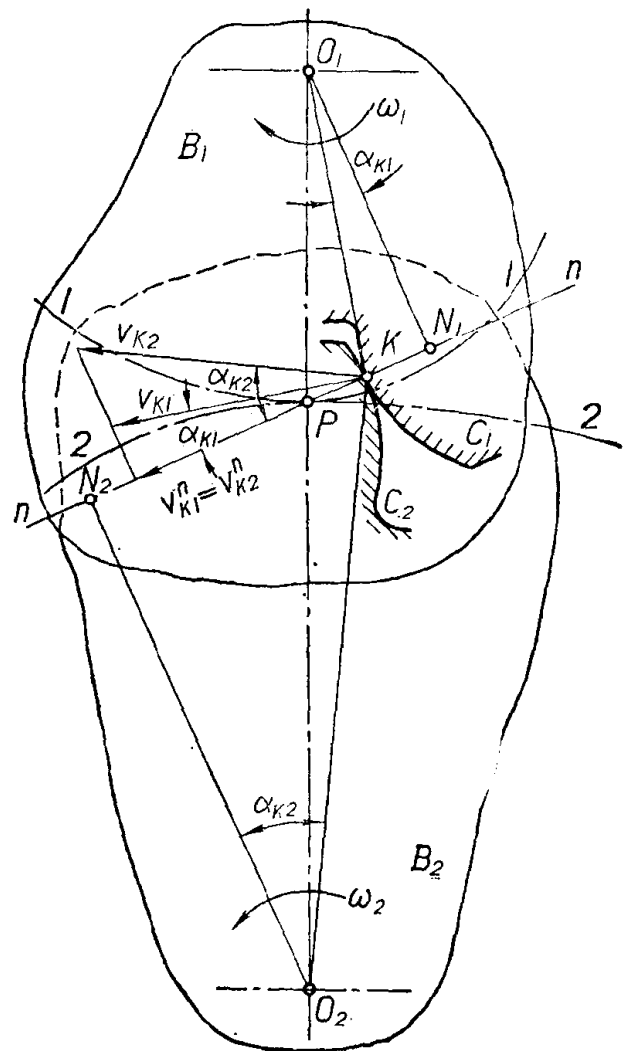


图 9-4

由式(9-1)可知,如要求两轮的传动比为一常数,则应使 $\frac{O_2P}{O_1P}$ 为一常数。又因两轮的轴心 O_1 、 O_2 为定点(即连心线 O_1O_2 为定长),要使 $\frac{O_2P}{O_1P}$ 为常数,则必须使点 P 在连心线上为一定点。

由此可以得出结论:欲使两轮的传动比为一常数,则其齿廓必须符合下述的条件,即:不论两齿廓在任何位置接触,过接触点所作两齿廓的公法线必须通过两轮连心线上的固定点 P 。

瞬心 P 在两轮动平面上的轨迹,即为两轮的瞬心线,当两轮作定传动比传动时, P 为一定点。故两轮的瞬心线是分别以 O_1 、 O_2 为圆心, O_1P 、 O_2P 为半径的圆,在齿轮啮合原理中称该圆为节圆,所以将这种齿轮称为圆形齿轮。

在变速比传动的齿轮中,当传动比 i_{12} 按给定的规律变化时,点 P 的位置也按相应的规律在连心线上移动,这时两轮的瞬心线是两条非圆的封闭曲线,在齿轮啮合原理中称该曲线为节线,所以将这种齿轮称为非圆齿轮。

根据瞬心线的基本性质可知,两齿轮的传动可以看作两瞬心线作无滑动的滚动。

从理论上说可以作为齿廓的共轭曲线是很多的,只要任意给定一条齿廓曲线,就可以按照§7-4所述的作图法或分析法求出与其共轭的另一条齿廓曲线。但在生产实际中,必须从设计、制造、安装和使用等各方面的因素综合考虑,选择适当的曲线作为齿廓曲线,目前常用的齿廓曲线有渐开线、摆线、圆弧及变态摆线等,随着科学技术的发展,必将还有新的齿廓曲线出现。

采用渐开线作为齿廓曲线,不但容易制造,而且便于安装,互换性也好,所以目前绝大多数齿轮都采用渐开线作为齿廓曲线。因此,本章也主要介绍渐开线齿轮机构。

§ 9-3 渐开线的形成、特性及其方程式

渐开线齿轮的轮齿是由两条渐开线作齿廓的,如图9-5所示。下面分别讨论渐开线的形成、特性及其方程式。

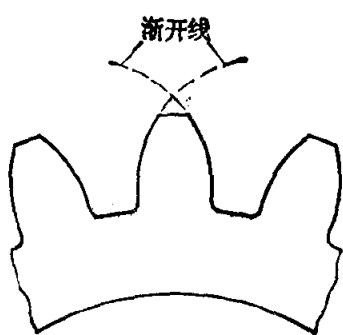


图 9-5

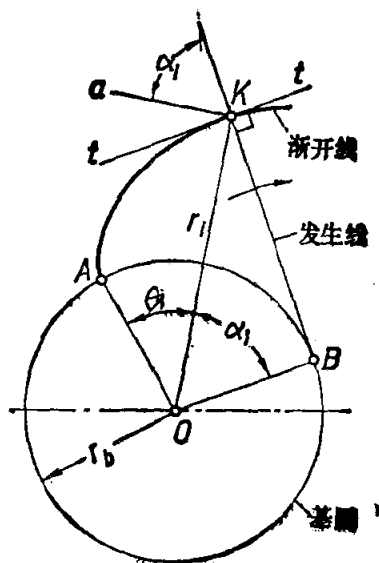


图 9-6

一、渐开线的形成

如图 9-6 所示,当直线 BK 沿一圆周作纯滚动时,直线上任一点 K 的轨迹 AK , 就是该圆的渐开线。这个圆称为渐开线的基圆,它的半径用 r_b 表示,直线 BK 称为渐开线的发生线,角 θ_i 称为渐开线 AK 段的展角。

