

[苏]И. А. 德鲁任斯基 著

机械链

XI
E
L
I
A
N

科学出版社

机 械 链

〔苏〕И. А. 德鲁任斯基 著

刘湘川 郭福全 译

于东英 校

科 学 出 版 社

1 9 8 2

内 容 简 介

本书阐述了对于谐波作用下的动态力学问题用复数阻抗法求解的必要理论和实际方法。研究了处于平移、旋转和组合运动的集总元件线性系统。详细叙述了作为分析手段的机械链：它的实质和与力(扭矩)或速度(角速度)作用有关的作图方法,以及进行机械链的分析和综合的方法。

本书可供从事机械设计和研究的工程技术人员参考,也可作为机械制造专业的研究生、大学高年级学生和教师的教学参考书。

И. А. Дружинский

МЕХАНИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

Издательство «Машиностроение» Ленинградское

Отделение, 1977

机 械 链

[苏] И. А. 德鲁任斯基 著

刘湘川 郭福全 译

于东英 校

责任编辑 陈德义

科学出版社出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1982年8月第 一 版 开本: 787×1092 1/32

1982年8月第一次印刷 印张: 9 1/4

印数: 0001—7,100 字数: 207,000

统一书号: 15031·418

本社书号: 2663·15—3

定价: 1.45 元

符 号

m ——物体的质量, 公斤·秒²/米;

r ——与速度成正比的阻力* (阻尼), 公斤力·秒/米;

k ——弹性, 公斤力/米;

$1/k$ ——弹性恢复**(力容), 米/公斤力;

* 原文为 ‘Спротивление’. 在很多情况下可以假定质量所受的摩擦力(或阻尼力)与质点的振动速度 v 成正比而反向, 可写成 $-rv$ 或 $-r \frac{dy}{dt}$ 的形式, r 常称为阻力。(用“*”号表示的为译者注, 下同。)

** 原文为 ‘Эластичность’. 大家知道, 拉伸或压缩的弹簧对质量提供了一个使质点返回平衡位置的恢复力, 称为弹性力。这力与质量的位移成正比而反向, 可以写成 $-ky$ 的形式, k 是弹簧的弹簧常数, k 的倒数 $1/k$ 常称为力容。

因为本书是用机-电(力-电)类比的方法分析振动问题, 为了供读者参考, 在此把第一机-电类比(阻抗型)和第二机-电类比(导纳型)中相对应的力学量和电学量列于下表:

力 学 量	阻抗型类比中的电学量	导纳型类比中的电学量
力 Q	电 压 u	电 流 i
质量 m	电 感 L	电 容 C
力 容 $1/k$	电 容 C	电 感 L
阻 力 r	电 阻 R	电 导 $\frac{1}{R}$
力抗 $\omega m - \frac{k}{\omega}$	电抗 $\omega L - \frac{1}{\omega C}$	电纳 $\frac{1}{\omega L} - \omega C$
阻 力 抗	电 阻 抗	电 导 纳
$S = \sqrt{r^2 + \left(\omega m - \frac{k}{\omega}\right)^2}$	$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$	$Y = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$

