

代数

● 职工初中文化速成补习教材教学参考书

● 冶金工业出版社

39.235/054
528

职工初中文化速成补习教材

《代数》教学参考书

《教学参考书》编写组 编

39.235/054
528



职工初中文化速成补习教材

《代数》教学参考书

《教学参考书》编写组 编

*

冶金工业出版社出版

(北京灯市口74号)

新华书店北京发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

787×1092 1/32 印张3 字数62千字

1984年11月第一版 1984年11月第一次印刷

印数00,001~22,000册

统一书号, 1562·4149 定价0.25元

本书的说明

一、本书希望达到两个目的：

1. 帮助数学教师对教材的编写意图、特点、内容选取、教学安排有一个较完整的了解，对全教材做到心中有数。

2. 通过对各章教材的教学要求、教学重点、难点的剖析和处理，提供具体的教学建议，帮助教师备课时排除一些困难、讲好重点和突破难点。

二、全书共分十章，与教材相呼应。

第一章有理数是将数的范围由小学的自然数和零扩大到有理数。这部分的四则运算是整个代数的基础，应使学员学得踏实。本章的法则讲述、记忆比较容易，但运算起来易出错误，为此，应让学员做足够的练习。

第二章整式是将数字抽象成字母，这是“代数”的基本含意。整式的法则是数的基本法则的总结与扩大，是以后解方程、因式分解、分式运算、根式、函数及解析几何的基础，也是学习其它学科的工具。这章应注意掌握好整式的四则运算和乘法公式。

第五章因式分解是在一、二章基础上进行教学的，它是分式运算、解方程的工具。应注意掌握因式分解的四种基本方法。建议教师讲基本的内容，让学员多练，尤其是分组分解法，让学员多练方可减少分组的盲目性。学员练后，教师总结，再练。

第六章分式运算的关键是正确理解分式的概念，掌握分

式的基本性质、熟练地通分、约分、符号变换，注意分式方程的增根。

第七章数的开方与根式中，根式部分较复杂，估计学员学习起来较困难，原因在于根式较抽象，实际中又不常用。为此，建议一要力求多通过具体数字引入、验证法则，二要加强练习。

第九章指数和常用对数中，指数部分是在学好整式、分式的基础上进行教学的。这部分的计算与其概念关系密切，应弄懂概念后做练习，练习之后再次复习概念。

对数知识只作一般要求即可。

第十章函数及其图象，对学员来说，函数的概念较抽象。通过图象的具体形象让学员观察正比例函数的特征，由特征分析正比例函数的性质。另外，高中还要深入地学习较多的函数，这里不必提出过高的要求。

其余的三、四、八章和第六章第五节均是方程内容。方程与生产、生活中的实际问题关系密切，是学员感兴趣的内容。学好这几部分一定要有相应章节的基础，方程又需要物理、化学等学科的知识，因此学好这几章是较困难的。这几章是全书的重点，希望教师在这几章多花些气力，由浅入深、借助图解、注意分类、多做练习、随时总结。

三、教材中的例题、习题，意在帮助学员巩固基本概念，应用基本法则，培养学员运用有关的数学知识，结合其它学科的有关知识，解决实际生产、生活中的问题的能力。应逐步训练学员解题前先分析题意，根据数学的基本法则，结合物理、化学等有关知识，力求借助图形，确定解题的方法、步骤。在学完全书后，建议选取少量典型的方程题，应用不同方法解方程，以使知识能够活用。在讲授例题时，教

师应严格步骤、格式，有意识提醒学员模仿，养成解题的条理性。

教材中每章后的“本章小结”总结了全章的基础知识，是供学员复习各章教材用的。但教师应告诉学员，不要生背硬记“小结”，应以小结为线索复习全章内容，最好自己加以充实。教师可选取优秀学员充实后的“小结”范讲或张贴，在学员中交流，相互启发。

四、本书各章包括教学要求，全章的教学重点、难点及教学建议。教学建议分节编写，这部分是编者根据自己的教学实践，按教材内容，全面、详细地提供了如何处理各节教材，抓住重点，突破难点，提出讲课中应注意的问题，这是本书的主要内容。请教师在使用时，根据具体情况灵活采用。

由于教材后面已附有习题答案，本书对所有习题不再作解答，仅对复习题中极少数难度较大的式子题略加说明。由于复习题中的文字应用题难度较大，本书对复习题中的文字应用题作了思路分析和解答，供教师备课时参考。

目 录

本书的说明	1
第一章 有理数	5
第二章 整式	15
第三章 一元一次方程和一元一次不等式	24
第四章 二元一次方程组	34
第五章 因式分解	43
第六章 分式	48
第七章 数的开方与根式	55
第八章 一元二次方程	61
第九章 指数和常用对数	73
第十章 函数及其图象	81