二、渐开线的特性

根据渐开线的形成,可知渐开线具有下列特性:

1) 发生线沿基圆滚过的长度,等于基圆上被滚过的圆弧长度。即

$$BK = \widehat{AB}$$

2) 由于 B 点是发生线沿基圆滚动时的速度瞬心,故发生线 BK 即为渐开线在 K 点处的法线,又因发生线恒与基圆相切,也就是说渐开线上任一点的法线恒切于基圆。

3) 如图 9-6 所示,点 B 既是发生线绕基圆滚动的瞬时转动中心,故 BK 就是渐开线上 K 点的曲率半径。渐开线离基圆愈远的部分,其曲率愈小(曲率半径愈大),即渐开线愈平直,渐开线愈靠近基圆的部分,其曲率愈大,即渐开线愈弯曲。

4) 渐开线的形状与基圆的大小有关,在展角相同的情况下,渐开线的曲率取决于基圆的大小。如图 9-7 所示,设 C_1 、 C_2 是从半径不同的两基圆上展出的两条渐开线,由图可以看出,在展角相同时,基圆半径愈小,则渐开线愈弯曲;基圆半径愈大,则渐开线愈平直;基圆半径为无穷大时,则渐开线就变为一条直线。

5) 基圆内无渐开线。

三、渐开线方程式

在研究齿轮啮合原理及计算齿轮的几何尺寸时,常需要用到渐开线方程式,渐开线方程式可以用极坐标表示,也可以用直角坐标表示,在齿轮机构中,用极坐标表示比较方便。

如图 9-6 所示, A 是渐开线在基圆上的起点, K 是渐开线上任意一点,它的向径用 r_i 表示,渐开线 AK 段的展角用 θ_i 表示。当此渐开线齿廓在 K 点啮合时,齿廓在 K 点所受的正压力方向(即齿廓曲线在该点的法线方向)与 K 点速度方向线(沿 Ka 方向)之间的夹角,称为渐开线在 K 点的压力角,以 α_i 表示。

由 $\triangle OBK$ 可见

$$r_i = \frac{r_b}{\cos \alpha_i}$$

又
$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{BK}{r_b} = \frac{\widehat{AB}}{r_b} = \frac{r_b(\alpha_i + \theta_i)}{r_b} = \alpha_i + \theta_i$$