- Q ——外力,公斤力;
 Q_m, Q_r, Q_k ——分别为克服质量、阻力或弹性的外力部分,公斤力;
 y ——线位移,米;
 y_m, y_r, y_k ——在外力部分作用下形成的线位移部分,米;
 $v = dy/(dt) = \dot{y}$ ——线速度,米/秒;
 $a = \dot{v} = \ddot{y}$ ——线加速度,米/秒²;
 H ——物体的转动惯量,公斤力·米·秒²;
 ρ ——与角速度成正比的旋转阻力,公斤力·米·秒/弧度;
 κ ——扭转弹性,公斤力·米/弧度;
 M ——外扭矩,公斤力·米;
 M_m, M_ρ, M_κ ——分别为克服转动惯量、旋转阻力¹⁾和扭转弹性的外扭矩部分,公斤力·米;
 φ ——转角,弧度;
 $\varphi_m, \varphi_\rho, \varphi_\kappa$ ——在外扭矩部分作用下形成的转角部分,弧度;
 $\delta = d\varphi/(dt) = \dot{\varphi}$ ——角速度,弧度/秒;
 $\epsilon = \dot{\delta} = \ddot{\varphi}$ ——角加速度,弧度/秒²;
 t ——时间,秒;
 ω ——圆频率,弧度/秒;
 $f = \omega/(2\pi)$ ——循环频率,弧度;
 ξ ——相位角,弧度;
 $j = \sqrt{-1}$ ——虚数($j^2 = -1, j^3 = -j, j^4 = 1$);
 $\tau = 1/f = 2\pi/\omega$ ——振动的周期,秒/弧度;

1) 这里的阻力矩不是《材料力学》教程中所采用的因次为米³的术语。(用阿拉伯数码及半圆括号表示的为原作者注,下同。)

序 言

科学和技术发展到现阶段的特点是各个科学领域之间相互渗透的过程,这就使得各个学科之间的界限变成为假定的,而且在相邻学术领域中所使用的最合理的研究方法,在另一些学科中也被采用着:理论力学、自动控制理论、无线电电路和电子电路中使用着与应用修正构件相联系起来的各种解决问题的方法。此外,必须注意应用在电工学中所采用的方法的可能性。

现代力学的物理学理论,对分析复杂动力系统提供了很有效的方法。其中包括加米利托原理及其为拉格朗日方程式形式的特解、虚位移概念和基于牛顿定律的达朗伯原理。

机械动力系统的典型分析方法可概括为如下的求解步骤:确定系统、建立并解运动方程式、选取边界条件并确定常数、在通解中代入实际系统的参数并得到特解。在微分方程式能够求解的唯一情况下,这种一般的方法适用于任意的系统。但是,用在求解过程的时间很多,以致不得不放弃这种分析方法。复杂动力问题的更合理解法可以用近三十年所制定的方法。其中包括傅里叶(Fourier)、鲁里耶(Лурье)、布隆维奇(Bromwich)、达尼列夫斯基(Данилевский)、拉普拉斯(Laplace)、卡森(Carson)、赫维希得(Heaviside)、杜哈梅(Duhamel)等的解法。

这些方法对于高等动力线性问题已经足够简单,但是更完善的是采用复数阻抗的方法,本书将对这种方法进行系统的分析。引入抽象的机械链使得能以代数的形式解较复杂的

微分方程,而重要的是对动力系统、它的构件和各个元件中的所有力和速度能够得到具体的解。

由于本书分析了工艺学、力学、数学各方面的广泛问题,故选择物理量的字母符号比较困难。因此,作者不得不采用在技术文献中不常用的字母符号。

在作者所研究的这个方面,在苏联和外国都曾有一些论文发表。例如,别洛夫 (А. Белов)、瓦尔沙夫斯基 (Л. Варшавский)、加姆布尔采夫 (Г. Гамбурцев)、费多罗维奇 (В. Федорович)、哈尔克维奇 (А. Харкевич)^[11] 和稍早些时候的赫哈特 (H. Hecht)^[13] (德国)、奥里松^[9]、密尔纳 (W. Milne)、托拉 (R. Torn)^[14] (美国)等的著作。但是,在这些著作中只分析了不复杂的系统并且没有研究几个力作用的问题,也没有研究非平面链和利用四端网络的系统。

如果本书的内容能够使研究人员和设计人员解决具体问题、引起兴趣来发展并补充本书所叙述的方法,而且如能有助于创造更有效的解决问题的方法,那么,作者将认为自己的目的已经达到。

