

◎丛书主编：刘 强

高中试验本

北京 名师导学

BEIJING MINGSHI DAOXUE

◎北大附中◎人大附中◎清华附中◎北师大附中

特级高级教师联合编写

高一
数学

●基本目标要求

●教材内容分析

●双基知识导学

●疑难问题解析

●典型例题分析

●双基能力训练

●习题答案提示

●高考真题选讲

九州出版社

丛书主编：刘 强

高中试验本

北京 名师导学

BEIJING MINGSHI DAOXUE

本册主编：万良柯

编者：万良柯 黄行道 徐源可
郭小平 黄玉华 商庶友



- 基本目标要求
- 典型例题分析
- 教材内容分析
- 双基能力训练
- 双基知识导学
- 习题答案提示
- 疑难问题解析
- 高考真题选讲

九州出版社

图书在版编目(CIP)数据

北京名师导学:高一数学.代数/刘强主编. —北京:九州出版社,
1996.6(2001.7重印)

ISBN 7-80114-142-3

I.北… II.刘… III.代数课—高中—教学参考资料 IV.G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 041655 号

《北京名师导学》

高一数学(试验本)

丛书主编 刘 强

本册主编 万良柯

*

九州出版社出版

新华书店发行

郑州市九洲财鑫印刷厂印装

*

850×1168 毫米·1/32 印张 9 字数 200 千字

1996 年 6 月第一版 2001 年 7 月第六次印刷

ISBN 7-80114-142-3/G·67

定价:11.00 元

版权所有 翻印必究

如发现印、装质量问题,影响阅读请与九州出版社经营部联系调换

(地址:北京市北三环西路 48 号科技会展中心 3 号楼 6A 邮编:100086 电话:010-62161967)

前 言

本套丛书根据教育部颁布的各学科课程标准，依照人教版最新教材（高中部分还备有试验本教材的同步辅导用书），灵活处理教材内容，有的放矢，突出重点，结合学科的教学、实践，拓宽学生的认知背景，既指导学生对知识进行科学梳理，又给学生以“钥匙”，让学生自己打开“重点”、“难点”的大门，帮助学生掌握相应的学习方法。

本套丛书体现“以学生发展为本”的编写思想，书中每节（单元）主要设有【教材内容分析】、【中高考基本要求】、【双基知识导学】、【疑难问题解析】、【典型例题分析】、【双基能力训练】、【习题答案提示】等栏目。这些栏目涉及的主要内容是各章节所应掌握的基础知识、知识灵活运用、思维方法、解题思想、技巧等。理科各册除了每节设有这几个栏目外，在本章知识总结中还设有4个栏目【知识体系】、【注意问题】、【知识扩展】、【中高考真题选讲】。这4个栏目对于学生复习本章所学知识，具有很强的概括性。

本丛书自出版以来一直成为广大师生的良师益友，真正起到开卷有益、初读有趣、复读启迪、教学参考、学习助手的作用。

2006/06

目 录

第一章 集合与简易逻辑

.....	(1)
一、集合	(1)
【双基知识导学】	(1)
【疑难问题解析】	(2)
【典型例题分析】	(2)
【双基能力训练】	(8)
二、不等式的解法	(14)
【双基知识导学】	(14)
【疑难问题解析】	(15)
【典型例题分析】	(15)
【双基能力训练】	(21)
三、简易逻辑	(28)
【双基知识导学】	(28)
【疑难问题解析】	(30)
【典型例题分析】	(30)
【双基能力训练】	(32)
第二章 函数	(37)
一、映射与函数	(37)
【双基知识导学】	(37)
【疑难问题解析】	(38)
【典型例题分析】	(38)
【双基能力训练】	(44)
二、函数的单调性和奇偶性	(47)
【双基知识导学】	(47)
【疑难问题解析】	(49)
【典型例题分析】	(49)
【双基能力训练】	(55)

三、反函数、指数与指数函数

.....	(58)
【双基知识导学】	(58)
【疑难问题解析】	(60)
【典型例题分析】	(60)
【双基能力训练】	(66)

