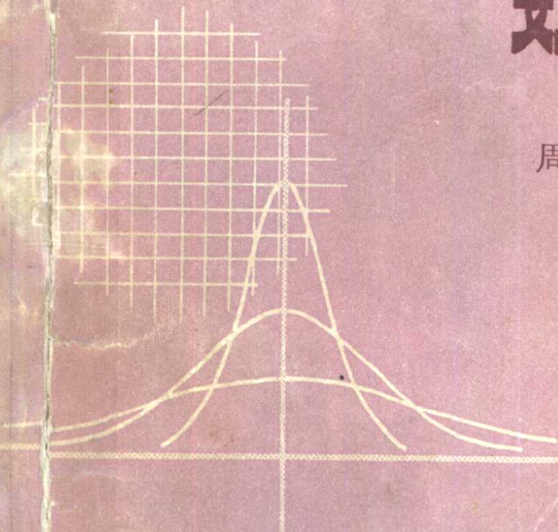
SHULITONGJI

数理统计

周兆麟　李毓芝　编



中国统计出版社

数理统计

周兆麟　李毓芝　编

中国统计出版社

本书导言和第 4、5、6、7、8、9、10、11 章由周兆麟执笔，第 1、2、3 章由李毓芝执笔。

数 理 统 计

周兆麟 李毓芝 编

中国统计出版社出版

新华书店北京发行所发行

2207工厂印刷 [illegible]厂装订

787×1092毫米 32开本 10.875印张 23万字

1985年3月第一版 1985年3月北京第一次印刷

印数：1—160,000

统一书号：4006·053 定价：2.50元

目　录

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

导 言

我们知道，开展科学管理离不开定量分析。数理统计就是一种定量分析的工具，因而研究和运用它，对于管理工作者来说是很重要的事。数理统计作为一门学科，它的研究对象和内容是什么呢？它的研究方法和程序又是怎样的呢？这里就这些问题作些简要介绍。

现实生活中有这样一类现象，在相同的条件下它可能发生，也可能不发生，表现出不确定性。或者说，它的发生呈偶然性。例如，为了了解产品质量，从一批产品中任意抽出一件来检验，它可能是正品，也可能是次品，事先无法肯定。又如，要掌握生产的某种零件厚度尺寸数据的变化，了解到工人加工该零件时，其尺寸一般为 2 mm，但不见得正好每件都是 2 mm，即使是在同一时间、地点，由同一个工人、在同一台设备上、就同一批原材料等条件下加工，每个零件的尺寸也不可能正好是 2 mm，很可能取 1.98 mm、2.01 mm、1.99 mm……等等数值，有不同程度的差别，即表现出不确定性。又例如，从全厂职工上班时刻统计分析中看到，若上午 7:30 时为标准上班时刻，但每个职工实际进厂时刻可能很不一致，有的稍早，有的略晚，又是带不确定性的。再如，经济分析中了解到，产量和单位成本指标之间有密切关系。如某厂某种产品第一月产量为50件，单位成本为 1,050 元，第二月产量为 85 件，单位成本为 980 元，在相同的条件下，

第三月仍拟生产85件，能否断言单位成本也会是980元呢？那不见得，实际上总会有出入，也呈现出不确定性。实际生活中，类似这些不确定性现象的例子是很多的，我们也常和它们打交道，如明天会不会下雨？种子种下去会不会发芽？掷一枚硬币，正面是否朝上？得了感冒，几天可以好？……等等。

这类现象为什么会呈现不确定性呢？我们知道，影响一个事物的因素是很多的，有些是基本的因素，如零件加工受工人技术水平、设备状况、原材料性能、加工条件等基本因素影响；还有大量的偶然因素，诸如室温、场外微小振动、工人加工时精神状态等等。这些大量的、作用都相当微小的、彼此无关的、偶然的因素都影响着零件加工，这许多因素作用的结果，综合地反映在数据的不稳定上，从而表现出不确定性。

