庄松林　钱振邦　编著

光学传递函数

GUANGXUE
CHUANDI
HANSHU

机械工业出版社

光学传递函数

庄松林　钱振邦　编著

机械工业出版社

前　言

二十多年来，光学传递函数的研究已经取得富有成效的结果，并在实际工作中得到广泛使用。为了使广大光学工作者熟悉、了解关于光学传递函数的基本理论和测量、计算方法，以有利于光学传递函数的进一步推广、应用，我们根据有关的资料并结合从事光学传递函数研究中的一些体会，编著了《光学传递函数》这本书。

在编写中，我们假定读者已具备了应用光学和高等数学的知识，因此对一些基本光学现象和数学解析过程就不再作详细的论证。又考虑到有关光学传递函数的部分数学内容和空间滤波成象的概念对非理科性专业的读者来说也许会感到比较陌生，所以在数学、物理基础部分对这些内容作了概要的介绍。

本书承复旦大学物理系章志鸣教授、交通大学应用物理系张幼文老师审稿，在编写中得到浙江大学光学仪器系王子余教授、李正民老师的指导和帮助，并得到上海光学仪器研究所有关同志的支持和帮助，在此一并深志谢忱。

由于我们学识浅薄和缺少经验，书中缺点和错误之处在所难免，诚恳希望读者不吝指出，以便改正。

目录

第一章　绪　论

第一节　发展历史

近代光学理论的发展，证明了光学系统可以有效地看作一个空间频率的滤波器，而它的成象特性和象质评价则可以用物象之间的频谱之比来表示。光学系统的这个频率对比特性就是所谓的光学传递函数。

光学系统成象质量的评价，一直是应用光学领域中众所瞩目的问题。所谓成象质量，主要是象与物之间在不考虑放大倍率情况下的强度和色度的空间分布一致性。

在几何光学中是以点光源作为物的"基元"，并用几何象差来描述光线经过光学系统之后的空间分布的。几何象差虽然反映了光学系统的某些成象品质，但是用几个简单的象差数据来表示实际成象效果是十分困难的，而且从本质上说，它忽视了光的不可避免的衍射。

阿贝和瑞利根据光的波动性指出，由于衍射而使光学系统存在一个分辨极限。这样，便产生了用鉴别率作为评价光学系统成象质量的一个指标。但是实际情况表明，除了鉴别率测定时的各种条件的复杂性、读取时的主观误差以及光学系统的鉴别率与接收器（例如胶片）之间关系不太明确等问题外，还存在着鉴别率大小并不一定代表光学系统成象质量这样一个根本性的问题。因为鉴别率的大小所反映的仅仅是光学系统的分辨极限，并没有反映出在可分辨范围内的整个象质状况（用光学传递函数的概念来说，鉴别率不能反映不

同空间频率时物象之间对比度的变化)。也就是说，鉴别率虽然能定量地反映出一些成象特性，但它所提供的质量信息却“太少”了。

常用的星点检验是观察光学系统在象差和衍射综合影响下的象面光能量分布状态，这虽然较全面地反映了成象质量，但由于这种观察一下子提供了“太多”的质量信息而很难加以区分和定量处理。

过去曾经用过的评价象质的手段，归结起来可以说都是利用所谓空间域的，也就是通过一定的空间座标的函数来描述光学系统的成象品质。鉴别率方法的引入已经带有初步的“空间频率”的概念，它用了有一定空间频率的线条作为物的基元。另外，光学系统存在着分辨极限，这就意味着它可以被看作是一个低透过的空间滤波器，即它只能透过低于某一空间频率的光信号。

空间滤波概念被引入光学系统后，导致了许多有益的尝试，并开始在频率域寻找和探索评价光学成象质量的方法。这方面的一个重要成果就是光学传递函数概念的开发。

自从发现鉴别率评价不适当以后，早在 1938 年已经由弗里塞把傅里叶处理的方法用于照相底片的分辨率试验，提出了应该用亮度呈正弦分布的鉴别率板来检验光学系统，并证实了这种鉴别率板的象的亮度仍是正弦分布，而且空间频率保持相对不变，只是正弦波的相对振幅有所降低。1946 年杜弗运用傅里叶变换的处理方法来分析光学系统，从此开拓了一种新的成象理论，使现代傅里叶变换在光学中的应用有了较大的发展，并为光学传递函数奠定了理论基础。1948 年赛尔温用正弦试验物来检验光学系统和光学材料。同年，赛德第一次利用通信论的观点，提出了用光学传递函数来评价