故
$$\theta_i = \operatorname{tg} \alpha_i - \alpha_i$$

由上式可知,展角 θ_i 是随压力角 α_i 的大小而变化的。只要知道了渐开线上某点的压力角 α_i , 则

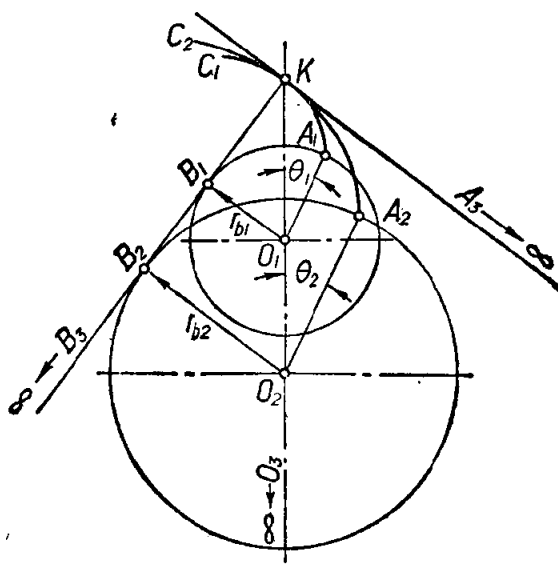


图 9-7

表 9-1 渐开线函数 ($\text{inv}\alpha_i = \text{tg}\alpha_i - \alpha_i$) 表

| α° | 次 | 0' | 5' | 10' | 15' | 20' | 25' | 30' | 35' | 40' | 45' | 50' | 55' |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 0.000 | 00177 | 00225 | 00281 | 00346 | 00420 | 00504 | 00598 | 00704 | 00821 | 00950 | 01092 | 01248 |
| 2 | 0.000 | 01418 | 01603 | 01804 | 02020 | 02253 | 02503 | 02771 | 03058 | 03364 | 03689 | 04035 | 04402 |
| 3 | 0.000 | 04790 | 05201 | 05634 | 06091 | 06573 | 07078 | 07510 | 08167 | 08751 | 09362 | 10000 | 10668 |
| 4 | 0.000 | 11364 | 12090 | 12847 | 13634 | 14453 | 15305 | 16189 | 17107 | 18059 | 19045 | 20067 | 21125 |
| 5 | 0.000 | 22220 | 23352 | 24522 | 25731 | 26978 | 28266 | 29594 | 30963 | 32374 | 33827 | 35324 | 36864 |
| 6 | 0.00 | 03845 | 04008 | 04175 | 04347 | 04524 | 04706 | 04892 | 05083 | 05280 | 05481 | 05687 | 05898 |
| 7 | 0.00 | 06115 | 06337 | 06564 | 06797 | 07035 | 07279 | 07528 | 07783 | 08044 | 08310 | 08582 | 08861 |
| 8 | 0.00 | 09145 | 09435 | 09732 | 10034 | 10343 | 10659 | 10980 | 11308 | 11643 | 11984 | 12332 | 12687 |
| 9 | 0.00 | 13048 | 13416 | 13792 | 14174 | 14563 | 14960 | 15363 | 15774 | 16193 | 16618 | 17051 | 17492 |
| 10 | 0.00 | 17941 | 18397 | 18860 | 19332 | 19812 | 20299 | 20795 | 21299 | 21810 | 22330 | 22859 | 23396 |
| 11 | 0.00 | 23941 | 24495 | 25057 | 25628 | 26208 | 26797 | 27394 | 28001 | 28616 | 29241 | 29875 | 30518 |
| 12 | 0.00 | 31171 | 31832 | 32504 | 33185 | 33875 | 34575 | 35285 | 36005 | 36735 | 37474 | 38224 | 38984 |
| 13 | 0.00 | 39754 | 40534 | 41325 | 42126 | 42938 | 43760 | 44593 | 45437 | 46291 | 47157 | 48033 | 48921 |
| 14 | 0.00 | 49819 | 50729 | 51650 | 52582 | 53526 | 54482 | 55448 | 56427 | 57417 | 58420 | 59434 | 60460 |
| 15 | 0.00 | 61498 | 62548 | 63611 | 64686 | 65773 | 66873 | 67985 | 69110 | 70248 | 71398 | 72561 | 73738 |
| 16 | 0.0 | 07493 | 07613 | 07735 | 07857 | 07982 | 08107 | 08234 | 08362 | 08492 | 08623 | 08756 | 08889 |
| 17 | 0.0 | 09025 | 09161 | 09299 | 09439 | 09580 | 09722 | 09866 | 10012 | 10158 | 10307 | 10456 | 10608 |
| 18 | 0.0 | 10760 | 10915 | 11071 | 11228 | 11387 | 11547 | 11709 | 11873 | 12038 | 12205 | 12373 | 12543 |
| 19 | 0.0 | 12715 | 12888 | 13063 | 13240 | 13418 | 13598 | 13779 | 13963 | 14148 | 14334 | 14523 | 14713 |
| 20 | 0.0 | 14904 | 15098 | 15293 | 15490 | 15689 | 15890 | 16092 | 16296 | 16502 | 16710 | 16920 | 17132 |
| 21 | 0.0 | 17345 | 17560 | 17777 | 17996 | 18217 | 18440 | 18665 | 18891 | 19120 | 19350 | 19583 | 19817 |
| 22 | 0.0 | 20054 | 20292 | 20533 | 20775 | 21019 | 21266 | 21514 | 21765 | 22018 | 22272 | 22529 | 22788 |
| 23 | 0.0 | 23049 | 23312 | 23577 | 23845 | 24114 | 24386 | 24660 | 24936 | 25214 | 25495 | 25777 | 26062 |
| 24 | 0.0 | 26350 | 26639 | 26931 | 27225 | 27521 | 27820 | 28121 | 28424 | 28729 | 29037 | 29348 | 29660 |
| 25 | 0.0 | 29975 | 30293 | 30613 | 30935 | 31260 | 31587 | 31917 | 32249 | 32583 | 32920 | 33260 | 33602 |
| 26 | 0.0 | 33 47 | 34294 | 34644 | 34997 | 35352 | 35709 | 36069 | 36432 | 36798 | 37166 | 37537 | 37910 |
| 27 | 0.0 | 38287 | 38666 | 39047 | 39432 | 39819 | 40209 | 40602 | 40997 | 41395 | 41797 | 42201 | 42607 |
| 28 | 0.0 | 43017 | 43430 | 43845 | 44264 | 44685 | 45110 | 45537 | 45967 | 46400 | 46837 | 47276 | 47718 |
| 29 | 0.0 | 48164 | 48612 | 49064 | 49518 | 49976 | 50437 | 50901 | 51368 | 51838 | 52312 | 52788 | 53268 |
| 30 | 0.0 | 53751 | 54238 | 54728 | 55221 | 55717 | 56217 | 56720 | 57226 | 57736 | 58249 | 58765 | 59285 |
| 31 | 0.0 | 53809 | 60335 | 60866 | 61400 | 61937 | 62478 | 63022 | 63570 | 64122 | 64677 | 65236 | 65798 |
| 32 | 0.0 | 66364 | 66934 | 67507 | 68084 | 68665 | 69250 | 69838 | 70430 | 71026 | 71626 | 72230 | 72838 |
| 33 | 0.0 | 73449 | 74064 | 74684 | 75307 | 75934 | 76565 | 77200 | 77839 | 78483 | 79130 | 79781 | 80437 |
| 34 | 0.0 | 81097 | 81760 | 82428 | 83100 | 83777 | 84457 | 85142 | 85832 | 86525 | 87223 | 87925 | 88631 |
| 35 | 0.0 | 89342 | 90058 | 90777 | 91502 | 92230 | 92963 | 93701 | 94443 | 95190 | 95942 | 96698 | 97459 |
| 36 | 0. | 09822 | 09899 | 09977 | 10055 | 10133 | 10212 | 10292 | 10371 | 10452 | 10533 | 10614 | 10696 |
| 37 | 0. | 10778 | 10861 | 10944 | 11028 | 11113 | 11197 | 11283 | 11369 | 11455 | 11542 | 11630 | 11718 |
| 38 | 0. | 11806 | 11895 | 11985 | 12075 | 12165 | 12257 | 12348 | 12441 | 12534 | 12627 | 12721 | 12815 |
| 39 | 0. | 12911 | 13006 | 13102 | 13199 | 13297 | 13396 | 13493 | 13592 | 13692 | 13792 | 13893 | 13995 |
| 40 | 0. | 14097 | 14200 | 14303 | 14407 | 14511 | 14616 | 14722 | 14829 | 14936 | 15043 | 15152 | 15261 |
| 41 | 0. | 15370 | 15480 | 15591 | 15703 | 15815 | 15928 | 16041 | 16156 | 16270 | 16386 | 16502 | 16619 |
| 42 | 0. | 16737 | 16855 | 16974 | 17093 | 17214 | 17335 | 17457 | 17579 | 17702 | 17826 | 17951 | 18076 |
| 43 | 0. | 18202 | 18329 | 18457 | 18585 | 18714 | 18844 | 18975 | 19106 | 19238 | 19371 | 19505 | 19639 |
| 44 | 0. | 19774 | 19910 | 20047 | 20185 | 20323 | 20463 | 20603 | 20743 | 20885 | 21028 | 21171 | 21315 |
| 45 | 0. | 21460 | 21606 | 21753 | 21900 | 22049 | 22193 | 22348 | 22499 | 22651 | 22804 | 22958 | 23112 |
| 46 | 0. | 23268 | 23424 | 23582 | 23740 | 23899 | 24059 | 24220 | 24382 | 24545 | 24709 | 24874 | 25040 |
| 47 | 0. | 25206 | 25374 | 25543 | 25713 | 25883 | 26055 | 26228 | 26401 | 26576 | 26752 | 26929 | 27107 |
| 48 | 0. | 27285 | 27465 | 27646 | 27828 | 28012 | 28196 | 28381 | 28567 | 28755 | 28943 | 29133 | 29324 |
| 49 | 0. | 29516 | 29709 | 29903 | 30098 | 30295 | 30492 | 30691 | 30891 | 31092 | 31295 | 31498 | 31703 |
| 50 | 0. | 31909 | 32116 | 32324 | 32534 | 32745 | 32957 | 33171 | 33385 | 33601 | 33818 | 34037 | 34257 |
| 51 | 0. | 34478 | 34700 | 34924 | 35149 | 35376 | 35604 | 35833 | 36063 | 36295 | 36529 | 36763 | 36999 |
| 52 | 0. | 37237 | 37476 | 37716 | 37958 | 38202 | 38446 | 38693 | 38941 | 39190 | 39441 | 39693 | 39947 |
| 53 | 0. | 40202 | 40459 | 40717 | 40977 | 41239 | 41502 | 41767 | 42034 | 42302 | 42571 | 42843 | 43116 |
| 54 | 0. | 43390 | 43667 | 43945 | 44225 | 44506 | 44789 | 45074 | 45361 | 45650 | 45940 | 46232 | 46526 |
| 55 | 0. | 46822 | 47119 | 47419 | 47720 | 48023 | 48328 | 48635 | 48944 | 49255 | 49568 | 49882 | 50199 |
| 56 | 0. | 50518 | 50838 | 51161 | 51486 | 51813 | 52141 | 52472 | 52805 | 53141 | 53478 | 53817 | 54159 |
| 57 | 0. | 54503 | 54849 | 55197 | 55547 | 55900 | 56255 | 56612 | 56972 | 57333 | 57698 | 58064 | 58433 |
| 58 | 0. | 58804 | 59178 | 59554 | 59933 | 60314 | 60697 | 61083 | 61472 | 61863 | 62257 | 62653 | 63052 |
| 59 | 0. | 63454 | 63858 | 64265 | 64674 | 65086 | 65501 | 65919 | 66340 | 66763 | 67189 | 67618 | 68050 |