目 录

符号.....	iii
序言.....	v
绪论.....	1
第一章 机械链的作图.....	23
1.1 定义和符号	23
1.2 元件连接成构件的基本定理	25
1.3 外部作用着力或扭矩时机械链的作图	32
1.4 外部同时作用着几个力或扭矩时机械链的作图	40
1.5 旋转运动动力系统的修正和机械链的作图	43
1.6 外部作用着速度或其导数时机械链的作图	49
1.7 力和速度同时作用时机械链的作图	53
1.8 杠杆动力系统的机械链作图	58
第二章 机械两端网络.....	69
2.1 总复数阻抗和局部复数阻抗的确定	69
2.2 确定系统、构件和元件中的力和速度的一般形式	75
2.3 基本问题的数值解	84
2.4 机械链和动力系统中力和速度分布的分析	98
2.5 动力系统中同时作用两个力	100
2.6 作用在系统上的力和速度的确定	107
2.7 非平面机械链复数阻抗的确定	110
第三章 机械四端网络.....	120
3.1 机械四端网络的实质	120
3.2 机械四端网络的基本方程式	121
3.3 机械四端网络的第一性参数	129
3.4 复合机械四端网络的构成	138

3.5	机械四端网络的矩阵	145
第四章	动力系统的频率特性	161
4.1	动力系统的零点和极点	161
4.2	单元件动力系统的频率特性	167
4.3	双元件动力系统的频率特性	169
4.4	三元件动力系统的频率特性	174
4.5	四元件动力系统的频率特性	187
4.6	由大量元件组成的动力系统的频率特性	194
4.7	振动的消除和激励	198
4.8	衰减过程的数学表达式	205
第五章	机械滤波器	208
5.1	机械四端网络的相关性分析	208
5.2	机械四端网络的第二性参数	210
5.3	四端网络的衰减	219
5.4	机械滤波器的基本结构解和计算	222
第六章	动力系统的修正方法	243
6.1	传递函数	243
6.2	对数频率特性	245
6.3	基本机械构件的动力特性	247
6.4	机械链的修正	267
第七章	动力系统利用机械链的综合原理	275
7.1	机械链综合的实质	275
7.2	简单综合问题的数值解	278
	参考文献	285

绪 论

力或扭矩对物体的作用,当该物体做平移或旋转运动时,由于物体本身可持不同的表现形式——质量(惯量)、阻力或弹性,因而产生不同的结果,并因此表现出三种不同的现象。

在物理上,对于可以实现的处于平移或旋转运动的机械动力系统,把质量看成具有弹性和阻力的性质,把弹性看成具有质量和阻力的性质以及把阻力看成具有质量和弹性的性质都是很复杂的。

在理论上和实践中都是采用假设,机械动力系统根据假设进行简化,并把系统看成是理想的集总元件系统。所谓集总元件可理解为,在无限减小系统其它性质的影响下实际系统的抽象化极限。下面将分析具有集总元件的线性动力系统,介绍有关谐波振动和频率的知识,详细分析从动元件和主动元件、平移或旋转运动元件的复数阻抗和复数导纳,以及关于机电类比的知识。书中广泛地采用复数,因此,在研究整函数 $y = f(x) = A_0 x^n + A_1 x^{n-1} + \cdots + A_{n-2} x^2 + A_{n-1} x + A_n$ 的性质时,其中的 x 将不仅看作是实数,并且看作是 $a = a_1 + ja_2$ 形式的复数(式中的 j 值称为虚数单位,而值 ja_2 称为虚数),利用代数的、三角的和指数的三种复数形式可以表示成:

$$a = a_1 + ja_2 = a(\cos \alpha + j \sin \alpha) = ae^{j\alpha}.$$

在进行向量的运算时,应记住当乘以 $+j$ 或者除以 $-j$ 时,向量 a 反时针转 $+\pi/2$ 角。类似地,当乘以 $-j$ 或除以 $+j$ 时,向量 a 顺时针转 $-\pi/2$ 角;向量乘和除以 j^2 相当于转 $\pm\pi$ 角。如果向量 a_2 和 a_1 之间的夹角标记为 α ,而且 $a_2 = a_1 \tan \alpha$, 则

