

# 弧齿锥齿轮和准双曲线齿轮 加工调整原理



上海科学技术出版社

# 弧齿锥齿轮和准双曲线齿轮 加工调整原理

西安交通大学机制教研室齿轮研究组

上海科学技术出版社

**弧齿锥齿轮和准双曲线齿轮**

**加工调整原理**

西安交通大学机制教研室齿轮研究组

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路 450 号)

新华书店上海发行所发行 上海市印十二厂印刷

开本 787×1092 1/16 印张 10.25 字数 243,000

1979 年 6 月第 1 版 1979 年 6 月第 1 次印刷

印数 1—27,000

书号: 15119·1984 定价: 1.00 元

## 序 言

弧齿锥齿轮和准双曲线齿轮是汽车、拖拉机、飞机、舰船、金属切削机床以及石油化工机械等设备上广泛使用的一种重要零件。这类齿轮的加工质量,是切削加工中一个比较关键性的问题,在很大程度上影响了齿轮的使用寿命。

几年来,我室齿轮研究组的同志们,对于准双曲线齿轮(包括弧齿锥齿轮)的啮合原理、齿轮设计和加工调整计算各方面作了一些比较有系统的理论探讨和试验研究,取得了一定的成果。本书主要是介绍其加工调整计算的原理和方法。用这些原理和方法,可以在国产的或进口的弧齿锥齿轮铣齿机上按展成法或半展成法、刀倾法或无刀倾法加工准双曲线齿轮和弧齿锥齿轮。经过大量的切齿试验,证明采用这些方法,可不须进行多次反复试切的繁重工作,即能使齿轮的啮合斑点达到指定的位置、尺寸大小和基本形状,从而提高加工生产率、减轻劳动强度,并能满足齿轮传动的质量要求。目前,这些加工方法已在某些工厂继续试验和推广。

在试验工作的过程中,得到了第二汽车制造厂的大力支援,在此表示衷心的感谢。限于我们的水平,书中的错误和缺点一定不少,希望广大读者批评指正。

西安交通大学机制教研室

一九七八年五月

# 目 录

|                                   |     |
|-----------------------------------|-----|
| 第一章 展成运动的参数和齿面结构的元素               | 1   |
| § 1-1 展成运动的参数                     | 1   |
| § 1-2 齿面结构的元素                     | 1   |
| 第二章 齿面结构的确定                       | 6   |
| § 2-1 确定齿面结构有关的几个问题               | 6   |
| § 2-2 半展成法加工的齿面结构                 | 9   |
| § 2-3 展成法加工的齿面结构                  | 17  |
| § 2-4 齿线曲率和齿形曲率的偏差                | 24  |
| § 2-5 在无刀倾机构的机床上用成形法切大轮           | 25  |
| 第三章 用刀倾法加工时的展成运动参数确定              | 29  |
| § 3-1 基本问题                        | 29  |
| § 3-2 加工调整计算原理                    | 33  |
| § 3-3 展成运动参数的计算方法                 | 48  |
| § 3-4 齿根深度和刀顶高度                   | 57  |
| § 3-5 调整参数的计算程序                   | 61  |
| § 3-6 格里生 No. 16 型铣齿机加工齿轮的调整计算    | 65  |
| § 3-7 格里生 No. 116 型铣齿机加工齿轮的调整计算   | 70  |
| § 3-8 用刀倾法时的机床调整计算公式              | 74  |
| 第四章 用 I 型变性机构加工时的展成运动参数确定         | 77  |
| § 4-1 加工调整计算原理                    | 77  |
| § 4-2 展成运动参数的计算方法                 | 92  |
| § 4-3 求调整参数的计算程序                  | 101 |
| 第五章 用 II 型变性机构加工长锥距齿轮时的展成运动参数确定   | 104 |
| § 5-1 加工调整计算原理                    | 104 |
| § 5-2 展成运动参数的计算方法                 | 115 |
| § 5-3 求调整参数的计算程序                  | 127 |
| 第六章 加工弧齿锥齿轮时的展成运动参数简化确定法          | 130 |
| § 6-1 计算原理                        | 130 |
| § 6-2 展成运动参数对于齿面结构的影响             | 133 |
| § 6-3 展成运动参数的计算方法                 | 147 |
| § 6-4 展成运动参数的简化算法之一——使用的刀号与理论刀号相同 | 149 |
| § 6-5 展成运动参数的简化算法之二——使用的刀号不同于理论刀号 | 155 |
| 附录                                | 157 |
| (一)坐标旋转公式                         | 157 |
| (二)矢量旋转公式                         | 158 |

## 展成运动的参数和齿面结构的元素

## § 1-1 展成运动的参数

加工弧齿锥齿轮和准双曲线齿轮时, 为了保证啮合质量, 必须精确调整齿轮副的啮合斑点形状、大小和位置, 一般是通过正确地决定展成运动参数来达到的。这里所说的展成运动参数是广义的。它包括精切小轮时的刀盘直径和刀齿的齿形角、刀盘的安装螺旋角、轮坯和刀盘的水平位移距离和垂直位移距离、展成传动比以及产形轮的节锥角等。展成运动参数中每一项目的改变都会影响小轮齿面的结构, 因而也就影响啮合质量。

确定展成运动参数的基础, 是精确地计算两个啮合表面的压力角、螺旋角、对角系数、齿线曲率和齿形曲率等齿面结构的元素。正确地决定展成运动参数, 就是为了控制两个啮合表面的这些元素之间的相互关系。

## § 1-2 齿面结构的元素

令  $X$  点为被加工的小轮齿面  $T$  上任意一点 (图 1-1)。作一圆锥, 令其轴线和顶点各与小轮的轴线  $S_1O_1$  和根锥顶点  $S_1$  重合, 并使其锥面通过齿面  $T$  上的  $X$  点, 这个圆锥就称为通过  $X$  点的坐标锥。其锥顶半角  $\varphi_x$  称为坐标锥角。 $X$  点到锥顶  $S_1$  点的距离  $L_x$  称为坐标锥距。

图 1-1 中所示的齿面  $T$  是左螺旋的小轮的凸齿面。过  $X$  点作三个互相垂直的单位矢量  $e_1$ 、 $e_2$  和  $e_3$ , 其中  $e_1$  是沿着坐标锥的法线方向,  $e_3$  是沿着坐标锥的母线方向, 而  $e_2$  的方向是按右手规则①依  $e_1$ 、 $e_2$ 、 $e_3$  的顺序而确定。