不确定性现象带偶然性，似乎不好捉摸，它们的变化是不是就没有什么内在规律可循呢？从最简单的掷硬币这件事来看，一个质量匀称的硬币，抛掷后正面朝上或反面朝上的机会是一样的。如果只抛一次，那就很难说正面一定朝上，但如果抛掷多次，计算正面朝上的次数m对抛掷总次数n之比的频率指标$\frac{m}{n}$，我们会看到，随着抛掷次数的增加，$\frac{m}{n}$会越来越和$\frac{1}{2}$这个常数相接近。也就是说，在大量观察中，硬币正面朝上的机会大体上是一半，这和我们实际的想象也是相符的。在其他场合，例如抽检一箱产品，计算次品出现的频率，观察种子发芽的频率等，也有类似的情况，它们的频

率，随着n越来越大，也会稳定在某些确定的常数附近。这些确定的常数就描述了该不确定性现象发生可能性的大小，这就是不确定性现象变化的一种规律性的反映。可见，对不确定性现象而言，通过单独一次观察，它们发生与否是带偶然性质的，但通过大量观察，就能发现其频率稳定在某个确定的常数附近这样一个客观规律性。又如，观察零件尺寸取值、职工上班时刻统计，也会看到，从个体上观察（就抽取的一个零件，登记一个职工的上班时刻观察），它们的一次取值是偶然的，不确定的，但若通过大量观察，统计成百上千的零件尺寸，登记成百上千的职工上班时刻，将它们分别系统整理成分组表，绘成直方图，这些数据就常有下面的分布情况：

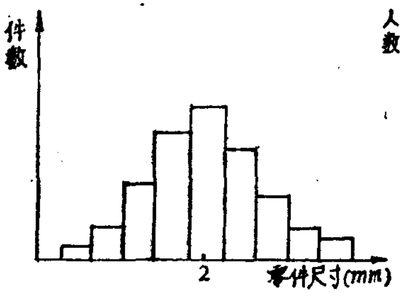


图 0-1　某零件厚度尺寸分布图

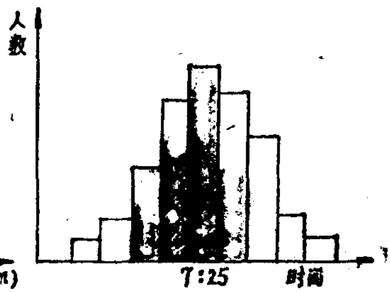


图 0-2　全厂职工上班时刻统计图

我们从图上直观地看到，就某工人加工的大量零件尺寸看，尽管它们之间各不一样，但大部分零件的尺寸是在2 mm左右，偏离2 mm越大的零件越来越少，呈山峰的形状。就职工到厂的时刻而言，尽管各人来厂时刻不同，但从大量观

察看到，大部分职工是在 7:30 时以前某个时刻（比如 7:25 时）左右进厂，随着时间差距的拉长，提前很早到厂的、迟到很晚的人，会越来越少，也大致呈峰形。所有这些，和我们通常的想象也是相符合的，只要这些事物仅仅受大量偶然因素的影响，情况就会是如此。在通常情况下，如果我们统计多次，就会发现，山峰形状大体上是相同的。如果抽取更多的个体，并将这些直方图的各组组距分割更细，再将直方图各矩形顶部中点光滑地联接起来，就可大致概括为一条曲线：

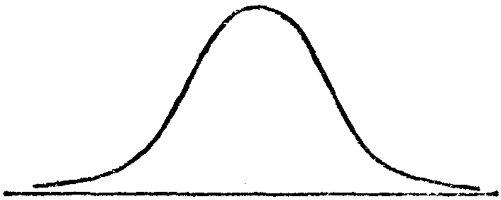


图 0-3

这就反映出某种规律性的东西，这正是大量的偶然性中内含的某种必然性。统计的特点是作大量观察，所以，常把这种通过大量观察概括得到的规律性，称为统计规律性。为了切合各种实际问题，这条曲线在分布的范围上，峰形的高低上，还会有所不同。

上面，我们是用光滑的几何曲线来描述一定的统计规律性的。数理统计学的研究对象就是这种不确定性现象，它就是利用一定的数学模式来描述不确定性现象的统计规律性，以它作为分析研究与指导解决大量实际问题的基础。其实，用一定的数学模式来描述实践中一些变量的规律性，在其他