四、对数与对数函数

.....	(69)
【双基知识导学】	(69)
【疑难问题解析】	(71)
【典型例题分析】	(72)
【双基能力训练】	(77)

五、函数的应用

.....	(81)
【双基知识导学】	(81)
【疑难问题解析】	(82)
【典型例题分析】	(82)
【双基能力训练】	(86)

第三章 数列

一、数列的一般概念

.....	(91)
【双基知识导学】	(91)
【疑难问题解析】	(92)
【典型例题分析】	(92)
【双基能力训练】	(96)

二、等差数列与等比数列

.....	(99)
【双基知识导学】	(99)
【疑难问题解析】	(101)
【典型例题分析】	(101)
【双基能力训练】	(123)

第四章 三角函数

一、角的概念

.....	(130)
-------	-------

【双基知识导学】	(130)		(194)
【疑难问题解析】	(131)	【双基知识导学】	(194)
【典型例题分析】	(131)	【疑难问题解析】	(196)
【双基能力训练】	(135)	【典型例题分析】	(196)
二、任意角的三角函数	(139)	【双基能力训练】	(204)
【双基知识导学】	(139)	八、已知三角函数值求角	(213)
【疑难问题解析】	(141)	【双基知识导学】	(213)
【典型例题分析】	(142)	【疑难问题解析】	(214)
【双基能力训练】	(146)	【典型例题分析】	(214)
三、同角三角函数的基本关系式		【双基能力训练】	(218)
.....	(150)	第五章 平面向量	(223)
【双基知识导学】	(150)	一、向量	(223)
【疑难问题解析】	(151)	【双基知识导学】	(223)
【典型例题分析】	(151)	【疑难问题解析】	(224)
【双基能力训练】	(157)	【典型例题分析】	(225)
四、正弦、余弦的诱导公式		【双基能力训练】	(225)
.....	(163)	二、向量的加法与减法	(228)
【双基知识导学】	(163)	【双基知识导学】	(228)
【疑难问题解析】	(164)	【疑难问题解析】	(230)
【典型例题分析】	(164)	【典型例题分析】	(232)
【双基能力训练】	(169)	【双基能力训练】	(233)
五、两角和与差的正弦、余弦、正切		三、实数与向量的积	(236)
.....	(172)	【双基知识导学】	(236)
【双基知识导学】	(172)	【疑难问题解析】	(237)
【疑难问题解析】	(173)	【典型例题分析】	(238)
【典型例题分析】	(174)	【双基能力训练】	(240)
【双基能力训练】	(178)	四、平面向量的坐标运算	(243)
六、二倍角的正弦、余弦、正切		【双基知识导学】	(243)
.....	(183)	【疑难问题解析】	(244)
【双基知识导学】	(183)	【典型例题分析】	(245)
【疑难问题解析】	(184)	【双基能力训练】	(246)
【典型例题分析】	(184)	五、线段的定比分点	(248)
【双基能力训练】	(189)	【双基知识导学】	(248)
七、三角函数的图象和性质			

【疑难问题解析】	(249)	【典型例题分析】	(263)
【典型例题分析】	(250)	【双基能力训练】	(265)
【双基能力训练】	(252)	八、正弦定理、余弦定理	(267)
六、平面向量的数量积	(254)	【双基知识导学】	(267)
【双基知识导学】	(254)	【疑难问题解析】	(269)
【疑难问题解析】	(257)	【典型例题分析】	(270)
【典型例题分析】	(258)	【双基能力训练】	(272)
【双基能力训练】	(260)	九、解斜三角形应用举例 ...	(274)
七、平移	(262)	【典型例题分析】	(275)
【双基知识导学】	(262)	【双基能力训练】	(276)

高一数学(试验本)

第一章 集合与简易逻辑

一、集 合

【双基知识导学】

1. 基本知识点

集合的概念、集合的表示方法、集合与元素的从属关系、空集、子集、真子集、相等、交集、并集、补集及其运算.

2. 知识重点及分析

掌握集合的各种表示方法,能正确熟练地表示集合,掌握求集合的子集、真子集、交集、并集、补集,能正确熟练地判断两个集合之间,元素与集合之间的关系.