令  $n$  为齿面  $T$  在  $X$  点的法线单位矢量, 其方向规定为由牙齿的实体指向空域。将  $n$  沿  $e_1$ 、 $e_2$  和  $e_3$  方向分解成三个分量, 则在  $X$  点的邻域内, 齿面  $T$  的结构用下列的五个元素表示:

1. 法向压力角 (以下简称压力角)

$$\alpha_x = \angle BXE;$$

2. 螺旋角  $\beta_x = \angle CXB;$

3. 对角系数  $D_x = \frac{d\alpha_x}{dL_x};$

4. 齿线曲率  $\chi_x$  齿面  $T$  与坐标锥的交线

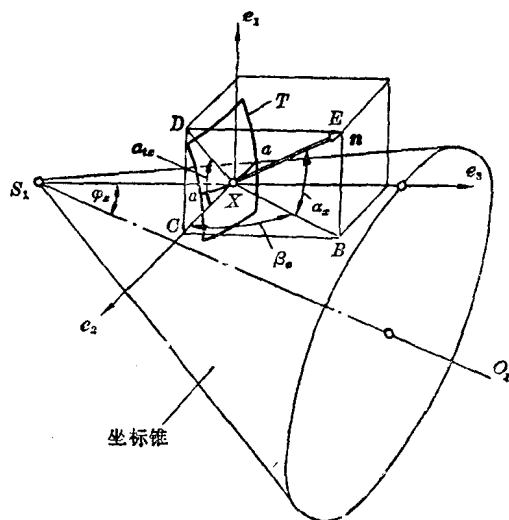


图 1-1 坐标锥

① 为了得到同样形式的公式, 对于右螺旋的小轮,  $e_2$  的方向应按左手规则依  $e_1$ 、 $e_2$ 、 $e_3$  的顺序确定。

$aa$  称为齿线; 在坐标锥的展开图(图 1-2)中, 齿线  $aa$  在  $X$  点的曲率称为齿线曲率;

5. 齿形曲率  $\zeta_x$  齿面  $T$  与以  $S_1$  点为中心并通过  $X$  点的球面的交线  $bb$  称为齿形曲线(图 1-3), 这条曲线在  $X$  点的测地曲率称为齿形曲率。

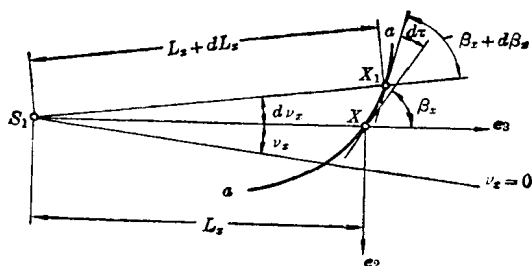


图 1-2 坐标锥的展开图

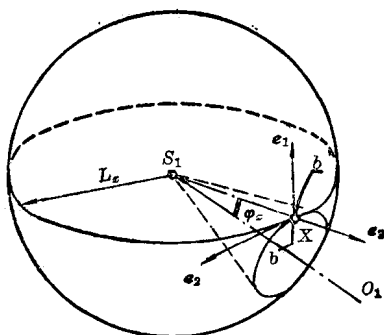


图 1-3 球面上的齿形曲线  $bb$

在调整啮合斑点时, 改变齿面的压力角和螺旋角将引起啮合斑点的位置在牙齿高度方向和长度方向的迁移, 改变对角系数将影响啮合斑点相对于齿线的倾斜程度, 而改变齿线曲率和齿形曲率则将增大或缩小啮合斑点的长度和宽度。下面先引出确定齿面结构的几个基本公式:

令  $W_1$  和  $W_2$  分别表示齿面法线的单位矢量  $\mathbf{n}$  在单位矢量  $\mathbf{e}_1$  和  $\mathbf{e}_2$  上的投影长度, 则由矢量学知:

$$W_1 = \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_1; \quad W_2 = \mathbf{n} \cdot \mathbf{e}_2. \quad (1-1)$$

由图 1-1 可得:

$$\sin \alpha_x = W_1. \quad (1-2)$$

$$\cos \beta_x = \mp \frac{W_2}{\cos \alpha_x}. \quad (1-3)$$

在以后章节的许多公式中, 将会遇到  $\pm$  和  $\mp$  的符号。现在规定: 对于被加工的小轮, 这些符号中的上面一个是指凹齿面的, 而下面的一个是指凸齿面的。

令  $\alpha_{tx}$  表示齿面  $T$  在  $X$  点的端面压力角  $\angle CXD$ , 显而易见:

$$\operatorname{tg} \alpha_{tx} = \mp \frac{W_1}{W_2}. \quad (1-4)$$

另外, 考虑到  $\alpha_x$  和  $W_1$  是  $L_x$  的函数, 由式(1-2)将  $\alpha_x$  和  $W_1$  对  $L_x$  求导, 则得到对角系数

$$D_x = \frac{d\alpha_x}{dL_x} = \frac{1}{\cos \alpha_x} \cdot \frac{dW_1}{dL_x}. \quad (1-5)$$

齿线曲率  $\chi_x$  可以这样得到: 设坐标锥展开图(图 1-2)中的齿线  $aa$  是以极坐标方程表示的曲线:

$$L_x = L_x(\nu_x),$$

则由微分几何学知:

$$\frac{d\nu_x}{dL_x} = \frac{\operatorname{tg} \beta_x}{L_x}.$$

在齿线  $aa$  上取另一点  $X_1$ , 与  $X$  点无穷接近 (即  $\widehat{XX_1} = ds$ ), 则  $X_1$  点的锥距

$$S_1X_1 = L_x + dL_x,$$

而该点的螺旋角是  $\beta_x + d\beta_x$ 。

设齿线  $aa$  在  $X_1$  点的切线与在  $X$  点的切线倾斜成角度  $d\tau$ , 则齿线  $aa$  在  $X$  点的曲率

$$\chi_x = \frac{d\tau}{ds};$$

但由图 1-2 可见:

$$d\tau = dv_x + d\beta_x,$$

而

$$ds = \frac{dL_x}{\cos \beta_x},$$

所以

$$\chi_x = \frac{dv_x + d\beta_x}{dL_x} \cos \beta_x = \frac{dv_x}{dL_x} \cos \beta_x + \cos \beta_x \frac{d\beta_x}{dL_x};$$