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

场合我们也见过。比如说，几何上的圆，即一动点与一定点等距离运动所得的轨迹，这个几何模式的出现，也是通过大量实践而发现的：太阳象“圆”，车轮、月影、锅盖……等等具体事物都是“圆”的，把这个内在的共同规律性归纳和抽象出来，用一定的数学模式描述它，并取名为“圆”。有了“圆”这个理论上的模式，就可指导千千万万的实际事物，开展各种研究。数理统计也正是运用了这种抽象归纳的方法。

当然，就个别的某天去统计，零件尺寸或职工上班时刻的实际分布情况，不见得正好和理论上的光滑曲线相吻合，而会有一些出入。实际的分布曲线和理论曲线不完全符合，这是正常的。如果就大量的天数来统计，只要各天都只受大量偶然因素的影响，平均说起来就会与理论的情形十分吻合。理论上和实践中的若干出入，并不妨碍这种理论上曲线规律对实践的指导作用。正好比我们在现实生活中观察到各种各样圆形的事物，但严格说来，世界上并不存在和理论上的几何圆完全吻合的形体，多少也会有点出入，但这并不妨碍几何圆对实践的指导作用，如设计一个圆盘，就得依靠圆面积的计算去考虑用料等等。

我们所研究的一定的不确定现象客体，统计上常称为总体。由于总体中包含众多直至无穷多个体，无法一一研究，实际上只能从总体中抽取一个有代表性的局部，这一部分个体常称为样本（又称子样）；先对样本作观察和研究，然后据以对总体的情况作出各种推断。从研究内容上看，数理统计经常是通过对样本信息的研究来推断总体的有关结论；它还通过比较事物间的差异，分析影响事物变化的因素等来研究现象间的相互关系；它也研究观察实验设计的科学方法等

等，因此，它的内容是很丰富的。

开展数理统计研究时，首先需要收集有关数据资料，对它进行整理，包括列表、作图、计算某些特征指标等，这一步常称为描述性工作，即要把事物描述清楚，提供进一步研究的基础。其次是分析性工作，即在描述性步骤的基础上分析发掘带规律性的东西。最后，通过样本资料中归纳出的规律来对总体进行各种推断和预测等，这就是推断性工作。数理统计的研究步骤，大体上是遵循这些程序的。

总而言之，个体上表现为不确定性而大量观察中呈现出统计规律性的现象，我们称之为随机现象，或就叫不确定性现象。在经济管理中，存在着大量的各种各样的随机现象，因而开展这方面的研究，学会处理它们的数理统计方法，对一个经济管理工作者来说是非常必要的。

思考题：

1．数理统计学的研究对象是什么？

2．何谓统计规律性？

3．开展数理统计研究，大体上要遵循哪些步骤？

第一章　随机事件与概率

概率论是统计学的基本工具之一。

客观世界中有许多现象，它们虽然有明确的含义，但其变化规律却很不稳定。例如：抛掷一颗均匀的骰子，出现的点数有从一点至六点的各种可能的结果；抽查一批产品，所取出的可能是正品也可能是次品；电话总机在一段时间内所收到的呼唤次数可能多一些，也可能少一些；在公共汽车站排队候车的人在某段时间内亦有多有少，如此等等。所有这类现象，都是事先无法确定其结果的。也就是说，它们都带有明显的不确定性，即所谓随机性。因此，我们把这类现象称为随机现象。人们发现，如果对随机现象进行大量重复的观测或试验，则还可以看到它们也有规律性的一面。例如：虽然我们无法确定特定的某次抛掷骰子的结果是什么，但是，对于大量的实验，我们能够大致知道出现一点至六点各种结果的百分比。概率论就是描述随机现象的有力的工具。本章主要介绍随机事件与概率的一些基本知识。