第一章 有 理 数

一、教学要求

1. 使学员正确理解有关有理数的概念，有理数绝对值的意义，会用数轴上的点表示有理数，会比较有理数的大小。

2. 使学员掌握有理数四则运算的法则，能够熟练地运算，理解有理数乘方的意义，初步理解近似值的概念，会查平方表和立方表。

二、教学重点、难点

本章教材的重点是有理数的运算。正确地进行有理数运算的关键是掌握有理数运算的法则。为此要作足够的必要的练习。

本章教材的难点是建立负数的概念，理解有理数四则运算的法则，特别是异号两数相加的法则和乘法中“负负得正”的法则。这要多从实际出发，在不损害科学性的基础上，尽量照顾学员的实际接受能力。通过通俗易懂的实例，提炼出概念和说明法则，然后通过一定数量的练习，使学员理解概念和熟练地掌握法则。

三、教学建议

复习整数、小数、分数的四则运算，为学习有理数四则运算作好准备。

复习中应强调：

1. 小数加减法要先对齐小数点，小数乘除法，如何确定积和商中小数点的位置。

2. 异分母加减要先通分。

(一) 有理数

1. 在讲实践中遇到的相反意义的量时, 尽量用直观的方法, 如在讲气温的例子时, 要配合图示, 也可为讲数轴作准备。可以让学员举出相反意义的量。要注意不是所有的量都可以找到具有相反意义的量, 例如“马路宽 100 米”“扩大 5 倍”。

2. 为区分具有相反意义的量, 用以前学过的数表示就需要利用语言来描述, 这是很不方便的。由此出发, 引出“正数”和“负数”来。

3. 引入正数和负数以后, 数的概念扩展了, 把数的系统进行归类, 引导学员列出数系表, 不要由教师一次列出。

4. 需注意“0”的问题。0 是一切正数和负数之间的界限, 是唯一的中性数。0 除了表示“没有”之外, 还有其它的意义。如在温度计上, 零度不是表示没有温度, 而是表示完全确定的客观存在的温度。

5. 本节最后, 用下面填空的实例来巩固关于“正数”和“负数”的概念。

表 1-1

项 目	0	+2	-2
帐目(元)	收支平衡		
水位(米)	海 平 面		
时间(小时)	午 夜		
图纸尺寸(毫米)	标准尺寸		

(二) 数轴

1. 数轴使直线上的点与实数之间建立起对应的关系,

可以帮助学员从图形的直观理解绝对值、相反数、有理数大小比较和有理数的运算等。

2. 讲数轴时，可以由温度计上的刻度引出，抽象出数轴的概念，然后引导学员明确给出数轴定义。注意在讲数轴的形成中，随时归纳数轴的三要素。

3. 所有有理数，都可以用数轴上的点来表示。结合教材上的例题作出示范。本节例题是培养“由较简单的已知有理数，在数轴上画出表示它的点”的技能的例题。教学时还要注意另一方面，“由数轴上的有理点，读出它所表示的有理数”的技能培养。为此可以在数轴上画出一些比较明显的有理点，引导学员标出有理数。在例题的“各数”中，可以补充数 -2 ，为讲相反数作准备。教师注意：所有有理数都可以用数轴上的点来表示。然而数轴上的点与有理数并不是一一对应的。

(三) 相反数和绝对值

1. 相反数是讲绝对值的基础。引入相反数是为了以后叙述有理数运算的方便。

2. 通过前节的例题，说明 $+2$ 和 -2 在数轴原点的两旁，且和原点的距离相等。由此可给出互为相反数的定义。然后再结合数轴举出几对互为相反数加以巩固。指出互为相反数，既然是“互为”，当然总是成对出现，不能单独存在。

用数轴说明相反数时，要指出，除零以外的各数均有其相反数，唯独零特殊，为了使得互为相反数定义包括数轴上的所有点，特别将零的相反数规定为零。

3. 利用数轴，直观地引出数的绝对值的概念，给出绝对值的定义。然后再用向东走4公里和向西走4公里的实例，说明绝对值的概念。由数轴上“0”表示原点，而原点

到原点的距离为0，再次强调“零的绝对值是零”。

在理解了绝对值的意义之后，再提出绝对值的表示法，以分散难点。

(四) 有理数大小的比较

1. 教学时，先从学员熟知的正数比较大小出发，结合数轴，引出数轴上的点在右边的，它所表示的数较大，为后面作好准备。然后用教材上气温高低的实例，说明在有理数内推广上述结论的合理性。从而得出教材中比较有理数大小的两条主要法则。再结合数轴给出的法则的直观形象，得出：数轴上右边的有理数总比左边的数大。