将前面的  $\frac{dv_x}{dL_x}$  代入上式, 则得:

$$\chi_x = \frac{\sin \beta_x}{L_x} + \cos \beta_x \frac{d\beta_x}{dL_x}, \quad (1-6)$$

考虑到  $\alpha_x, \beta_x, W_2$  是  $L_x$  的函数, 将式(1-3)对  $L_x$  求导, 得

$$\frac{d\beta_x}{dL_x} = \frac{1}{\cos \alpha_x \sin \beta_x} \left( \pm \frac{dW_2}{dL_x} - \sin \alpha_x \cos \beta_x \frac{d\alpha_x}{dL_x} \right), \quad (1-7)$$

式中  $\frac{d\alpha_x}{dL_x}$  就是对角系数, 见式(1-5)。

现在来研究齿形曲率。前面说过, 齿形曲率  $\zeta_x$  是齿形曲线  $bb$  在  $X$  点的测地曲率。这就是说, 假设过  $X$  点作球面的切平面, 并将齿形曲线  $bb$  向这个切平面上投影, 就得到一条平面曲线。这条平面曲线在  $X$  点的曲率, 就是齿形曲线  $bb$  在  $X$  点的测地曲率  $\zeta_x$ 。

在图 1-4 中, 取小轮的根锥顶点  $S_1$  为原点作直角坐标系  $ijk$ , 而小轮轴线  $S_1O_1$  与坐标轴  $S_1j$  重合。以  $S_1$  点为中心, 过小轮齿面  $T$  上的  $X$  点作一球面, 其半径为  $L_x$ 。图中的圆弧  $A, B, C$  分别表示球面与坐标平面  $iS_1j, jS_1k, kS_1i$  的交线, 而曲线  $bb$  就是这个球面与齿面  $T$  的交线。

令  $\varphi_x$  为球的半径线  $S_1X$  与小轮轴线  $S_1O_1$  (即  $S_1j$ ) 之间的夹角;  $\theta_x$  为由半径线  $S_1X$  和轴线  $S_1O_1$  所决定的平面与坐标平面  $iS_1j$  之间的夹角; 这两个角度就是确定球面齿形曲线  $bb$  上任意点  $X$  的两个参数。由图 1-4 可知, 半径线  $S_1X$  的矢量式为:

$$\mathbf{r}_x = S_1X = L_x (\sin \varphi_x \cos \theta_x \mathbf{i} + \cos \varphi_x \mathbf{j} + \sin \varphi_x \sin \theta_x \mathbf{k}),$$

式中  $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$  为沿三条坐标轴线的单位矢量。

在球面上过  $X$  点作两条参数曲线: 其一是, 假设  $\theta_x$  为常数而变化参数  $\varphi_x$ , 则为大圆  $\varphi$ ; 其二是, 假设  $\varphi_x$  为常数而变化参数  $\theta_x$ , 则为圆  $\theta$ 。显然, 这两个圆的平面是互相垂直的。

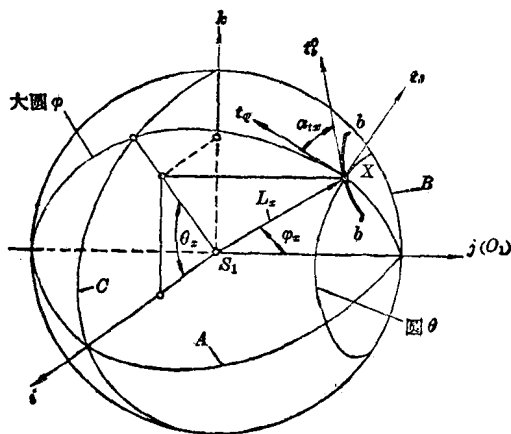


图 1-4 齿形曲率

由微分几何学知,大圆  $\varphi$  在  $X$  点的切线矢量

$$\mathbf{t}_\varphi = \frac{\partial \mathbf{r}_x}{\partial \varphi_x} = L_x (\cos \varphi_x \cos \theta_x \mathbf{i} - \sin \varphi_x \mathbf{j} + \cos \varphi_x \sin \theta_x \mathbf{k}),$$

同样,圆  $\theta$  在  $X$  点的切线矢量

$$\mathbf{t}_\theta = \frac{\partial \mathbf{r}_x}{\partial \theta_x} = L_x (-\sin \varphi_x \sin \theta_x \mathbf{i} + \sin \varphi_x \cos \theta_x \mathbf{k}).$$

那末由微分几何学知:

$$\zeta_x = \frac{d\alpha_{tx}}{ds} + \frac{1}{2\sqrt{EG}} \left( -\frac{\partial E}{\partial \theta_x} \cdot \frac{d\varphi_x}{ds} + \frac{\partial G}{\partial \varphi_x} \cdot \frac{d\theta_x}{ds} \right), \quad (i)$$

式中:  $\alpha_{tx}$ —— $X$  点的端面压力角(见前面的说明);

$s$ ——齿形曲线  $bb$  的弧长参数;

$E$  和  $G$ ——第一基本齐式系数:

$$\left. \begin{aligned} E = \mathbf{t}_\varphi \cdot \mathbf{t}_\varphi &= L_x^2 (\cos^2 \varphi_x \cos^2 \theta_x + \sin^2 \varphi_x + \cos^2 \varphi_x \sin^2 \theta_x) = L_x^2, \\ G = \mathbf{t}_\theta \cdot \mathbf{t}_\theta &= L_x^2 (\sin^2 \varphi_x \sin^2 \theta_x + \sin^2 \varphi_x \cos^2 \theta_x) = L_x^2 \sin^2 \varphi_x. \end{aligned} \right\} \quad (ii)$$

因而

$$\sqrt{EG} = L_x^2 \sin \varphi_x,$$

$$\frac{\partial E}{\partial \theta_x} = 0,$$

$$\frac{\partial G}{\partial \varphi_x} = 2L_x^2 \sin \varphi_x \cos \varphi_x.$$

由于以弧长  $s$  为参数的齿形曲线  $bb$  的矢量方程式为:

$$\mathbf{r}_x = \mathbf{r}_x[\varphi_x(s), \theta_x(s)],$$

所以齿形曲线  $bb$  在  $X$  点的切线单位矢量

$$\mathbf{t}_b^0 = \frac{d\mathbf{r}_x}{ds} = \frac{\partial \mathbf{r}_x}{\partial \varphi_x} \cdot \frac{d\varphi_x}{ds} + \frac{\partial \mathbf{r}_x}{\partial \theta_x} \cdot \frac{d\theta_x}{ds} = \mathbf{t}_\varphi \frac{d\varphi_x}{ds} + \mathbf{t}_\theta \frac{d\theta_x}{ds}. \quad (iii)$$