一、预备知识——排列与组合

排列与组合是数学方法的一种，它是研究古典概率的重要工具。这里，我们仅对有关的基本知识作一简要的介

绍。

(一) 加法原理

如果事件 A 能有 m 种方式出现，另一不同的事件 B 能有 n 种方式出现，那末，只要 A 和 B 不能同时出现，事件 A 或事件 B 就有 $m+n$ 种方式出现。

[例 1.1] 求从一副扑克牌中抽到一张黑桃或红心的方法数。

解 设事件 A 对应于从一副扑克牌中抽到一张黑桃，事件 B 对应于从一副扑克牌中抽到一张红心，这两个事件每一个都能有 13 种方式出现，所以，能够从一副扑克牌中抽到一张黑桃或红心的方法数为

$$13+13=26$$

(二) 乘法原理

如果事件 A 能有 m 种方式出现，另一不同的事件 B 能有 n 种不同的方式出现，则事件 A 和 B 就能有 mn 种方式出现。

[例 1.2] 求从一副扑克牌中抽两张，其中黑桃、红心各有一张的方法数。

解 事件 A、B 的定义同前例。依题意，按乘法原理可知，所求的方法数应为

$$13\times13=169$$

[例 1.3] 由五个不同的自然数 1、2、3、4、5，可组成多少个没有重复数字的二位数。

解 组成没有重复数字的二位数，可以看作是由两个事

件组成的。首先是从所给的五个数字中选十位数字；然后再从剩下的四个数字中选个位数字。根据乘法原理可知：由自然数 1、2、3、4、5 可以组成 $5\times4=20$ 个没有重复数字的二位数。

显然，这两条原理还可推广到多于两个事件的情形。

[例 1.4] 有甲、乙、丙 3 种书籍，其中甲种书籍有 6 类，乙种书籍有 3 类，丙种书籍有 5 类。现要从 3 种书籍中各挑 1 类，问共有多少种挑选方法？

解 依题意，按乘法原理，共有

$6\times3\times5=90$ 种挑选方法。

注意：在上述原理中，事件与事件之间必须是互相独立的。否则，得出的结论就可能出错。

（三）排列

定义 从 m 个不同的元素中，任取 n $(n\leqslant m)$ 个不同的元素，按照一定的顺序排成一列，叫做从 m 个不同的元素中每次取 n 个不同元素的一个排列。所作出的排列种数记作 P_m^n，并有

$$P_m^n=\frac{m!}{(m-n)!}$$

注：任意正整数 n 与所有小于它的正整数的乘积通常用一个简略的记号 $n!$（读作 n 的阶乘）来表示。并且我们还规定：$0!=1$。

当 $n=m$ 时，P_m^n 记作 P_m，$P_m=m!$。这种排列叫做全排列。

[例 1.5] 有红、黄、蓝、绿四种颜色的彩旗各一面，

者连续举起三面不同的颜色的彩旗组成一种信号，问一共可发出多少种信号？

解 这实际上是一个在四个不同的元素中任取三个，按一定的顺序排成一列的排列问题。因此，它的答案应是：一共可发出

$$P_4^3=4\times3\times2=24 \text{ 种信号。}$$

［例 1.6］ 由 100 到 999 之间，有多少个每个数字都是不同的奇数的三位数？

解 依题意，这是一个由 1、3、5、7、9 五个数字中任选三个的排列问题。所以，共有

$$P_5^3=\frac{5!}{(5-3)!}=60 \text{ 个由不同奇数组成的三位数。}$$

［例 1.7］ 用 a、b、c、d 四个字母，可以组成多少种无重复字母的排列？

解 这相当于从四个不同元素中取四个不同元素的全排列问题。所以，一共可以组成

$$P_4=4!=24 \text{ 种无重复字母的排列。}$$

（四）重复排列

从 m 个不同的元素中，每次取出 n 个元素（元素可以重复出现，n 也不一定要小于或等于 m），按照一定的顺序排成一列。因为在这种情况下，第一，第二，…第 n 位上选取元素的方法都有 m 种，所以，从 m 个不同的元素中，每次取出 n 个元素的重复排列的种数是：m^n。这种允许元素重复出现的排列叫做重复排列。

［例 1.8］ 有五封信，随意投入三个信箱，共有多少种

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com