复数的模 $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$ 和复数的幅角 $\alpha = \arctg(a_2/a_1)$ 。

更常用的是根据时间 t 的函数表达式建立新变量 p 的运算微积分元素, 由时间 t 的函数向新变量 p 转换时利用拉普拉斯变换。我们假定把用等式 $F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$ 确定的复变量 p 的函数 $F(p)$ 称为实变量 t 的函数 $f(t)$, 并标记成 $F(p) \approx f(t)$, 其中的 $p = \beta + j\omega$, 而且实数部分 β 是正值并且足够大, 以便使积分为有限的^[1]。

下面给出由时间 t 的函数转换成时间 p 的函数的最简单公式。常数 a 的表达式:

$$F(a) \approx \int_0^{\infty} e^{-pt} a dt = \left. \frac{ae^{-pt}}{-p} \right|_0^{\infty} = -\frac{a}{p} (0 - 1) = \frac{a}{p}.$$

函数 $f(t)$ 的一阶和二阶导数:

$$f'(t) \approx pF(p); \quad f''(t) \approx p^2 F(p).$$

积分 $\int_0^t f(t) dt$ 的表达式:

$$F(p) \approx F(p)/p = \int_0^t f(t) dt.$$

指数函数 $f(t) = e^{-j\omega t}$ 的表达式:

$$F(p) \approx 1/(p + j\omega).$$

基本三角函数的表达式:

$$\sin \omega t \approx \omega/(p^2 + \omega^2); \quad \cos \omega t \approx p/(p^2 + \omega^2).$$

谐波振动。 当半径为 oa 的曲柄在 xoy 平面旋转时, a 点的投影形成谐波函数 $y = A \sin(\omega t + \xi)$ 。式中: A ——正弦曲线的振幅并等于半波的高度; ω ——圆频率或角速度; ξ ——相位差; 时间 t 用瞬时值计算, 当 $\tau = \xi$ 时, 也就是 $\tau = \omega t + \xi$ 。 A 点走完一整周所需的时间称为周期: $\tau = 2\pi/\omega$ 。周期的倒数值 $1/\tau = f = \omega/(2\pi)$ 称为循环频率 (图 B.1, a, b), $\omega = 2\pi f$ 。下面简要地分析一下函数 $y = A \sin(\omega t + \xi)$ 。

改变 ω , ω 值越大, 越是高频振动, 而振动的周期越小; 在低频振动

时,振动的周期将较大。正弦曲线沿 ox 轴进行形变 (图 B.1, θ)。

改变 A 。如果 $A > 0$, 则函数相当于表达式 $\sin(\omega t + \xi)$; 这个函数的极限值将为 $\pm A \sin(\omega t + \xi)$ 。如果 $A < 0$, 则正弦曲线将为镜象的图形 (图 B.1, z)。正弦曲线沿 oy 轴进行形变。