另外, 假设沿矢量  $\mathbf{t}_\varphi$  和  $\mathbf{t}_\theta$  方向的单位矢量分别为  $\mathbf{t}_\varphi^0$  和  $\mathbf{t}_\theta^0$ , 因为这两个矢量和  $\mathbf{t}_b^0$  是在球面的同一个切平面内, 而  $\mathbf{t}_\varphi^0$  与  $\mathbf{t}_\theta^0$  又是互相垂直的, 所以  $\mathbf{t}_b^0$  又可以写成:

$$\mathbf{t}_b^0 = \mathbf{t}_\varphi^0 \cos \alpha_{tx} + \mathbf{t}_\theta^0 \sin \alpha_{tx}.$$

但由式(ii)知, 矢量  $\mathbf{t}_\varphi$  和  $\mathbf{t}_\theta$  的模分别等于  $L_x$  和  $L_x \sin \varphi_x$ , 所以

$$\mathbf{t}_\varphi^0 = \frac{\mathbf{t}_\varphi}{L_x},$$

$$\mathbf{t}_\theta^0 = \frac{\mathbf{t}_\theta}{L_x \sin \varphi_x},$$

因此

$$\mathbf{t}_b^0 = \mathbf{t}_\varphi \frac{\cos \alpha_{tx}}{L_x} + \mathbf{t}_\theta \frac{\sin \alpha_{tx}}{L_x \sin \varphi_x}. \quad (iv)$$

由式(iii)和(iv)可知:

$$\frac{d\varphi_x}{ds} = \frac{\cos \alpha_{tx}}{L_x},$$

$$\frac{d\theta_x}{ds} = \frac{\sin \alpha_{tx}}{L_x \sin \varphi_x}.$$

所以

$$\frac{d\alpha_{tx}}{ds} = \frac{d\alpha_{tx}}{d\varphi_x} \cdot \frac{d\varphi_x}{ds} = \frac{d\alpha_{tx}}{d\varphi_x} \cdot \frac{\cos \alpha_{tx}}{L_x}.$$

将以上有关各值代入式(i), 得

$$\zeta_z = \frac{1}{L_x} \left( \sin \alpha_{tx} \operatorname{ctg} \varphi_x + \cos \alpha_{tx} \frac{d\alpha_{tx}}{d\varphi_x} \right). \quad (1-8)$$

最后, 考虑到  $\alpha_{tx}$ 、 $W_1$  和  $W_2$  是  $\varphi_x$  的函数, 将式(1-4)对  $\varphi_x$  求导, 得

$$\frac{dc_{tx}}{d\varphi_x} = \frac{\cos^2 \alpha_{tx}}{W_2} \left( \mp \frac{dW_1}{d\varphi_x} - \operatorname{tg} \alpha_{tx} \frac{dW_2}{d\varphi_x} \right). \quad (1-9)$$

由式(1-2)~(1-9)可知, 对于齿面上的任意点, 只要能求得该点的  $W_1$ 、 $W_2$  以及它们沿齿线方向和齿形方向的变化率  $\left( \frac{dW_1}{dL_x}, \frac{dW_2}{dL_x}, \frac{dW_1}{d\varphi_x}, \frac{dW_2}{d\varphi_x} \right)$ , 则该点的齿面结构元素就完全可以确定。

## 第二章

# 齿面结构的确定

### § 2-1 确定齿面结构有关的几个问题

#### (一) 确定齿面结构的意义

在弧齿锥齿轮和准双曲线齿轮的生产实践中,为了提高加工生产率,大轮的齿面经常是用双面切削法同时切出一个齿槽的两侧齿面。当齿轮副的传动比( $Z_2/Z_1$ )较大,大轮的齿面还可采用成形法加工,在这种情况下,大轮的齿面就完全同产形表面(或称刃锥表面<sup>①</sup>)的形状一样。当大轮的齿面用展成法加工时,这个齿面就不是锥面,而是与刃锥表面共轭的一种曲面。

为了使齿轮副得到理想的啮合斑点,必须根据大轮的齿面来确定小轮的齿面。其方法是:设想大轮齿面已经用这样或那样的方法切成,那末,把这个大轮和需要加工的小轮,按照它们在机器中工作时的相对安装位置和传动比进行转动。在转动过程中,小轮的“理论齿面”就被大轮的既定齿面按瞬时线接触的方式所确定。

这样确定的小轮理论齿面,可用数学方法表达出来,但在生产中是难以制造的,而且,考虑到齿轮副在制造和装配过程中的误差,以及在热处理和承受载荷情况下的变形,也不需要制造这样的理论齿面。

然而这个理论齿面是实际加工小轮齿面的重要基础,即根据这个理论齿面,可以确定小轮齿面上某个经过选择的“改形中心点  $M$ ”的齿面结构元素,并根据这些元素将理论齿面加以合理的“改形”,从而可以制造出更加满足实用要求的小轮齿面,详见 § 2-4。

#### (二) 齿轮副的安装位置

为了确定小轮的齿面结构,须了解齿轮副的相对安装位置。图 2-1 是弧齿锥齿轮副的

装配示意图:两轮的轴线相交于点  $S$ , 这个点同时也是两轮的节锥顶点和根锥顶点。小轮和大轮的节锥角各为  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$ , 而

$$\varphi_1 + \varphi_2 = \delta, \quad (2-1)$$

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{Z_1}{Z_2}, \quad (2-2)$$

式中:  $\delta$ ——两轮轴线的夹角,通常  $\delta = 90^\circ$ ;

$Z_1$  和  $Z_2$ ——小轮和大轮的齿数。

节锥上的齿圈中点  $C$  到锥顶  $S$  点的距离称为节锥距,用  $L_c$  表示。图中的直线  $SC$  是两轮的节锥共同母线,在齿轮副的啮合传动过程中,两轮就绕着这条母线相对滚动。在齿轮的