2. 分数大小的比较是难点，在讲完教材上的比较整数大小的例子以后，比较下列每对数的大小，要加强比较两个数大小的练习。要特别注意克服，由 $2 < 3$ 而得到 $-2 < -3$ 学员易犯的错误。

$$\frac{5}{8} \text{ 与 } \frac{3}{8}; \quad -\frac{5}{8} \text{ 与 } -\frac{3}{8}; \quad -\frac{5}{8} \text{ 与 } \frac{3}{8};$$

$$\frac{1}{2} \text{ 与 } \frac{1}{4}; \quad -\frac{1}{2} \text{ 与 } -\frac{1}{4}; \quad \frac{4}{5} \text{ 与 } \frac{3}{4}$$

(五) 有理数的加法

1. 有理数的运算是本章教学重点，而有理数的减法是加法为基础的，由此可见加法法则的重要性了。

2. 通过教材上货物入库、出库的实例，归纳出有理数加法运算法则。但这里并非是“证明”，只是说明法则规定的合理性。

学员对异号两数“和”的意义，理解困难。在讲实例的前二种情况以后要指出：求“总共”货物是多少的问题，是求和问题，应采用加法运算，接着讲述另外的两种情况。

用本节例1，初步运用加法法则求二数和。

演算时指出确定“和”时，要先定它们的符号，再定它的绝对值。为熟练加法法则，可补充一些简单的整数为主的口答练习。例如： $(-3) + (+4)$ ； $(+3) + (-4)$ ； $(-3) + (-4)$ ； $(-4) + (+4)$ ； $(-4) + (-4)$ ； $(-2) + (+5)$ ； $(+2) + (-5)$ ； $\left(-\frac{1}{2}\right) + \left(+\frac{2}{3}\right)$ ； $(+0.7) + \left(-\frac{1}{5}\right)$ ； $0 + (-2.5)$ ……

3. 本节的第二部分有理数加法的运算律易于接受，只需说明：算术中的加法的交换律、结合律在有理数运算中都成立。通过本节例2、例3、例4说明：

(1) 三个以上有理数相加，可以任意交换加数的位置，也可以先把其中的几个数相加。它可由运算律直接推出。

(2) 在运用加法结合律时，要注意两个相反数的和为零。

(六) 有理数的减法

1. 本节的有理数减法法则，是利用有理数加法法则推出的。教学时可按本节教材上的方法进行教学。主要要求学员会运用法则。

教师讲完例1后，让学员动手做例2，最后，结合教材的例题，进一步强调，在有理数加减法混合运算中，应先将所有减法化为加法。

2. 本节代数和概念是难点。教学时在引出“代数和”概念并给出明确定义、读法、写法。然后强调指出：

(1) 代数和是省略了加号的和；

(2) 代数和中，每个数前面的符号是数的性质符号，应从属于这个数；

(3) 根据加法的交换律, 交换加数时要连带它前面的符号, 和不变。代数和中的加数(包括性质符号)位置移动, 和不变。如: $-20-5+3-7=-20-7-5+3$

式子 $-20-7-5+3$ 的读法有两种, 教材上只介绍一种读法也就可以了。

3. 务必让学员多练习。

(七) 有理数乘法

1. 有理数的乘法法则由于内容涉及两种有方向的量, 因此法则的合理性是难以领会的。特别是“负负得正”更难理解。教学时可先提出, 怎样规定 3×2 与 $(-3) \times 2$ 的结果才合理?

显然 $3 \times 2 = 6$ ①

由①启发规定 $(-3) \times 2 = -6$ ②

比较①与②得出: 把一个乘数“3”换成它的相反数“-3”时, 所得的积是原来的积“6”的相反数“-6”, 因此我们规定: 把一个乘数换成它的相反数, 所得的积是原来的积的相反数, 然后提出规定 $(-3) \times (-2)$ 的结果问题, 利用上面的结果, 从 $(-3) \times 2 = -6$ 得出 $(-3) \times (-2) = 6$

综合上述情况, 引出有理数的乘法法则, 并规定“任何数同零相乘都得零”。将例1用做口答练习, 巩固乘法法则, 再通过例题说明:

(1) 从乘法法则中体会到, 求两个有理数的积, 先确定积的符号, 再确定积的绝对值。

(2) 乘法法则与加法法则的区别。

2. 有理数乘法的交换律、结合律和乘法对于加法的分配律可通过例4、例5说明。

3. 务必让学员多做练习，巩固法则，并注意以下问题：

- 任何数同零相乘；
- 一个数同+1相乘；
- 一个数同-1相乘；
- 多个数相乘。

(八) 有理数的除法

1. 把除法看成乘法的逆运算，得出除法的法则，这是不难的。明确法则之后，举例巩固法则。要注意，零不能作除数。

2. 教材介绍了倒数概念。有了倒数概念，除法就可以转化为乘法。因此，讲清倒数的概念是实现这种转化的关键。

讲倒数时，应指出，任何正有理数的倒数，就是把这个数的分子、分母颠倒所得的数。任何负有理数的倒数仍是负数。其绝对值与正有理数的倒数求法相同。举实例说明一个数的倒数与其相反数有本质不同。