①集合的表示方法有:列举法、描述法、图示法、字母法.

②集合中的元素具有确定性、互异性、无序性.

③元素与集合的关系用“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”表示.集合与集合的关系用“ $\supseteq$ ”, “ $\subseteq$ ”, “ $\subset$ ”, “ $=$ ”等表示.

集合的性质有:

任何一个集合是它本身的子集,记为 $A \subseteq A$;

空集是任何集合的子集,记为 $\emptyset \subseteq A$;

空集是任何非空集合的真子集;

如果 $A \subseteq B$,同时 $B \subseteq A$,那么 $A = B$.

如果 $A \subseteq B, B \subseteq C$,那么 $A \subseteq C$.

④当给定两个集合 A, B 时,它们的运算意义为:

交集: $A \cap B = \{x | x \in A, \text{且 } x \in B\}$, 有 $A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset$, 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cap B = A, (A \cap B) \subseteq A, (A \cap B) \subseteq B$.

并集: $A \cup B = \{x | x \in A, \text{或 } x \in B\}$, 有 $A \cup A = A, A \cup \emptyset = A$, 若 $A \subseteq B$, 则 $A \cup B = B, (A \cup B) \supseteq A, (A \cup B) \supseteq B$.

补集: $C_S A = \{x | x \in S, \text{且 } x \notin A\}$, S 为全集, 有 $C_S(C_S A) = A$, $C_S A \cup A = S$, $C_S A \cap A = \emptyset$, $C_S(A \cup B) = C_S A \cap C_S B$, $C_S(A \cap B) = C_S A \cup C_S B$.

另外, 对于集合的运算, 有时用图示表示更为直观.

3. 知识难点及分析

难点: 集合的各个基本概念的涵义, 以及相互间的区别与联系. 如: 如何运用集合的列举法与描述法表示集合, 弄清元素与子集、属于与包含之间的区别; 弄清子集与真子集符号、补集与集合的差的概念; 弄清交集与并集的概念、符号之间的区别与联系. 因为这些概念涉及到学生初学高中数学时对抽象数学符号的理解和使用的能力、用图示法表示集合并研究其关系的能力.

4. 常考知识点及其分析

理解和掌握集合、子集、交集、并集、补集的概念, 通常考查用列举法或描述法给出集合后, 考查空集与全集的概念; 元素与集合之间、集合与集合之间、集合的交、并、补运算, 对集合文氏图的理解等.

【疑难问题分析】

对于多个集合的运算问题有交换律、结合律、分配律.

$$(1) A \cap B = B \cap A, \quad A \cup B = B \cup A$$

$$(2) (A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(3) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C),$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$(4) A \cap (A \cup B) = A, \quad A \cup (A \cap B) = A$$

对于集合子集个数问题, 要从特殊到一般去推广结论;

$\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\}$ 的子集有 2^n 个, 真子集有 $2^n - 1$ 个.

对于求集合中元素个数问题, 若用 $\text{Card}(A)$ 表示有限集合 A 中元素的个数, 则

$$\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B),$$

【典型例题解析】

【例 1】用列举法表示下列集合:

(1) 不大于 10 的非负偶数集;

(2) 两边分别在坐标轴的非负半轴上, 且边长为 1 的正方形的顶

点};

(3){15的正约数};

(4)自然数中不大于10的质数集.

解:(1)不大于10的非负偶数集是 $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$.

(2) $\{(0, 0), (1, 0), (1, 1), (0, 1)\}$.

(3){15的正约数} $=\{1, 3, 5, 15\}$.

(4)在自然数中不大于10的质数集为 $\{2, 3, 5, 7\}$.

评注:列举法是把集合中的元素一一列举出来,写在大括号内表示集合的方法,列举时,元素不重复,不计次序,不遗漏且元素与元素之间用“,”隔开.