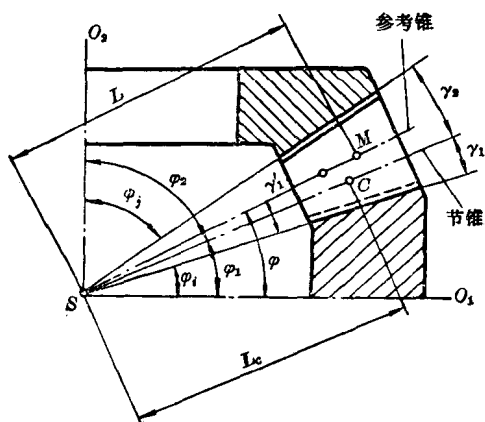


图 2-1 弧齿锥齿轮副的装配示意图

① 即刀盘上的刀刃绕刀盘轴线旋转而形成的表面。

轴向截面图中, 节锥母线与根锥母线之间的夹角称为齿根角, 小轮和大轮的齿根角分别为  $\gamma_1$  和  $\gamma_2$ , 因而小轮的根锥角

$$\varphi_1 = \varphi_1 - \gamma_1, \quad (2-3)$$

而大轮的根锥角

$$\varphi_2 = \varphi_2 - \gamma_2. \quad (2-4)$$

图 2-2 为准双曲线齿轮副中的大轮示意图。分度锥顶点  $S_g$  与根锥顶点  $S_2$  不重合, 两点之间的距离用  $C_g$  表示。分度锥上的齿圈中点  $C$  到分度锥顶点之间的距离用  $L_g$  表示, 而  $C$  点的半径用  $R_g$  表示。

图 2-3 为准双曲线齿轮副的装配示意图: 小轮轴线  $S_1O_1$  与大轮轴线  $S_2O_2$  相交, 两轴线之间的偏置距离为  $E_p$ 。大轮的根锥顶点  $S_2$  到小轮轴线  $S_1O_1$  的偏置投影距离用  $A_p$  表示。小轮的根锥顶点  $S_1$  到大轮轴线  $S_2O_2$  的偏置投影距离用  $B_p$  表示。以上所说的几个尺寸, 可以从齿轮副的图纸或设计计算的结果中查阅。

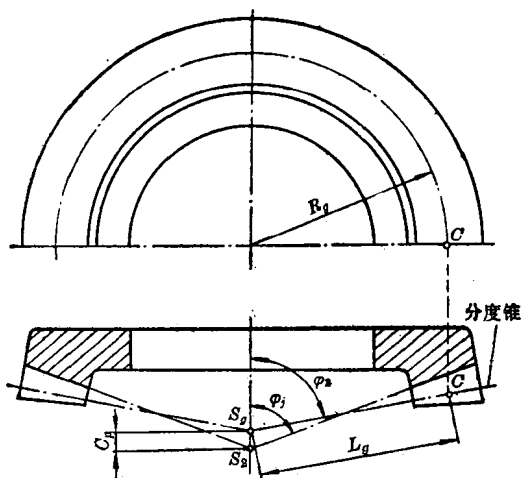


图 2-2 准双曲线齿轮副中的大轮示意图

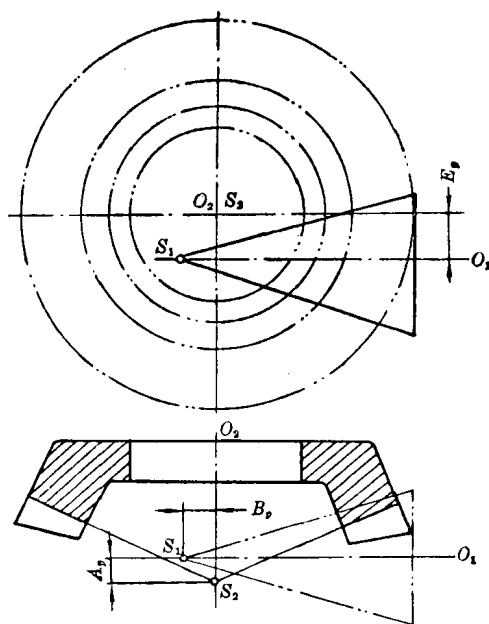


图 2-3 准双曲线齿轮副的装配示意图

### (三) 小轮的参考锥和改形中心点

确定小轮的齿面结构, 往往要在小轮上规定一个参考锥。这是因为当齿轮副的传动比  $(Z_2/Z_1)$  较大时, 在齿轮副经过变位(移距修正)之后, 小轮的齿根角  $\gamma_1$  较小, 而大轮的齿根角  $\gamma_2$  则较大。这样, 如果以分度锥(或节锥)上的齿圈中点  $C$  为啮合斑点的中心, 则啮合斑点必然紧靠小轮的齿根(图 2-4a)和大轮的齿顶(图 2-4b), 因而形成不完全的和不好的啮合斑点, 这就严重地影响啮合质量。

在生产中, 当齿轮副的牙齿切成以后, 须装到滚动检查机上进行啮合检验, 并规定在轻微载荷(约为工作载荷的 20%)的啮合中, 大轮齿面上的啮合斑点中心  $M_0$  应在一定的位置, 而啮合斑点则应有一定

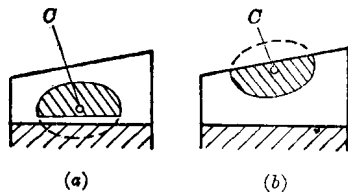


图 2-4 不好的啮合斑点

的方向和尺寸(长度和高度)。 $M_0$ 点的位置可用  $M_0(L_0, \varphi_0)$  表示, 即  $M_0$  点的锥距  $S_2M_0$  应为某个数值  $L_0$ , 而  $M_0$  点所在锥面的锥角(锥顶半角)应为某个数值  $\varphi_0$ (图 2-5a)。

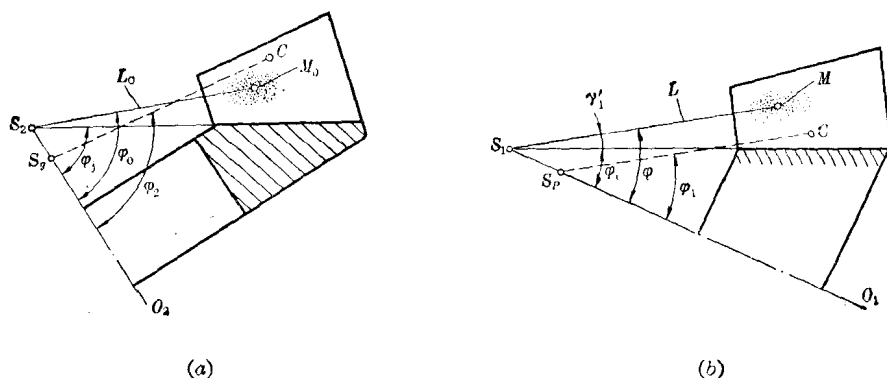


图 2-5 大轮齿面上的啮合斑点中心  $M_0$  和小轮齿面上的改形中心点  $M$

通过齿轮副的啮合, 在小轮齿面上也有相应的啮合斑点(图 2-5b), 其中心点  $M(L, \varphi)$  的位置以及斑点的大小和方向决定于大轮齿面上的啮合斑点。那末在小轮上, 以根锥顶点  $S_1$  为顶点、以小轮轴线  $S_1O_1$  为轴线、并通过  $M(L, \varphi)$  点的一个锥面就称为小轮的参考锥。在加工小轮的齿面时, 就以  $M(L, \varphi)$  点为中心来改造小轮理论齿面的形状,  $M(L, \varphi)$  点就称为小轮齿面上的改形中心点。