3. 建议教师讲例2，让学员做例3。

(九) 有理数乘方

1. 按教材上的方法介绍有理数乘方的意义、有关名词、读法及乘方的计算。

例1是巩固乘方计算的，当然也涉及到乘方的意义。讲解时可补充一些底数是分数的例子。如： $\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(1\frac{1}{2}\right)^3$ 等。

对底数是负数的乘方要强调以下两点，并配合练习，以求巩固。

(1) 在写法上，一定要把负底数括起来，把指数写在

括号外面。

(2) 在计算上, 要先确定幂的符号, 然后确定幂的绝对值。

写成乘方形式:

$$\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \\ (-1)(-1)(-1)(-1)(-1)(-1)$$

写成乘积形式: $(-4)^2; (-0.2)^4; \left(\frac{3}{5}\right)^5$

说出下列各式的结果: $12^2; (-3)^3; \left(-\frac{1}{2}\right)^4;$

$0^{10}; -5^3; -(-5)^3; (-7 \times 3)^2; -7 \times 3^2$

2. 关于科学记数法, 应先介绍科学记数法的意义, 强调把一个数记成 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq a < 10$, n 是整数。在本节只限 n 为自然数。

然后, 通过例 1 讲解, 概括得出方法: 在 $1 \leq a < 10$ 的条件下, n 比原数的整数位数少 1, 最后用例 2 加以巩固。

(十) 近似数和有效数字

1. 按教材上的方法介绍准确数与近似数, 精确到哪一位有效数字。在介绍有效数字时, 给出定义后, 对“所有的数字”要强调包括零。

2. 有了上面的概念, 就可解决两个基本问题: 对于一个由四舍五入得到的近似数, 能够知道它精确到哪一位, 有几个有效数字。另一个问题是有了一个数, 要会按着要求把它四舍五入, 使之精确到某一位, 或者保留多少个有效数字。本节例 1, 2 就是关于这两方面的例题。要注意补充说明: 四舍五入法只能一次完成, 不要连续进位。如求 2.349

的精确到0.1的近似值时，不能先将0.009进上去得2.35，再把0.05进上去得2.4，应该一次四舍五入得2.3。

(十一) 平方表和立方表

1. 因为这是第一次遇到查表求值。所以查表的方法应当讲得细一些。要随讲随练，当堂巩固。查平方表的方法可以按教材上的例题逐步讲解。教材上的例1，讲的是能够从表上横行与直列的交点处直接查得平方数。例2讲的是需要查修正值的，重点讲修正值。例3讲移动小数点的位置。在讲例3前先引导学员分析下表，得出底数的小数点与平方数的小数点相应移动的规律。

例4讲的是，5位和5位以上的有效数字时，先处理、后查表。

表 1-2

n	0.02	0.2	2	20	200
n^2	0.0004	0.04	4	400	40000

2. 查立方表的教学，可照查平方表的教学进行。

(十二) 有理数的混合运算

1. 有理数的混合运算是数学中运算的基础。它是在有理数的加、减、乘、除乘方以及乘除与加减混合，乘方与乘除混合等的基础上，综合提出有理数的混合运算。

2. 对于有理数的混合运算，特别要注意运算顺序的规定，运算顺序比较完整的规定是：加与减一起，或者乘与除一起时，按从左到右的顺序进行。加、减、乘、除、乘方、开方（未讲）在一起时，先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减。算式中有括号时，先算小括号，再算中括号，再算

大括号。

3. 教学时先说明运算顺序的规定, 然后按例题顺序逐题讲解。每讲完一个例题可让学生做个同类型的练习。教师给出得数, 让学员自己发现错误并改正。

原教材复习题一

1 题的训练目的有两个:

(1) 让学员学会利用数轴比较有理数的大小, 尤其是比较几个负数的大小, 由此建立起“两个负数中, 绝对值大者反而小”的形象概念。

(2) 通过数轴上表示绝对值的练习, 让学员掌握绝对值的几何意义——点到原点的距离。

2 题作图后, 应及时指出相反数的几何意义——关于原点的对称点。

3~4 题应提醒学员注意以下几点:

(1) 负数的平方与某数平方的负值不同。

例 $(-2)^2 \neq -(-2)^2$

(2) 计算中不能这样列式计算: $1 - \frac{1}{2} \times -\frac{1}{5}$, 或 $1 - -2$,

而应写成 $1 - \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{5}\right)$, $1 - (-2)$ 。