成象质量。他用一个电影底片上的声带作为近似的正弦物来进行试验，用光电倍增管来测量象的反差，并指出了用光电方法来对光学象进行傅里叶处理的途径。当时这些初步的实验都是比较麻烦的，而且精度不高，理论上也还有不完善的地方，所以光学传递函数的概念并没有被普遍接受。

霍普金斯的理论和林特贝格的实验被认为是光学传递函数研究的开端。五十年代霍普金斯发表了几篇关于光学传递函数的重要文章，在这些文章中他发展了杜弗的理论，完整地提出了光学传递函数的概念和处理方法，并指出了光学传递函数作为象质指标的许多优点。1954年林特贝格系统地提出了用扫描方法测量光学传递函数的几种可能性，为光学传递函数的测量打下了基础。光学传递函数的概念从此得到了充分的重视，各国都开展了大量的研究工作。

但是，在一段时间里，由于对一些具体问题，诸如座标系的选择，空间频率的归化方式，频率定位面的确定以及变形成象等方面的认识不一和处理差异，还有当时光电测量技术和实验装置精度的限制，所以各国及各实验室对光学传递函数的计算和测量结果很难一致。通过举行了多次国际会议进行交流和讨论，统一了看法，找出了误差的来源，并作了改进。1962年8月在慕尼黑举行的第六届国际光学会议(ICO)上通过决定，采用"光学传递函数"(Optical Transfer Function)这一名词，简称OTF。1964年9月在东京举行的第七届国际光学会议上，已有关于光学传递函数理论和测量方面的专题报告和讨论。有关光学传递函数的专门性国际会议已于1968年3月在波士顿，1970年9月在纽约，1974年5月在罗彻斯特举行过三次。

进入七十年代以后，随着大容量高速度数字计算机的发

展和高精度光电测试技术的改进，使光学传递函数的计算和测量工作日趋完善，并开始推广到实际应用中去。麦克唐奈的工作大大提高了光学传递函数的计算精度，并使计算在小型计算机上亦能实现。关于光学传递函数的计算已经有了不少有效的计算程序，并已把快速傅里叶变换（FFT）技术用于光学传递函数的计算。为了校验光学传递函数测量仪器的精度并与计算结果进行比较，英国科学仪器研究协会（SIRA）1969年起研制了各种标准透镜，在各国的各实验室进行测量。目前用光学传递函数来评价成象质量已进入实用阶段，各国已制订了光学传递函数的标准和相应的象质标准，在透镜自动设计中已采用光学传递函数作为控制成象质量的价值函数。作为生产检验和实验室用的光学传递函数测量仪器已有多种成熟的产品供应。

由于光学传递函数是建立在把光学系统作为空间滤波器这样一个基础上的，因此光学传递函数的概念和方法不仅对于象质评价，而且对于成象理论的研究，光学象的改善以及光学信息处理等方面，也起了很大的推进作用。

第二节　通信理论的引入

近代光学中许多新的概念和处理方法的开发，是与电气工程中的通信理论的引入分不开的。这是由于光学成象系统在频率域的许多系统特性和处理方法与电学网络十分相似之故。

阿贝根据基尔霍夫衍射积分理论研究了显微镜的成象过程，提出了著名的阿贝成象理论。这个理论不仅阐明了几何光学中物象之间的关系，更重要的是它首次提出了频谱的概念。1906年波尔特的实验不仅证明了阿贝的理论，而且进一步

说明了物象之间对频谱的依赖关系。1946年杜弗在"傅里叶变换和它在光学中的应用"一书中，首次提出了把傅里叶变换应用到光学中来的一般原理，这是把通信理论引入光学系统的开端。