【例2】用描述法表示下列集合

(1)被5除余1的正整数集合;

(2)使 $y = \frac{1}{x^2 + x - 6}$ 有意义的实数 x 的集合;

(3)坐标平面内,不在一、三象限的点的集合;

(4)坐标平面内,两坐标轴上的点集;

(5)坐标平面内,以 x 轴为中心轴线,宽度为2的带形区域(包括边界)中的点的集合;

解:(1) $\{x | x = 5k + 1, k \in \mathbb{N}^*\}$;

(2) $\{x | x \neq 2 \text{ 且 } x \neq -3, x \in \mathbb{R}\}$;

(3) $\{(x, y) | xy \leq 0, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$;

(4) $\{(x, y) | xy = 0, x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}\}$;

(5) $\{(x, y) | |y| \leq 1, x \in \mathbb{R}\}$;

评注:用描述法表示集合是一个难点.用描述法表示集合时,大括号内可以是文字描述,也可以是数学式子描述.

【例3】如图1-1, U 是全集, M, P, S 是 U 的3个子集, 则阴影部分所表示的集合是 () (1999年全国高考题)

(A) $(M \cap P) \cap S$

(B) $(M \cap P) \cup S$

(C) $(M \cap P) \cap \complement_U S$

(D) $(M \cap P) \cup \complement_U S$

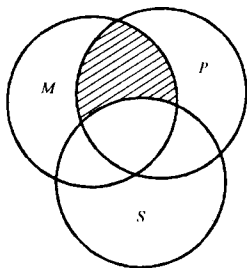


图 1-1

解:由图中阴影部分看出,阴影部分表示的集合不在 S 中,但在 $(M \cap P)$ 中,所以应选(C).

评注:从此题中可以看出,用图示法表示集合简单、明了.

【例4】设 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{3, 4, 6\}$, 求 $A \cap B$, $A \cup B$, $C_U A$, $C_U(A \cup B)$, $C_U(A \cap B)$, $C_U A \cap C_U B$.

解: $A \cap B = \{3, 4\}$, $A \cup B = \{3, 4, 5, 6\}$, $C_U A = \{1, 2, 6, 7\}$, $C_U(A \cup B) = \{1, 2, 7\}$, $C_U(A \cap B) = \{1, 2, 5, 6, 7\}$, $C_U A \cup C_U B = \{1, 2, 5, 6, 7\}$, $C_U A \cap C_U B = \{1, 2, 7\}$.

评注:从此题中我们可以发现 $C_U(A \cup B) = C_U A \cap C_U B$, $C_U(A \cap B) = C_U A \cup C_U B$.

【例5】方程组 $\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=-1 \end{cases}$ 的解集为 ()

(A) $\{x=0, y=1\}$

(B) $\{0, 1\}$

(C) $\{(0, 1)\}$

(D) $\{(x, y) \mid x=0 \text{ 或 } y=1\}$

解:选C.

评注:因为方程组的解是一有序实数对 $(0, 1)$, 所以用列举法表示解集应是 $\{(0, 1)\}$.

【例6】已知集合 $A = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - ax + a - 1 = 0\}$, $A \cup B = A$, 求 a 的值.

解: $\because A \cup B = A, \therefore B \subseteq A$

$\because A = \{1, 2\}, \therefore B \subseteq \{1, 2\}$,

故 $B = \emptyset$ 或 $B = \{1\}$ 或 $B = \{2\}$ 或 $B = \{1, 2\}$

若 $B = \emptyset$, 而 $a^2 - 4(a - 1) \geq 0$, 故 $B \neq \emptyset$;

若 $B = \{1\}$, 则 $x^2 - ax + a - 1 = 0$ 必有二等根且根为1, 此时可解得 $a = 2$;

若 $B = \{2\}$, 则方程 $x^2 - ax + a - 1 = 0$ 有相等有且根为2, 此时不可能;

若 $B = \{1, 2\}$, 则1, 2 为方程 $x^2 - ax + a - 1 = 0$ 的两不等根, 由韦达定一得:

$$1 + 2 = a,$$

$$\therefore a = 3$$

综合以上讨论可知: $a = 2$ 或 $a = 3$

评注:本题先利用 $A \cup B = A$ 以及 $A = \{1, 2\}$ 可求得 B , 然后再求 a 值. 在解题时, 集合 B 不能直接写成 $B = \{1, a-1\}$, 原因是这里的 $a-1$ 可能取 1, 这与集合元素的互异性矛盾.