注：用法举例：

(1) 找出 $\alpha = 14^\circ 30'$ 的渐开线函数值。

由表中“ α ”这一栏向下查到“ 14° ”，再沿横行向右查到“ $30'$ ”这一栏得“55448”，前面的次数为“0.00”。故得 $14^\circ 30'$ 的渐开线函数为 $\text{inv}14^\circ 30' = 0.0055448$ 。

(2) 找出 $\alpha = 22^\circ 18' 25''$ 的渐开线函数值。

$\text{inv}22^\circ 18' 25''$ 在表中直接查不出，只能查出 $\text{inv}22^\circ 15'$ 及 $\text{inv}22^\circ 20'$ 的数值，而 $\text{inv}22^\circ 18' 25''$ 就在这两个函数之间，可用线性插入法近似地求出。

先在表中找出 $\text{inv}22^\circ 15' = 0.020775$ ； $\text{inv}22^\circ 20' = 0.021019$ 。表中 $5' = 300''$ 的差值为 0.000244，而角度 $22^\circ 18' 25''$ 比 $22^\circ 15'$ 多 $205''$ ，则 $\text{inv}205''$ 的数值应为： $\frac{0.000244 \times 205''}{300''} = 0.000167$ ，因此得 $\text{inv}22^\circ 18' 25'' = 0.020775 + 0.000167 = 0.020942$ 。

该点的展角 θ_i 就可以由上式求出。所以称展角 θ_i 为压力角 α_i 的渐开线函数, 工程上常用 $\text{inv}\alpha_i$ 表示 θ_i , 即

$$\text{inv}\alpha_i = \text{tg}\alpha_i - \alpha_i$$

综上所述, 可得渐开线的极坐标参数方程式为:

$$\left. \begin{aligned} r_i &= \frac{r_b}{\cos\alpha_i} \\ \text{inv}\alpha_i &= \text{tg}\alpha_i - \alpha_i \end{aligned} \right\} \quad (9-2)$$

为了计算方便, 现已将不同压力角 α_i 的渐开线函数列成表(表 9-1), 以便查用。

§ 9-4 渐开线齿轮各部分的名称和尺寸

为了进一步研究齿轮的啮合原理和齿轮的设计问题, 必须先将齿轮各部分的名称、代表符号及其尺寸间的关系加以介绍。

一、外齿轮

图 9-8 所示为一标准直齿圆柱齿轮的一部分。在齿轮整个圆周上轮齿的总数称为齿轮的齿数, 常用 Z 表示。

齿轮上所有各齿的顶端都在同一圆周上, 这个过各齿顶端的圆称为齿顶圆。其直径和半径分别用 d_a 和 r_a 表示。

齿轮上相邻左右两齿廓之间的空间部分称为齿槽, 各齿的齿槽底部都在同一圆周上, 过各齿槽底部的圆称为齿根圆, 其直径和半径分别用 d_f 和 r_f 表示。

在任意圆周上所量得齿槽的弧线长度, 称为该圆周上的齿槽宽, 用 e_i 表示。

在任意圆周上所量得轮齿的弧线长度, 称为该圆周上的齿厚, 用 s_i 表示。

沿任意圆周上所量得相邻两齿同侧齿廓之间的弧长, 称为该圆周上的周节(或称齿距), 以 p_i 表示, 则

$$p_i = s_i + e_i$$

沿齿廓法线所量得相邻两齿同侧齿廓之间的距离称为法节, 用 p_n 表示, 根据渐开线的特性, 可知法节等于基圆周节 p_b 。

在齿顶圆与齿根圆之间, 规定一直径为 d (半径为 r) 的圆, 作为计算齿轮各部分尺寸的基准, 并把这个圆叫做分度圆。在分度圆上的齿厚、齿槽宽和周节即为通常所称的齿厚、齿槽宽和周节, 并分别用 s 、 e 和 p 表示, 而 $p = s + e$ 。对于标准齿轮 $s = e$ 。