在小轮的轴向截面内, 参考锥的母线与根锥母线之间的夹角称为参考锥的齿根角, 用  $\gamma'_1$  表示, 显然

$$\gamma'_1 = \varphi - \varphi_0 \quad (2-5)$$

#### (四) 小轮的坐标锥

确定小轮的齿面结构, 须考虑齿轮副的啮合关系, 在分析啮合关系时, 可以将小轮轴线  $S_1O_1$  平行于坐标系  $xyz$  中的轴线  $Oy$  (图 2-6) 以及将大轮轴线  $S_2O_2$  平行于轴线  $Oz$  (图 2-7 和 2-8) 来设置。

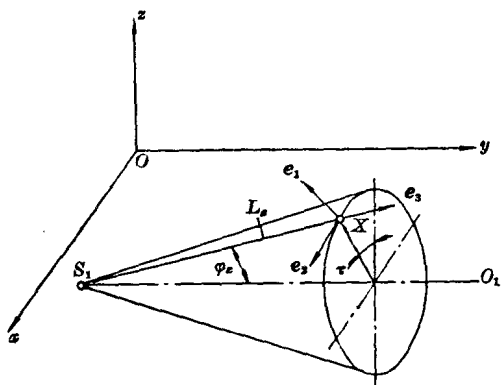


图 2-6 小轮的坐标锥

图 2-6 中的角度  $\tau$  是小轮的轴向截面  $XS_1O_1$  与坐标平面  $yOz$  之间的夹角(二面角), 称为小轮的啮合位置角。它表示小轮齿面上的任意点  $X(L_x, \varphi_x)$  同大轮齿面接触时轴向截面  $XS_1O_1$  的位置。当顺着  $S_1O_1$  方向看去, 如果轴向截面  $XS_1O_1$  是由坐标平面  $yOz$  起按顺时针方向转动时, 则  $\tau$  角为正值。

在第一章中已知坐标锥上  $X$  点的三个单位矢量  $e_1$ 、 $e_2$  和  $e_3$ , 利用矢量旋转公式(附录二)可得啮合位置角为  $\tau$  时  $e_1$  和  $e_2$  在坐标系  $xyz$  中的分量(即方向余弦):

$$\left. \begin{aligned} e_{1x} &= \cos \varphi_x \sin \tau, \\ e_{1y} &= -\sin \varphi_x, \\ e_{1z} &= \cos \varphi_x \cos \tau. \end{aligned} \right\} \quad (2-6)$$

$$\left. \begin{aligned} e_{2x} &= \cos \tau, \\ e_{2y} &= 0, \\ e_{2z} &= -\sin \tau. \end{aligned} \right\} \quad (2-7)$$

由图 2-6 可见, 当  $0^\circ < \tau < 90^\circ$  时,  $e_2$  的箭头方向是背离坐标平面  $yOz$  的; 而当  $90^\circ < \tau < 180^\circ$  时,  $e_2$  的箭头方向是朝着坐标平面  $yOz$  的。由图 2-8 可见, 齿轮副啮合时,  $X$  点的啮合位置角  $\tau$  的数值大约为  $180^\circ$ 。

## § 2-2 半展成法加工的齿面结构

### (一) 大轮齿面的形成

由前述已知, 要确定小轮的齿面结构, 首先须知大轮的齿面是怎样的表面。在半展成的加工方法中, 大轮齿槽两侧的凸、凹齿面是按成形法用双面刀盘的内、外刀齿切成的 (图 2-7), 所以大轮的齿面就同刃锥表面的形状完全一样。切大轮时, 双面刀盘是以其刀顶距  $W$  的中点对准齿槽的槽底中点并按根锥螺旋角  $\beta_0$ ①来安装的。如果内、外刀齿的齿形角是按照大轮凸、凹齿面的根锥压力角  $\alpha_{\Delta}$  和  $\alpha_{\nabla}$  而专门制成的, 则安装刀盘时, 可以将刀盘轴线平行于摇盘轴线。但按  $\alpha_{\Delta}$  和  $\alpha_{\nabla}$  制造特殊齿形角的刀齿, 是不经济的, 生产中常采用工具厂制造的标准刀号的刀齿加工, 这种刀齿的齿形角

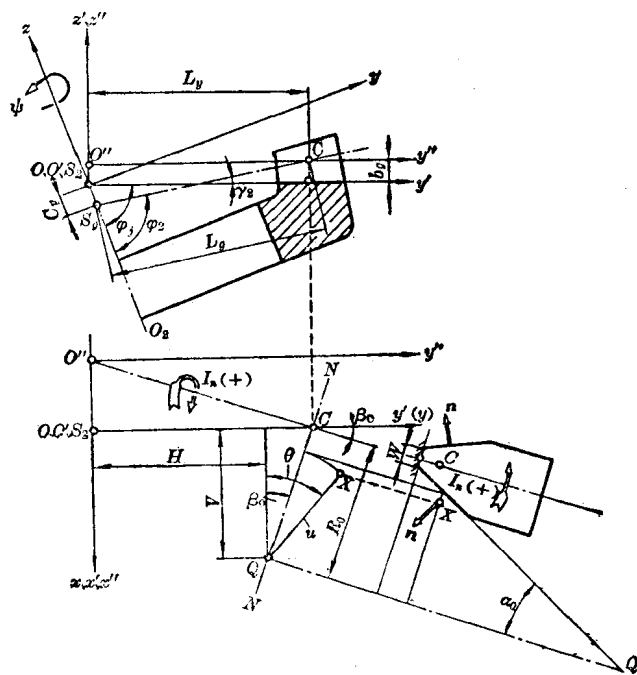


图 2-7 用成形法精切大轮时刀盘和齿轮的位置

①  $\beta_0$ 、 $\alpha_{\nabla}$  和  $\alpha_{\Delta}$  各相当于格里生符号  $\Psi_G$ 、 $\Phi_1$  和  $(-\Phi_2)$ 。

$$\alpha_0 = \alpha_m \pm \Delta\alpha, \begin{matrix} \text{内刀} \\ \text{外刀} \end{matrix}$$