【例 7】(1) 设 $\emptyset \subsetneq A \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 则符合条件的集合 A 的个数的最大值为 ()

(A) 32 (B) 31 (C) 30 (D) 29

(2) 非空集合 $S \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 且 S 满足条件: 若 $a \in S$, 则 $6-a \in S$, 符合上边要求的集合的个数为 ()

(A) 4 (B) 5 (C) 7 (D) 31

解: (1) 分三步考虑:

① 集合 A 是集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的非空子集, 按含元素的个数 1 个, 2 个, 3 个, 4 个, 5 个的情形分类;

② 确定集合各种情形的个数:

含有一个元素的集合 A 有 5 个

含有二个元素的集合 A 有 10 个

含有三个元素的集合 A 有 10 个

含有四个元素的集合 A 有 5 个

含有五个元素的集合 A 有 1 个

以上共有 31 个.

③ 确定 A 的个数的最大值为 31, 故选 B.

(2) 分三步考虑:

① 集合 S 是 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的非空子集.

② 集合 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的子集除空集外有 31 个.

③ 若子集中符合 $a \in S$, 则 $6-a \in S$ 条件下的个数有 $\{3\}$, $\{1, 5\}$, $\{2, 4\}$, $\{1, 3, 5\}$, $\{2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 共 7 个, 故选 C.

评注: 集合的元素以较复杂的形式出现时, 要经过变形、分析, 将元素的属性简明地表达出来, 清楚地显出集合的特征, 在求集合子集的个数时, 注意总结规律及特殊情形.

【例 8】设全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, 若 $A \cap B = \{3\}$, $A \cap C_U B = \{1, 5, 7\}$, $C_U A \cap C_U B = \{9\}$, 求 A, B .

解法 I:

$\because 3 \in A$ 且 $3 \in B$

$1, 5, 7 \in A$ 且 $1, 5, 7 \notin B$

$9 \notin A$ 且 $9 \notin B$, 还有元素 $2, 4, 6, 8$

若 $2 \in A$, 则 $2 \in A \cap \complement_U B$ 或 $2 \in A \cap B$ 都与已知矛盾,

$\therefore 2 \notin A$

又 $2 \notin \complement_U(A \cup B)$, $\therefore 2 \in B$

同理 $4, 6, 8 \in B$ 且 $4, 6, 8 \notin A$

故 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{2, 3, 4, 6, 8\}$.

解法 II:

$$\because A = A \cap (B \cup \complement_U B)$$

$$= (A \cap B) \cup (A \cap \complement_U B)$$

$$\therefore A = \{3\} \cup \{1, 5, 7\}$$

$$= \{1, 3, 5, 7\}$$

$$\text{又 } \complement_U A \cap \complement_U B = \{9\}, \complement_U(A \cup B) = 9$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\},$$

$$\therefore B = \{2, 3, 4, 6, 8\}$$

解法 III:

用图示法表示, 根据已知条件填图, 如图 1-2, 即可求出.

评注: 给出集合 A 、 B 的交、并、补等集合, 求集合 A 、 B 的思路有: ① 先把 A 、 B 中肯定会有或肯定不会有元素确定下来, 再把余下的元素根据已知条件逐一检验或用反证法逐一证明, 最后确定集合 A 、 B ; ② 用集合的运算律确定集合; ③ 用图示法直观确定集合 A 、 B .

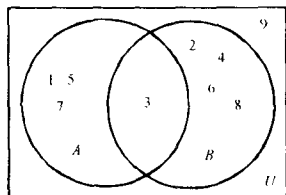


图 1-2

【例 9】已知集合 $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}$, $B = \{x | x^2 - 5x = -6\}$, $C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$, 且 $A \cap B \neq \emptyset$, $A \cap C = \emptyset$ 同时成立, 求实数 a 和集合 A .