分度圆的大小, 显然是由周节 p 和齿数 Z 决定的。因为分度圆的周长 $\pi d = Zp$, 于是得

$$d = \frac{Zp}{\pi}$$

由上式可见, 一个齿轮当 Z 、 p 为已知时, 就可以算出其分度圆直径 d 。但是式中的 π 是个无理数, 将使设计计算不便, 同时对齿轮的制造和检验等也很不利。为了便于设计和制造, 人为地把比值 $\frac{p}{\pi}$ 规定为一些简单的数值, 如 1、2.5、3 等, 并把这个比值叫做模数, 以 m 表示。即

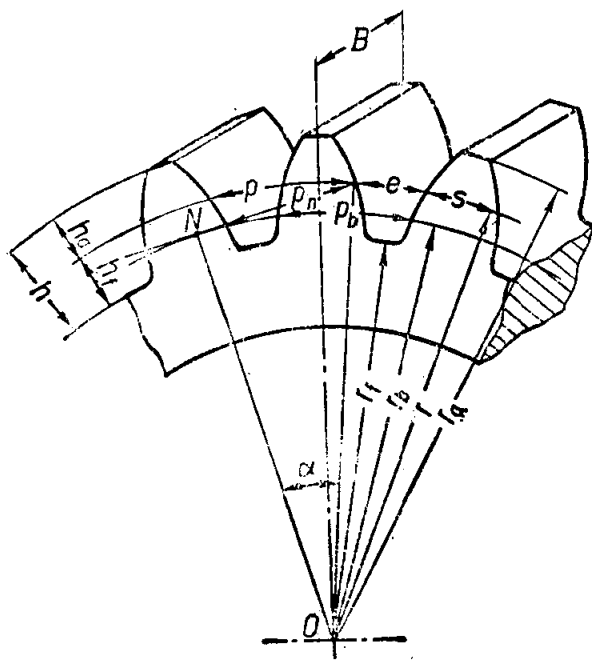


图 9-8

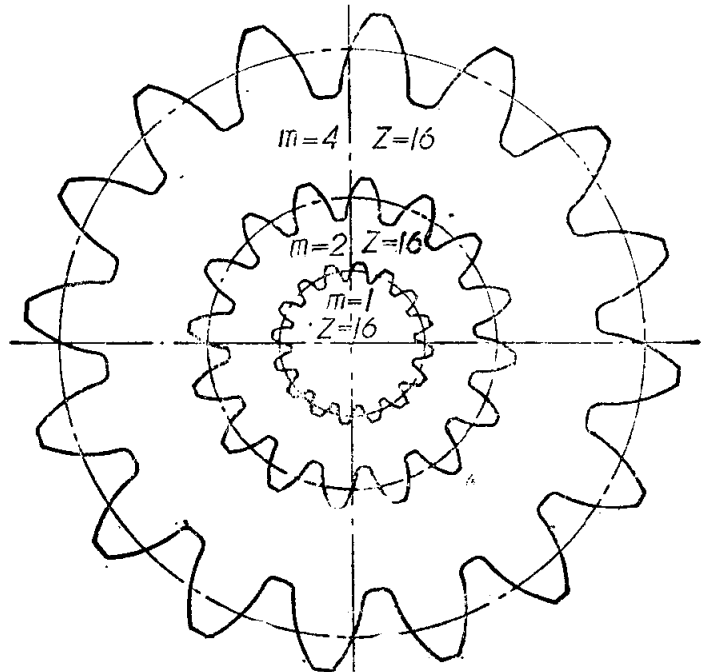


图 9-9

$$m = \frac{p}{\pi} \quad (9-3)$$

$$d = mZ \quad (9-4)$$

于是得

模数是齿轮尺寸计算中一个基本参数,其单位为毫米。齿数相同的齿轮,模数大,则轮齿的尺寸也大,轮齿所能承受的载荷也大。图 9-9 表示不同模数的齿形,从图中可以看出模数的大小与轮齿尺寸的关系。

齿轮的模数在我国已经标准化,表 9-2 为我国国家标准(GB1357-78)中的标准模数系列。

表 9-2 标准模数系列表

| | | | | | | | | | | | mm |
|-------|-------|------|------|------|------|------|--------|-----|--------|-----|-----|
| 第一系列: | 0.1 | 0.12 | 0.15 | 0.2 | 0.25 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.8 | 1 |
| | 1.25 | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 4 | 5 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| | 16 | 20 | 25 | 32 | 40 | 50 | | | | | |
| 第二系列: | 0.35 | 0.7 | 0.9 | 1.75 | 2.25 | 2.75 | (3.25) | 3.5 | (3.75) | 4.5 | 5.5 |
| | (6.5) | 7 | 9 | (11) | 14 | 18 | 22 | 28 | (30) | 36 | 45 |