式中的  $\alpha_m$  为刀具的名义齿形角 (等于被加工齿轮副的名义法向压力角, 例如  $22^\circ 30'$ 、 $21^\circ 15'$  或  $20^\circ$  等);  $\Delta\alpha$  为刀具的实际齿形角相对于  $\alpha_m$  的修正值, 对于刀号为  $N$  的刀具,

$$\Delta\alpha = N \times 10 (\text{分}) = \frac{N}{344} (\text{弧度}).$$

用装有这种标准刀具的双面刀盘在有刀倾机构的铣齿机上切削大轮时, 须将刀盘的轴线在法向截面  $NN$  内绕  $C$  点旋转而倾斜成一定的角度  $I_n$ , 这个角度称为法向刀倾角, 即

$$I_n = \alpha_{0\text{内刀}} - \alpha_{\Delta} = \alpha_{\text{凹}} - \alpha_{0\text{外刀}},$$

式中的  $\alpha_{\Delta}$  和  $\alpha_{\text{凹}}$  分别为大轮凸、凹齿面的根锥压力角。

按法向刀倾的不同方向,  $I_n$  角有正值与负值的区别: 当法向刀倾后, 若外刀具的实际切削压力角大于其齿形角, 或内刀具的实际切削压力角小于其齿形角, 则  $I_n$  角为正值; 反之为负值。现令:

$L_g$ ——大轮的分度锥距  $S_g C$  (对于弧齿锥齿轮,  $L_g = L_c$  见图 2-1);

$\varphi_2$ ——大轮的分度锥角 (对于弧齿锥齿轮则为节锥角);

$\varphi_j$ ——大轮的根锥角;

$\gamma_2$ ——大轮的齿根角,  $\gamma_2 = \varphi_2 - \varphi_j$ ;

$C_p$ ——大轮的根锥顶点  $S_2$  到分度锥顶点  $S_g$  的距离  $S_2 S_g$  (对于弧齿锥齿轮,  $C_p = 0$ );

$L_0$ ——大轮齿面上的啮合斑点中心  $M_0$  到根锥顶点  $S_2$  的距离  $S_2 M_0$ ;

$\varphi_0$ ——大轮上的圆锥母线  $S_2 M_0$  与轴线  $S_2 O_2$  之间的夹角;

$\beta_0$ ——大轮的根锥螺旋角;

$R_0$ ——精切大轮用的双面刀盘的名义半径;

$W$ ——上述刀盘的刀顶距。

由图 2-7 可见, 齿圈中点  $C$  到根锥顶点  $S_2$  沿根锥母线  $O'y'$  方向的距离

$$L_y = L_g \cos \gamma_2 + C_p \cos \varphi_j. \quad (2-8)$$

因此在法向刀倾以前, 刀盘中心  $Q$  在摇盘平面上的坐标为:

$$\left. \begin{aligned} H &= L_y - R_0 \sin \beta_0, \\ V &= R_0 \cos \beta_0. \end{aligned} \right\} \quad (2-9)$$

在大轮齿面 (即刃锥表面) 上取任意一点  $X$ , 并用参数  $(u, \theta)$  表示该点在齿面上的位置, 则  $X(u, \theta)$  点在坐标系  $x'y'z'$  中的坐标为:

$$\left. \begin{aligned} x' &= V - u \cos \theta, \\ y' &= H + u \sin \theta, \\ z' &= \left[ \pm (R_0 - u) - \frac{W}{2} \right] \operatorname{ctg} \alpha_0. \end{aligned} \right\} \quad (2-10)$$

大轮齿面在  $X(u, \theta)$  点的法线单位矢量  $\mathbf{n}$  在坐标系  $x'y'z'$  中的分量为:

$$\left. \begin{aligned} n'_x &= \pm \cos \alpha_0 \cos \theta, \\ n'_y &= \mp \cos \alpha_0 \sin \theta, \\ n'_z &= -\sin \alpha_0. \end{aligned} \right\} \quad (2-11)$$

上式中的  $\pm$  和  $\mp$  符号是这样规定的: 上面的用于大轮凸齿面 (相当于小轮凹齿面); 下面的用于大轮凹齿面 (相当于小轮凸齿面)。图 2-7 中的法线矢量  $\mathbf{n}$  的方向也是故意地反过

来画的,即由空域指向大轮的牙齿实体(相当于由小轮的牙齿实体指向空域)。

为了便于直接应用附录(一)的公式,现在另作一个坐标系  $x''y''z''$ , 其轴线  $O''x''$ 、 $O''y''$  和  $O''z''$  分别地平行于坐标系  $x'y'z'$  的轴线  $O'x'$ 、 $O'y'$  和  $O'z'$ ; 坐标平面  $x''O''y''$  与  $x'O'y'$  相距  $b_g$ ; 坐标平面  $y''O''z''$  与  $y'O'z'$  相距  $L_y \operatorname{tg} \beta_0$ ; 而坐标平面  $x''O''z''$  则与  $x'O'z'$  重合。因此,这两个坐标系的关系是:

$$\left. \begin{aligned} x'' &= x' + L_y \operatorname{tg} \beta_0, \\ y'' &= y', \\ z'' &= z' - b_g, \end{aligned} \right\} \quad (2-12)$$

式中:

$$b_g = L_g \sin \gamma_2 - C_p \sin \varphi_i. \quad (2-13)$$

显然,式中的  $x''$ 、 $y''$  和  $z''$  也就是法向刀倾之前  $X(u, \theta)$  点在坐标系  $x''y''z''$  中的坐标值。所谓法向刀倾,就是将刀盘绕着坐标平面  $x''O''y''$  中的直线  $O''C$  转过一个角度  $I_n$ 。令直线  $O''C$  的单位矢量在坐标系  $x''y''z''$  中的分量为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 则由图 2-7 可知:

$$\left. \begin{aligned} a &= \sin \beta_0, \\ b &= \cos \beta_0, \\ c &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2-14)$$