解: 由已知条件得:

$$B = \{x | x^2 - 5x = -6\}$$

$$= \{x | (x-2)(x-3) = 0\} = \{2, 3\}$$

$$C = \{x | x^2 + 2x - 8 = 0\}$$

$$= \{x | (x+4)(x-2) = 0\} = \{-4, 2\}$$

而 $A \cap C = \emptyset$ 知 $2 \notin A$, $-4 \notin A$, 又 $A \cap B \neq \emptyset$, $\therefore 3 \in A$, 即 3 为方程

$x^2 - ax + a^2 - 19 = 0$ 的一个根.

$$\therefore 9 - 3a + a^2 - 19 = 0 \quad \text{即} \quad a^2 - 3a - 10 = 0$$

解得 $a = 5$ 或 $a = -2$.

当 $a = 5$ 时, $A = \{2, 3\}$ 与 $2 \notin A$ 矛盾, 故舍去.

当 $a = -2$ 时, $A = \{3, -5\}$

$\therefore$ 满足条件 a 的值为 -2 , 集合 A 为 $\{3, -5\}$.

评注: 在求解有关含参数的集合时, 注意条件中所隐含的信息, 充分考虑条件找出某一集合中的个别元素或某些元素. 通常在解决含参数的问题时需要进行验证结果是否满足题设中的条件, 包括隐含的条件.

【例 10】 在 50 个学生中, 会讲英语的有 36 个, 会讲日语的有 20 人, 既不会讲英语又不会讲日语的有 8 人, 则既会讲英语又会讲日语的人数为 ()

(A) 20

(B) 14

(C) 12

(D) 10

思路分析: 将问题转化为集合问题, 设 50 个学生的集合为全集 U , 会讲英语、日语的学生组成的集合分别为 A 、 B , 则既会讲英语又会讲日语的学生的集合为 $A \cap B$, 既不会讲英语又不会讲日语的学生的集合为 $\complement_U A \cap \complement_U B$, 另设有限集合 A 的元素个数为 $\text{Card}(A)$, 可由 $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B)$ 计算.

解: 由分析中假设可知:

$$\text{Card}(U) = 50, \text{Card}(A) = 36, \text{Card}(B) = 20, \text{Card}(\complement_U A \cap \complement_U B) = 8$$

$$\therefore \complement_U A \cap \complement_U B = \complement_U (A \cup B)$$

$$\therefore \text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(U) - \text{Card}(\complement_U (A \cup B))$$

$$= \text{Card}(B) - \text{Card}(\complement_U A \cap \complement_U B)$$

$$= 50 - 8$$

$$= 42$$

$$\text{又} \quad \text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B)$$

$$\therefore \text{Card}(A \cap B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cup B)$$

$$= 36 + 20 - 42$$

$$= 14$$

故答案选 B.

评注: 对于这类实际问题, 要善于将其转化为集合问题进行分析求解.

【例 11】已知 $a \in R$, 集合 $A = \{-3, a^2, a+1\}$, $B = \{a-3, 2a-1, a^2+1\}$, 如果 $A \cap B = \{-3\}$, 求 $A \cup B$.

解: $\because -3 \in B$ 而 $a^2+1 > 0$

$\therefore a-3 = -3$ 或 $2a-1 = -3$

即 $a=0$ 或 $a=-1$

当 $a=0$ 时, 此时 $A = \{-3, 0, 1\}$, $B = \{-3, -1, 1\}$,

即 $1 \in A \cap B$ 与已知 $A \cap B = \{-3\}$ 矛盾,

$\therefore a \neq 0$

当 $a = -1$ 时, 此时 $A = \{-3, 1, 0\}$, $B = \{-4, -3, 2\}$, 满足 $A \cap B = \{-3\}$, 故 $a = -1$.

此时, $A \cup B = \{-4, -3, 0, 1, 2\}$.