注: 1. 本表适用于渐开线圆柱齿轮。对斜齿轮是指法面模数。

2. 选用模数时,应优先采用第一系列,其次是第二系列,括号内的模数尽可能不用。

上面引出了齿轮的一个重要参数——模数 \$m\$, 下面再介绍齿轮的另一个重要参数——压力角 \$\alpha\$。

在 § 9-3 中,曾谈到什么是渐开线的压力角,由图 9-10 可见,同一渐开线齿廓上各点的压力角是不同的,在接近基圆的 \$b_1\$ 点,压力角 \$\alpha_1\$ 较小;离基圆较远的 \$b_2\$ 点,压力角较大,基圆周上 \$a\$ 点的压力角等于零。由图可见渐开线齿廓上任意点 \$b_i\$ 的压力角 \$\alpha_i\$,可由下式决定,即

$$\cos \alpha_i = \frac{r_b}{r_i} \quad (9-5)$$

由上式可见，对于同一渐开线齿廓， r_i 不同时 α_i 也不同，即渐开线齿廓在不同的圆周上有不同的压力角。通常所说的齿轮压力角，是指分度圆上的压力角，以 α 表示，并规定分度圆上的压力角为标准值，一般取 $\alpha=20^\circ$ （或 15° ），而根据式(9-5)可知

$$\cos \alpha = \frac{r_b}{r}$$

至此，可以给分度圆一个完整的定义：分度圆是齿轮上具有标准模数和标准压力角的圆。

分度圆与节圆的区别在于，节圆是一对齿轮啮合传动时，以齿轮回转轴心为圆心过节点 P 所

作的圆。单个齿轮没有节点也就不存在节圆。至于分度圆，则由式(9-4)可知，当齿轮的齿数 Z 和模数 m 一定时，其分度圆即为一定。所以，每个齿轮都有一个分度圆，而且只有一个分度圆。

在图9-8中，轮齿被分度圆分为两部分，介于分度圆与齿顶圆之间的部分称为齿顶，其径向高度称为齿顶高，以 h_a 表示；介于分度圆与齿根圆的部分称为齿根，其径向高度称为齿根高，以 h_f 表示。

齿顶高 h_a $h_a = h_a^* m$ (9-6)

齿根高 h_f $h_f = (h_a^* + c^*) m$ (9-7)

齿全高 $h = h_a + h_f = (2h_a^* + c^*) m$ (9-8)

齿顶圆直径 $d_a = d + 2h_a = (Z + 2h_a^*) m$ (9-9)

齿根圆直径 $d_f = d - 2h_f = (Z - 2h_a^* - 2c^*) m$ (9-10)

以上各式中， h_a^* 称为齿顶高系数， c^* 称为顶隙系数。这两个系数我国已规定了标准值，见表9-3。

表 9-3 圆柱齿轮标准齿顶高及顶隙系数

| 系 数 | 正 常 齿 | 短 齿 |
|---------|-------|-----|
| h_a^* | 1 | 0.8 |
| c^* | 0.25 | 0.3 |

现将渐开线标准直齿圆柱齿轮的几何尺寸计算公式列于表9-4，供参考。标准齿轮，是指 m 、 a 、 h_a^* 和 c^* 均为标准值，而且 $s=e$ 的齿轮。

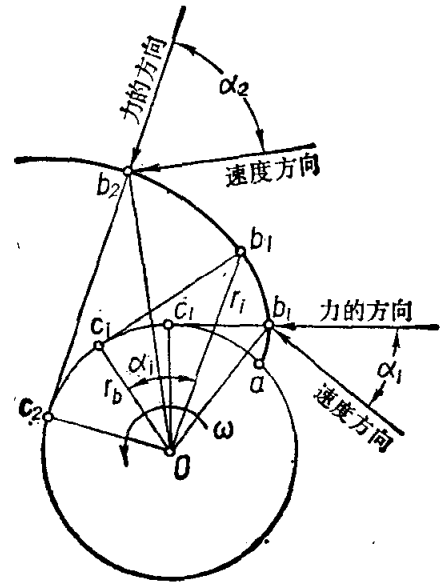


图 9-10

表 9-4 渐开线标准直齿圆柱齿轮几何尺寸的计算公式

| 名 称 | 符号 | 公 式 |
|---------|----------|---|
| 模 数 | m | 根据轮齿承受载荷、结构条件等定出, 选用标准值 |
| 压 力 角 | α | 选用标准值 |
| 分度圆直径 | d | $d = mZ$ |
| 齿 顶 高 | h_a | $h_a = h_a^* m$ |
| 齿 根 高 | h_f | $h_f = (h_a^* + c^*) m$ |
| 齿 全 高 | h | $h = h_a + h_f$ |
| 齿顶圆直径 | d_a | $d_a = (Z + 2h_a^*) m$ |
| 齿根圆直径 | d_f | $d_f = (Z - 2h_a^* - 2c^*) m$ |
| 基 圆 直 径 | d_b | $d_b = d \cos \alpha$ |
| 周 节 | p | $p = \pi m$ |
| 齿 厚 | s | $s = \frac{\pi m}{2}$ |
| 齿 槽 宽 | e | $e = \frac{\pi m}{2}$ |
| 中 心 距 | a | $a = \frac{1}{2}(d_1 + d_2) = \frac{m}{2}(Z_1 + Z_2)$ |
| 顶 隙 | c | $c = c^* m$ |

二、齿条

图 9-11 所示为一齿条, 可以把它看作是齿轮的一种特殊型式。因为当齿轮的齿数增大到无穷大时, 其圆心将位于无穷远处, 这时该齿轮的各个圆周都变成直线, 渐开线齿廓也变为直线齿廓。齿条与齿轮相比主要有下列两点不同。

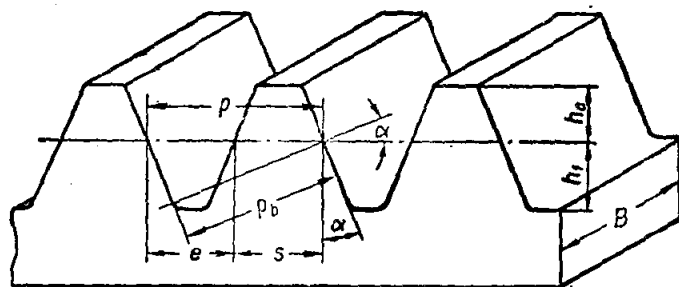


图 9-11

1) 由于齿条的齿廓是直线, 所以齿廓上各点的法线是平行的。而且在传动时齿条是作平动的, 故齿条上各点速度的大小和方向均相同, 所以齿条齿廓上各点的压力角都相等 (即为标准值 20° 或 15°)。由图可见, 齿条齿廓的压力角等于齿廓的倾斜角 α (α 也称为齿形角)。