若令

$$\xi_1 = ax'' + by'' + cz'', \quad (2-15)$$

则由坐标旋转公式(附录一)可知,当刀盘绕  $O''C$  转过  $I_n$  角度之后,  $X(u, \theta)$  点在坐标系  $x''y''z''$  中的坐标为:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{x}'' &= a\xi_1 + (x'' - a\xi_1) \cos I_n - bz'' \sin I_n, \\ \tilde{y}'' &= b\xi_1 + (y'' - b\xi_1) \cos I_n + az'' \sin I_n, \\ \tilde{z}'' &= z'' \cos I_n - (ay'' - bx'') \sin I_n. \end{aligned} \right\} \quad (2-16)$$

但从式(2-12)可知:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{x}' &= \tilde{x}'' - L_y \operatorname{tg} \beta_0, \\ \tilde{y}' &= \tilde{y}'', \\ \tilde{z}' &= \tilde{z}'' + b_g. \end{aligned} \right\} \quad (2-17)$$

将式(2-16)代入式(2-17),得法向刀倾以后  $X(u, \theta)$  点在坐标系  $x'y'z'$  中的坐标:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{x}' &= a\xi_1 + (x'' - a\xi_1) \cos I_n - bz'' \sin I_n - L_y \operatorname{tg} \beta_0, \\ \tilde{y}' &= b\xi_1 + (y'' - b\xi_1) \cos I_n + az'' \sin I_n, \\ \tilde{z}' &= z'' \cos I_n - (ay'' - bx'') \sin I_n + b_g. \end{aligned} \right\} \quad (2-18)$$

同样,若令

$$\xi_2 = an'_x + bn'_y + cn'_z, \quad (2-19)$$

则由矢量旋转公式(附录二)可知,当刀盘绕  $O''C$  转过  $I_n$  角度之后,大轮齿面上  $X(u, \theta)$  点处的法线单位矢量  $\mathbf{n}$  在坐标系  $x'y'z'$  中的分量为:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{n}'_x &= a\xi_2 + (n'_x - a\xi_2) \cos I_n - bn'_z \sin I_n, \\ \tilde{n}'_y &= b\xi_2 + (n'_y - b\xi_2) \cos I_n + an'_z \sin I_n, \\ \tilde{n}'_z &= n'_z \cos I_n - (an'_y - bn'_x) \sin I_n. \end{aligned} \right\} \quad (2-20)$$

经过坐标转换,得法向刀倾以后大轮齿面上  $X(u, \theta)$  点在坐标系  $xyz$  中的坐标:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \tilde{x}', \\ y_0 &= \tilde{y}' \sin \varphi_j + \tilde{z}' \cos \varphi_j, \\ z_0 &= \tilde{z}' \sin \varphi_j - \tilde{y}' \cos \varphi_j, \end{aligned} \right\} \quad (2-21)$$

式中  $\tilde{x}'$ 、 $\tilde{y}'$  和  $\tilde{z}'$  由式(2-18)确定。

同时, 也得到法向刀倾以后大轮齿面上  $X(u, \theta)$  点处的法线单位矢量  $\mathbf{n}$  在坐标系  $xyz$  中的分量:

$$\left. \begin{aligned} n_{x0} &= \tilde{n}'_x, \\ n_{y0} &= \tilde{n}'_y \sin \varphi_j + \tilde{n}'_z \cos \varphi_j, \\ n_{z0} &= \tilde{n}'_z \sin \varphi_j - \tilde{n}'_y \cos \varphi_j, \end{aligned} \right\} \quad (2-22)$$

式中  $\tilde{n}'_x$ 、 $\tilde{n}'_y$  和  $\tilde{n}'_z$  由式(2-20)确定。

这样, 大轮的齿面就确定了。

## (二) 齿轮副啮合的方程组

前已述及, 确定小轮齿面的结构, 就是确定当齿轮副啮合时, 由大轮的一定齿面所决定的小轮理论齿面在改形中心点  $M(L, \varphi)$  的压力角  $\alpha_M$ 、螺旋角  $\beta_M$ 、对角系数  $D_M$ 、齿线曲率  $\chi_M$  和齿形曲率  $\zeta_M$ 。为了确定这些元素, 须导出齿轮副啮合的方程组。

设想大轮齿面从上节中所说的位置起, 绕大轮轴线按图 2-7 所示的方向转过一个角度  $\Psi$ , 大轮齿面上的  $X(u, \theta)$  点就同小轮理论齿面上的某个相应点  $X(L_x, \varphi_x)$  接触, 此时这两点的坐标必然相同, 而两齿面在接触点的法线方向也必然一致。它们在坐标系  $xyz$  中的坐标为:

$$\left. \begin{aligned} x &= x_0 \cos \Psi + y_0 \sin \Psi, \\ y &= y_0 \cos \Psi - x_0 \sin \Psi, \\ z &= z_0. \end{aligned} \right\} \quad (2-23)$$

两齿面在接触点的法线单位矢量  $\mathbf{n}$  在坐标系  $xyz$  中的分量为:

$$\left. \begin{aligned} n_x &= n_{x0} \cos \Psi + n_{y0} \sin \Psi, \\ n_y &= n_{y0} \cos \Psi - n_{x0} \sin \Psi, \\ n_z &= n_{z0}. \end{aligned} \right\} \quad (2-24)$$

将(2-21)、(2-18)、(2-15)、(2-12)、(2-10)和(2-9)各式代入式(2-23), 得

$$\left. \begin{aligned} x &= A_0 u \cos \theta + B_0 u \sin \theta + C_0 \left[ \frac{W}{2} \mp (R_0 - u) \right] \operatorname{ctg} \alpha_0 + D_0, \\ y &= E_0 u \cos \theta + F_0 u \sin \theta + G_0 \left[ \frac{W}{2} \mp (R_0 - u) \right] \operatorname{ctg} \alpha_0 + H_0, \\ z &= M u \cos \theta + N u \sin \theta + P \left[ \frac{W}{2} \mp (R_0 - u) \right] \operatorname{ctg} \alpha_0 + Q, \end{aligned} \right\} \quad (2-25)$$

式中:

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= A_1 \cos \Psi + A_2 \sin \Psi, \\ B_0 &= B_1 \cos \Psi + B_2 \sin \Psi, \\ C_0 &= C_1 \cos \Psi + C_2 \sin \Psi, \\ D_0 &= D_1 \cos \Psi + D_2 \sin \Psi, \end{aligned} \right\} \quad (2-26)$$