【双基能力训练】

一、选择题

1. 已知全集 $U = N$, 集合 $A = \{x | x = 2n, n \in N\}$, $B = \{x | x = 4n, n \in N\}$, 则有 ()

(A) $A \cup B = U$

(B) $C_U A \cup B = U$

(C) $A \cup C_U B = U$

(D) $C_U A \cup C_U B = U$

2. 设 $M = \{x | x \leq 3\sqrt{2}\}$, $a = \sqrt{17}$, 那么 ()

(A) $a \subsetneq M$

(B) $a \notin M$

(C) $\{a\} \in M$

(D) $\{a\} \subsetneq M$

3. 集合 $\emptyset$ 与 $\{0\}$ 的关系是 ()

(A) $\{0\} = \emptyset$

(B) $\emptyset \in \{0\}$

(C) $\{0\} \in \emptyset$

(D) $\emptyset \subsetneq \{0\}$

4. 集合 $M = \{x | x = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4}, k \in Z\}$, $N = \{x | x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{2}, k \in Z\}$, 则有 ()

(A) $M = N$

(B) $M \supsetneq N$

(C) $M \subseteq N$

(D) $M \cap N = \emptyset$

5. 设 $M = \{\text{菱形}\}$, $N = \{\text{平行四边形}\}$, $P = \{\text{四边形}\}$, $Q = \{\text{正方形}\}$, 则这些集合之间的关系是 ()

(A) $Q \supsetneq M \supsetneq N \supsetneq P$

(B) $Q \subsetneq M \subsetneq N \subsetneq P$

(C) $Q \supsetneq N \supsetneq M \supsetneq P$

(D) $Q \subsetneq N \subsetneq M \subsetneq P$

6. “集合 x 中所有元素都能被 7 整除”这个命题如果不成立, 那么下面说法中必定正确的是 ()

(A) 集合 x 中所有元素都不能被 7 整除

- (B)集合 x 中没有元素能被 7 整除
 (C)集合 x 中有些元素能被 7 整除,另一些元素不能被 7 整除
 (D)集合 x 中至少有一个元素不能被 7 整除
7. 设 S, T 是两个非空集合,且 $S \not\subseteq T, T \not\subseteq S$, 令 $x = S \cap T$, 则 $S \cup x$ 等于 ()
 (A) x (B) T (C) $\emptyset$ (D) S
8. 对于任意两个集合,下列命题中正确的是 ()
 (A) $(A \cap B) \in A$ (B) $\emptyset \subseteq (A \cap B)$
 (C) $(A \cap B) = A$ (D) $(A \cap B) \subseteq B$
9. 对于集合 x, y , 若 $x \subseteq y$, 则下面集合中表示空集的是 ()
 (A) $x \cap \complement_{Ry}$ (B) $\complement_{Rx} \cap y$ (C) $\complement_{Rx} \cap \complement_{Ry}$ (D) $x \cap y$
10. 设 x, y 是两个非空集合, 则 $a \in (x \cup y)$ 是 $a \in (x \cap y)$ 的 ()
 (A) 充分但不必要条件
 (B) 必要但不充分条件
 (C) 充分必要条件
 (D) 既不充分又不必要条件
11. 对于任何全集 U 及其子集 M, N , 则从 $M \cap \complement_U N = \emptyset$ 必可推出 ()
 (A) $M \cup N = N$ (B) $M \cap N = N$
 (C) $M \cup N = U$ (D) $M \cap N = \emptyset$
12. 把实数集 R 分成三个互不相交的非空真子集, A_1, A_2, A_3 , 下述四种关系中, 错误的是 ()
 (A) $\complement_R A_1 \cup \complement_R A_2 = R$ (B) $\complement_R (A_1 \cap A_2) = R$
 (C) $\complement_R A_1 \cup \complement_R A_2 = A_3$ (D) $\complement_R A_1 \cap \complement_R A_2 = A_3$
13. 如果全集含 15 个元素, $P \cap Q$ 中含 3 个元素, $\complement_U P \cap \complement_U Q$ 中含有 6 个元素, $\complement_U P \cap Q$ 含有 4 个元素, 则 P 和 Q 中分别含有多少个元素. ()
 (A) 5 个, 6 个 (B) 6 个, 7 个
 (C) 5 个, 7 个 (D) 7 个, 5 个
14. 已知非空集合 M 与 N , 那么 $(M \cap N) \cap (M \cup N)$ 等于 ()
 (A) $M \cup N$ (B) $M \cap N$ (C) M (D) N
15. 设 $M = \{x | x \geq 2, x \in R\}$ $P = \{x | x^2 - x - 2 = 0, x \in N_+\}$, 则 $M \cup P =$ ()
 (A) $\emptyset$ (B) $M \cup \{-1\}$ (C) M (D) P
16. 若 P 是方程 $(x-1)^2 + \sqrt{y+1} = 0$ 的解集, $Q = \{x | |x| < 2 \text{ 且 } x \in Z\}$,