2) 由于齿条上各齿同侧的齿廓都是平行的, 所以不论在分度线上、齿顶线上或与分度线平行的其他直线上, 其周节均相等, 即 $p_i = p = \pi m$ 。但只有在分度线上 $s = e$, 在其他直线上的齿厚与齿槽宽并不相等。

齿条各部分的尺寸, 可参照外齿轮的计算公式按表 9-5 计算。

表 9-5 渐开线标准齿条几何尺寸的计算公式

| 名称 | 符号 | 公式 |
|-----|-------|-------------------------|
| 齿顶高 | h_a | $h_a = h_a^* m$ |
| 齿根高 | h_f | $h_f = (h_a^* + c^*) m$ |
| 齿全高 | h | $h = h_a + h_f$ |
| 周节 | p | $p = \pi m$ |
| 齿厚 | s | $s = \frac{\pi m}{2}$ |
| 齿槽宽 | e | $e = \frac{\pi m}{2}$ |
| 顶隙 | c | $c = c^* m$ |

三、内齿轮

图 9-12 所示为一内齿圆柱齿轮。内齿轮的轮齿分布在空心圆柱体的内表面上,圆柱体的空心形状和外齿轮的形状完全相同。但内齿轮与外齿轮相比较有下列几点不同:

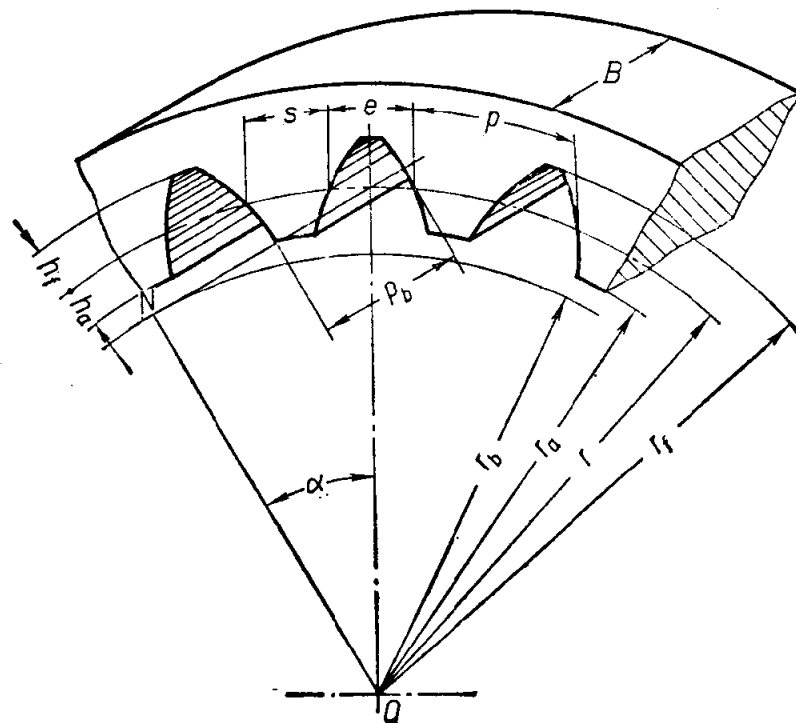


图 9-12

- 1) 内齿轮的齿厚相当于外齿轮的齿槽宽,内齿轮的齿槽宽就相当于外齿轮的齿厚。内齿轮的齿廓虽然也是渐开线,但外齿轮的齿廓是外凸的,而内齿轮的齿廓却是内凹的。
- 2) 内齿轮的齿顶圆在它的分度圆之内,齿根圆在它的分度圆之外,即齿根圆大于齿顶圆。
- 3) 当内齿轮的齿顶齿廓全部为渐开线时,其齿顶圆必须大于它的基圆。

基于上述特点,内齿轮某些基本尺寸的计算也不同于外齿轮,其基本尺寸的计算公式见表 9-6。

表 9-6 渐开线标准内齿轮几何尺寸计算公式

| 名 称 | 符 号 | 公 式 |
|-------|-------|---|
| 分度圆直径 | d | $d = mZ$ |
| 齿顶高 | h_a | $h_a = h_a^* m$ |
| 齿根高 | h_f | $h_f = (h_a^* + c^*) m$ |
| 齿全高 | h | $h = h_a + h_f$ |
| 齿顶圆直径 | d_a | $d_a = (Z + 2h_a^*) m$ |
| 齿根圆直径 | d_f | $d_f = (Z + 2h_a^* + 2c^*) m$ |
| 基圆直径 | d_b | $d_b = d \cos \alpha$ |
| 周节 | p | $p = \pi m$ |
| 齿厚 | s | $s = \frac{\pi m}{2}$ |
| 齿槽宽 | e | $e = \frac{\pi m}{2}$ |
| 中心距 | a | $a = \frac{1}{2}(d_2 - d_1) = \frac{m}{2}(Z_2 - Z_1)$ |
| 顶隙 | c | $c = c^* m$ |

§ 9-5 一对渐开线齿轮的啮合传动

上面主要研究了单个齿轮，但是机械中的齿轮总是成对使用的，因此还必须进一步探讨一对渐开线齿轮啮合传动的情况。

一、渐开线齿廓能保证定传动比传动

根据渐开线的形成及其性质，不难证明用渐开线作为齿廓曲线是符合啮合基本定律，并能保证定传动比传动的。

如图 9-13 所示，设 C_1 、 C_2 为两齿轮上相互啮合的一对渐开线齿廓，它们的基圆半径分别为 r_{b1} 及 r_{b2} 。当 C_1 、 C_2 在任意点 K 啮合时，过 K 点作这对齿廓的公法线 N_1N_2 ，根据渐开线的性质可知：此公法线 N_1N_2 必同时与两轮的基圆相切，即 N_1N_2 为两轮基圆的一条内公切线。它与