光学系统的物象空间分布用频谱的概念来描述以后，使得光学系统能够与通讯系统一样,看成是一种信息传递系统。不过通讯系统传递的是时间性的信息,例如电压、电流等的时间变化；而光学系统传递的则是空间性的信息,例如光振幅、光强度的空间分布。但这一差异并不妨碍通信系统处理方法在光学系统中的应用。电信号的时间频率的意义是十分熟悉的。光信号的空间频率是指光振幅或光强度在单位空间（例如单位长度）内的周期性变化。基于通过频域特性来描述系统的观点，光学系统与通信系统一样，都可以用相同的数学方法——傅里叶分析和系统理论来描述各自的系统特性。光学系统在满足一定的条件下，可以和电学网络一样具有线性和不变性，这就使得它能够用频谱分析的方法来表示它的系统特性。因此，正如一个电学网络可以用它的时间频率响应来表示它的特性一样，一个光学系统也可以用它的空间频率响应来表示它的特性。光学系统的空间频率响应特性就是光学传递函数。

由于频谱概念的引入,作为频谱的"基元"，与通信系统相似，在光学系统的处理中需引入"正弦信号"的概念，以作为讨论频域特性的物象单元。光学中的正弦信号是指光振幅或光强度以一定的空间频率按正弦（或余弦）规律变化的空间分布。

光学系统与电学系统除了上面提到的一些相似之处外，系统中某些非线性光学元件(如照相底片)的特性，也可以用

处理非线性电学元件(如二极管)特性的相似方法来处理。同样，正如可以按所需的要求来改变一个电学网络的时间频率特性一样，也可以通过某些手段来改变一个光学系统的空间频率特性，使它满足某些特定的要求。

通信理论的引入使近代光学出现了一个新的分支——傅里叶光学，而光学传递函数正是建立在傅里叶光学的理论基础上的。

第三节　光学传递函数的初步概念

常用来检验光学系统成象质量的鉴别率板，是一组黑白相间的按一定方向伸展的线条，黑是均匀的黑，白是均匀的白，而且黑白线条宽度相同。这种鉴别率板的光强度分布(假定是一维的）是一个一定空间频率的矩形波。

在光学传递函数的讨论中，先假定一个光强度按正弦分布的物，如图 1-1 所示。因为光强度不可能出现负值，所以这个正弦波被“抬高”了。对于这个波形，常用一个余弦函数来表示：

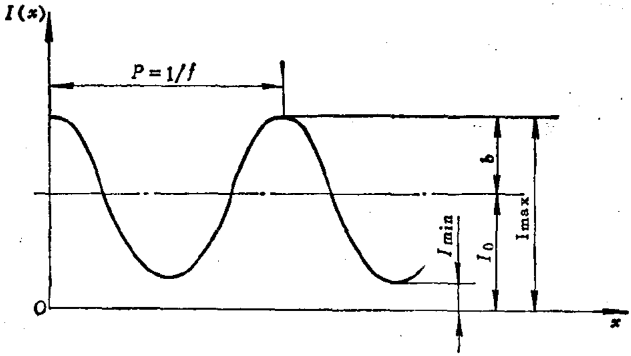

图1-1　正弦物

$$I(x)=I_0+b\cos 2\pi fx \qquad (1.1)$$

式中 I_0是正弦物的平均光强度（相当于信号中的直流成分）；b为正弦波的振幅，它表示交变光强度的大小（相当于交流成分）；f称为空间频率，它是正弦波空间周期P的倒数，表示在单位空间长度内正弦物的周期数，其单位常取为〔线对/毫米〕或〔周/毫米〕。

为了表示正弦物的明暗反差程度，定义C为正弦物的对比度：

$$C=\frac{I_{max}-I_{min}}{I_{max}+I_{min}} \qquad (1.2)$$

对比度C又称为调制度。由图1-1可以看出，$I_{max}=I_0+b$及$I_{min}=I_0-b$，将此代入式（1.2），则有

$$C=\frac{b}{I_0}$$

此式表示对比度的物理意义是交变光强度与平均光强度之比；也就是相当于信号的交流成分与直流成分之比。为了方便起见，常把平均光强度I_0归化为1，经过这样的简化后可以得到$C=b$。由于b不可能大于I_0，因此总有$C\leqslant 1$，则式（1.1）可表示为

$$I(x)=1+C\cos 2\pi fx \qquad (1.3)$$

这样一个正弦物经光学系统成象后，如不考虑放大倍率的影响，则它仍是同频率的正弦光强度分布。但是由于光学系统的衍射和象差的影响，使得象的对比度有所下降，即出现了亮的部分变暗而暗的部分变亮。如果除去光学系统的光吸收和表面反射损失等因素，把象的平均光强度（相当于I_0'）仍归化为1，由于象的振幅b'总要低于物的振幅b，因此必然有$C'\leqslant C$。物的对比度一般是固定的，不随物的空