则集合 P, Q 的关系为 ()

- (A) $P \subseteq Q$ (B) $P \in Q$
(C) $P \cap Q = \emptyset$ (D) $P \cap Q = \{1, -1\}$

17. 已知集合 $P = \{(x, y) | y = \sqrt{9 - x^2}, x, y \in R\}$, $Q = \{(x, y) | y = x + b, x, y \in R\}$, 若 $P \cap Q \neq \emptyset$, 则 b 的取值范围是 ()

- (A) $|b| = 3$ (B) $|b| \leq 3\sqrt{2}$
(C) $-3 \leq b \leq 3\sqrt{2}$ (D) $-3 < b < 3\sqrt{2}$

18. 符合条件 $\{1, 2\} \subseteq M \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 的集合的数目为 ()

- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 8

19. 设 a, b, c 是非零实数, 则 $m = \frac{|a|}{a} + \frac{|b|}{b} + \frac{|c|}{c} + \frac{abc}{|abc|}$ 的值所组成的集合为 ()

- (A) $\{0, 4\}$ (B) $\{4, -4\}$
(C) $\{0, -4\}$ (D) $\{-4, 0, 4\}$

20. 设 $A = \{(x, y) | 4x + y = 6, x, y \in N_+\}$, $B = \{(x, y) | 3x + 2y = 7, x, y \in N_+\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- (A) $\{x = 1 \text{ 或 } y = 2\}$ (B) $\{1, 2\}$
(C) $\{(1, 2)\}$ (D) $(1, 2)$

21. 设全集为 R , $y_1 = x^2 - x$, $y_2 = x^2 - x - 2$, 集合 $M = \{x | x^2 - x = 0\}$, 集合 $N = \{x | x^2 - x - 2 = 0\}$, 则集合 $\{x | y_1 \cdot y_2 \neq 0\}$, 等于 ()

- (A) $\complement_R M \cup \complement_R N$ (B) $\complement_R M \cup U$
(C) $M \cup \complement_R N$ (D) $\complement_R M \cap \complement_R N$

22. 若非空集合 $A = \{x | 2a + 1 \leq x \leq 3a - 5\}$, $B = \{x | 3 \leq x \leq 22\}$, 则能使 $A \subseteq A \cap B$ 成立的所有 a 的集合是 ()

- (A) $\{a | 1 \leq a \leq 9\}$ (B) $\{a | 6 \leq a \leq 9\}$
(C) $\{a | a \leq 9\}$ (D) $\emptyset$

二、填空题

23. 数集 $\{2a, a^2 - a\}$ 中 a 的取值范围为_____;

24. 若 $P = \{(x, y) | 2x - y = 3\}$, $Q = \{(x, y) | x + 2y = 4\}$, 则 $P \cap Q =$ _____;

25. 已知集合 $P = \{x | x \geq 2, x \in R\}$, $Q = \{x | x^2 - x - 2 \leq 0, x \in N_+\}$, 则 $P \cap Q =$ _____;

26. 设 $A = \{x | x > 2\}$, $B = \{x | x \leq 3\}$, 则 $A \cup B =$ _____;

27. 设 $A = \{\text{菱形}\}$, $B = \{\text{长方形}\}$, 则 $A \cap B =$ _____;

28. 若 $M \cup \{a, b\} = \{a, b, c\}$, 则 $M =$ _____;