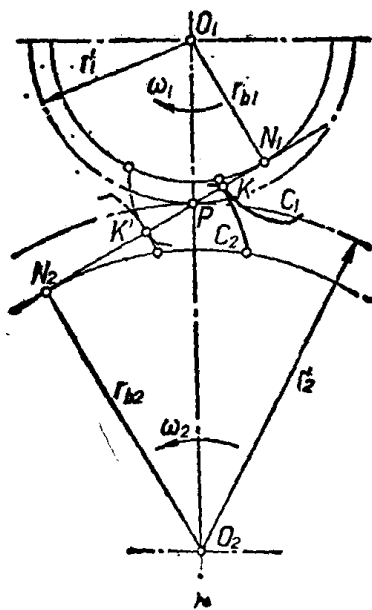


图 9-13

连心线 O_1O_2 相交于 P 点。根据啮合基本定律可知：其传动比为 $i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}$ 。而且在传动过程中，由于基圆大小和位置都不变，所以不论两齿廓在任何位置接触（例如在 K' 点接触），过接触点所作两齿廓的公法线都将与 N_1N_2 相重合（因为两定圆在同一方向只有一条内公切线）。故 N_1N_2 为一条定直线，而连心线 O_1O_2 也为一条定直线，其交点 P 必为一定点，所以两轮的传动比为一常数，即

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P} = \text{常数}$$

又由图可知, 直角三角形 O_1N_1P 与直角三角形 O_2N_2P 相似, 所以两轮的传动比还可以写成

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P} = \frac{r'_2}{r'_1} = \frac{r_{b2}}{r_{b1}} \quad (9-11)$$

式中 r'_1, r'_2 分别为两轮的节圆半径。

即两轮的传动比不仅与两节圆半径成反比, 也与两基圆半径成反比。

二、一对渐开线齿轮正确啮合的条件

如上所述, 一对渐开线齿廓是能保证定传动比传动的, 但这并不表明任意两个渐开线齿轮都能正确地啮合。一对渐开线齿轮要正确啮合, 必须满足一定的条件, 即正确啮合的条件。

由上述可知, 一对渐开线齿廓在任何位置啮合时, 其接触点的公法线都是同一条直线 N_1N_2 , 也就是说一对渐开线齿轮正确啮合时, 其啮合点都应在直线 N_1N_2 上, 所以称 N_1N_2 为啮合线。

图 9-14 为一对渐开线齿轮啮合的情形, 设前面的一对轮齿在啮合线上的 L 点接触, 如果后面的一对轮齿也处在啮合线上, 就必须在啮合线上的 M 点接触, 才能满足接触点都在啮合线上的要求。这时, 轮 1 的法节 L_1M_1 应等于轮 2 的法节 L_2M_2 。如果两轮的齿节不等, 则如图 9-15 所示, 就不能保证两轮齿廓的接触点都处于啮合线上。根据渐开线性质的可知, 法节与基圆周节相等, 故也可用 p_b 表示, 于是得

$$p_{b1} = p_{b2} \quad (a)$$

根据式(9-5)可推知

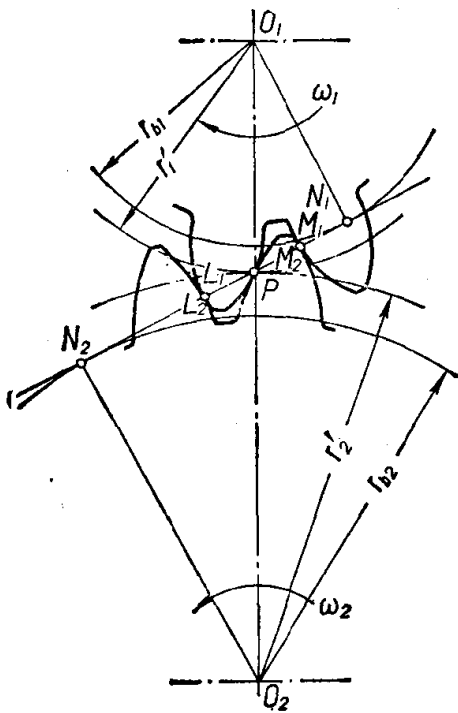


图 9-14

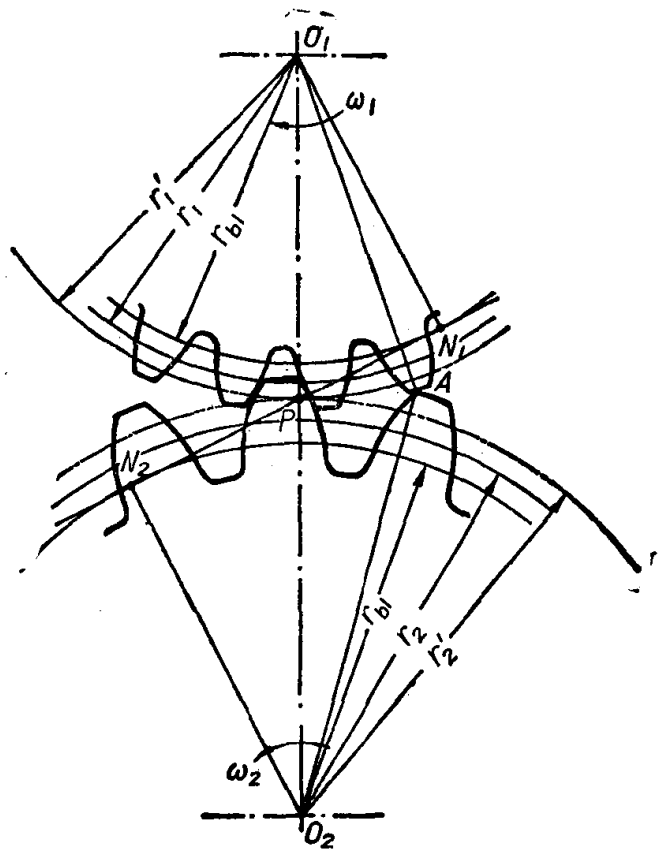


图 9-15