间频率 f 而改变，而且通常又使物的对比度 $C = 1$（即 $b = I_0 = 1$）。

C' 相对于 C 的下降程度取决于光学系统的衍射和象差情况，对同一个光学系统来说，它又随空间频率的不同而变化。把象的对比度与物的对比度之比定义为

$$T(f) = \frac{C'}{C} \tag{1.4}$$

$T(f)$是空间频率 f 的函数，它反映了光学系统传递各种频率正弦物调制度的能力，称为调制传递函数，简称MTF (Modulation Transfer Function)。MTF的值在零到1之间。一般来说，MTF的值随着 f 的增高而下降，当 f 高到一定值后，MTF值下降到零。这意味着光学系统已不能通过高于这一频率的调制信号，这个频率称为截止频率。

正弦物经过光学系统成象后，除了对比度下降外，还可能产生相位的移动。所谓相位的移动，是指选定了参考座标后，实际的正弦象位置不在理想位置上，而是沿正弦象伸展方向有了一个位移。这一位移量常通过 $2\pi f$ 的换算，化为弧度来度量，并用 $\theta(f)$表示。$\theta(f)$也是空间频率 f 的函数，它反映了光学系统传递各种频率正弦信号时的相位失真度，并称为相位传递函数，简称PTF(Phase Transfer Function)。

综合调制传递和相位传递，可以看出式(1.3)的正弦物（设 $C = 1$）经光学系统后所成的象应是

$$I'(x') = 1 + T(f)\cos[2\pi f x' - \theta(f)] \tag{1.5}$$

图1-2表示了上述物象关系。可以看出，频率为 f 的正弦物（对比度等于1）经光学系统所成的正弦象振幅衰减为 $T(f)$以及相位移动了 $\theta(f)$。有关式(1.5)的推导及物理意义将在第五章中详细说明。

光学传递函数（OTF）是一个空间频率的复函数，它的模就是调制传递函数（MTF），而相角就是相位传递函数(PTF)。若用$H(f)$表示光学传递函数，则有

$$H(f)=T(f)e^{i\theta(f)} \tag{1.6}$$

上面的讨论是假定物象都是一维变化的，而实际光学系统的物象面上都是二维分布的。但是如果确定了正弦物分布的伸展方向，那末可以在某个确定方位进行一维处理，这样可使问题大为简单。

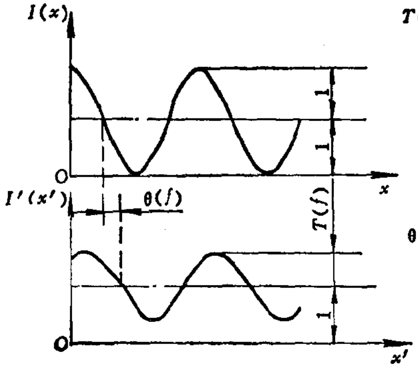

图1-2　正弦物及其象

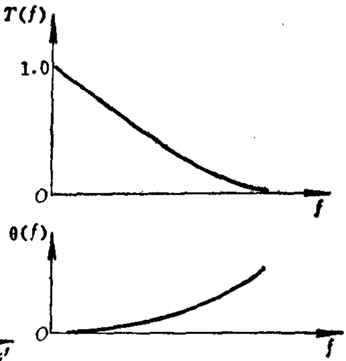

图1-3　OTF的曲线表示

$T(f)$和$\theta(f)$都是空间频率f的函数，因此可以用如图1-3所示的曲线来表示。

光学传递函数反映了光学成象系统传递信息的频率特性，它取决于光学系统的衍射和象差情况，并且以一个函数形式定量地表示出了星点所提供的大量象质信息，同时也包括了鉴别率所表示的象质信息。以后还将证明，当非相干光学系统在满足线性和空间不变性的条件下，光学传递函数是点象强度分布函数的傅里叶变换，或是光瞳函数的自相关函数。

光学传递函数的重要性和优点可以归纳为：

（1）定量地反映了光学系统的孔径、光谱成分以及象差大小所引起的综合效果。

（2）用光学传递函数来讨论光学系统时，其可靠性仅仅依赖于光学系统对于线性和空间不变性的满足程度。

（3）用光学传递函数来分析讨论物象之间的关系时，不受试验物形式的任何限制。

（4）可以用各个不同方位的一维光学传递函数来分析处理光学系统，大大简化了二维处理。

（5）光学传递函数可以根据设计结果直接计算，也能对已制成的光学系统进行测量。它物理意义明确，可以使光学系统的实际成象效果与某些数据之间建立直接的联系。

讨论光学传递函数的理论根据是线性系统理论，而分析线性系统的重要数学工具是傅里叶分析，衍射积分和空间滤波成象则是讨论光学传递函数的物理基础。

第二章　数学基础

在讨论光学传递函数前，先叙述一些数学知识，作为叙述和推导光学传递函数的数学基础。这里假定读者已具备了数学分析的知识，因此打算从光学传递函数所涉及的数学内容出发，而不去追求数学上的高度严谨，只是着重介绍运算和表示方法，以便于读者理解光学传递函数的基本概念和主要公式。作为光学传递函数的主要数学基础是傅里叶变换，但为了掌握光学传递函数的有关内容，也要介绍一些有关的函数。

第一节　傅里叶级数

一、周期函数

检验光学系统成象质量用的鉴别率板，当只考虑一维情况时，它的图形和光强度分布如图 2-1 所示。把光强度写成 $f(x)$，则在 x 方向上伸展的光强度变化可表示为

$$f(x) = f(x + X) \tag{2.1}$$

满足式(2.1) 的函数称为周期函数。其中 X 是这个函数的周期，而周期的倒数即单位自变量内周期函数重

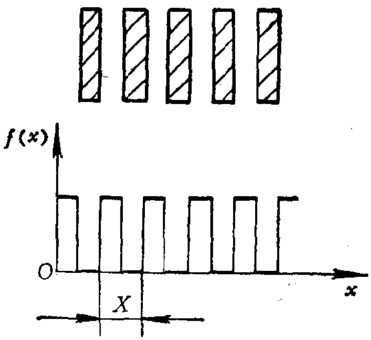

图2-1　周期函数

复的次数称为频率。

周期函数有两个重要的性质：一是周期函数的周期扩大整数倍后仍是周期函数；二是相同周期的周期函数之和仍是周期函数，而且其周期与原周期相同。

根据这两个性质，可以推导出一个重要的结果。

如果周期函数$f(x)$的周期为X，而周期函数$f_n(x)$的周期为X/n（其中n为整数），那末函数$f(x)$可以表示为无数个周期函数$f_n(x)$的和，而它的周期仍是X，即有

$$f(x)=a_0+\sum_{n=1}^{\infty}a_nf_n(x) \tag{2.2}$$

式中 a_0和a_n均为常数。

我们所熟悉的三角函数是周期函数，它的周期是2π，即有

$$f(x)=f(x+2\pi)$$

如果式(2.2)中的$f_n(x)$采用正弦函数和余弦函数，则可以把式(2.2)写成为

$$f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx) \tag{2.3}$$

式(2.3)的右边是一个三角级数，称作为傅里叶级数。如果级数的和是收敛的，那末$f(x)$将是一个周期为2π的周期函数。相反，一个周期为2π的任意函数$f(x)$，可以展开为式(2.3)所表示的傅里叶级数，其中第n项的周期是$2\pi/n$。常数项为什么要写成$a_0/2$将在下面讲到。

二、傅里叶级数的系数

若函数$f(x)$是以2π为周期的函数，则可以把$f(x)$展开成傅里叶级数，如式(2.3)所示。那末式中的各项系数