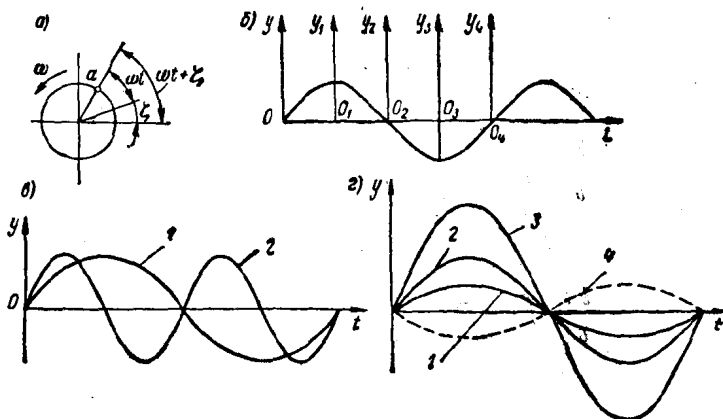


图 B.1 谐波振动的图解

改变 ξ 。如果 $\xi = 0$, 则正弦曲线通过坐标的原点。如果 $\xi \neq 0$, 则当 $\xi > 0$ 时为 $\omega t + \xi$, 坐标原点应向左移 $|\xi|$ 值, 而当 $\xi < 0$ 时为 $\omega t - \xi$, 坐标原点应向右移 $|\xi|$ 值。因而, 相位差的改变使正弦曲线沿 ox 轴位移, 而曲线的特性没有变化 (图 B.1, δ)。

函数 $y = A \sin(\omega t + \xi)$ 的微分使正弦曲线位移 $+\pi/2$ 值, $\dot{y} = \omega A \cos(\omega t + \xi)$ 。

这个函数的积分使正弦曲线位移 $-\pi/2$ 值, $\int y dt = -A/\omega \cos(\omega t + \xi)$ 。

在这些运算中, 应该改变振幅: 在微分时变为值 ωA 和 $-\omega^2 A$, 而在积分时变为值 A/ω 和 $-A/\omega^2$ 。在特殊情况下, 如果 $\omega = 1$, 正弦曲线沿 oy 轴没有形变。

当两个同频率的谐波振动叠加时, 形成原频率的新的谐波振动: $y_1 = A_1 \sin(\omega t + \xi_1)$, $y_2 = A_2 \sin(\omega t + \xi_2)$, $y_{12} = y_1 + y_2 = A_{12} \cdot \sin(\omega t + \xi_{12})$ 。

这时, $A_{12}^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos(\xi_1 - \xi_2)$, $\xi_{12} = (A_1\sin\xi_1 + A_2\sin\xi_2)/(A_1\cos\xi_1 + A_2\cos\xi_2)$.

当两个不同频率的谐波振动叠加时, 通常得到与正弦曲线不同的合成曲线; 这时, 如果两个谐波振动的频率很接近, 则形成具有周期性节拍的曲线 (图 B.2, a); 如果频率的差别很明显, 则出现在合成曲线上的高频部分象脉动一样加在低频的部分上 (图 B.2, б); 如果频率的差别不很明显, 则得到的合成曲线特性近似于梯形 (图 B.2, в).

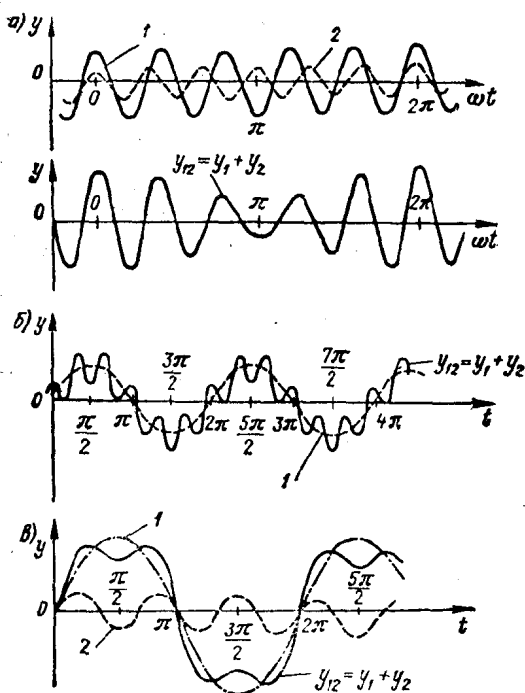


图 B.2 两个不同圆频率的谐波曲线叠加

频率。在我们的周围有各种起源的振动: 自然界的物理现象 (云层的运动、海波和湖波、地震、太阳光线和星星的闪烁)、人的谈话声、街道上和生产的噪音 (飞机飞行时的振动、火车和汽车的行驶)、音乐声 (谐音和不谐音、具有优美音色的乐声和如同破鼓声一样的喑哑声)。

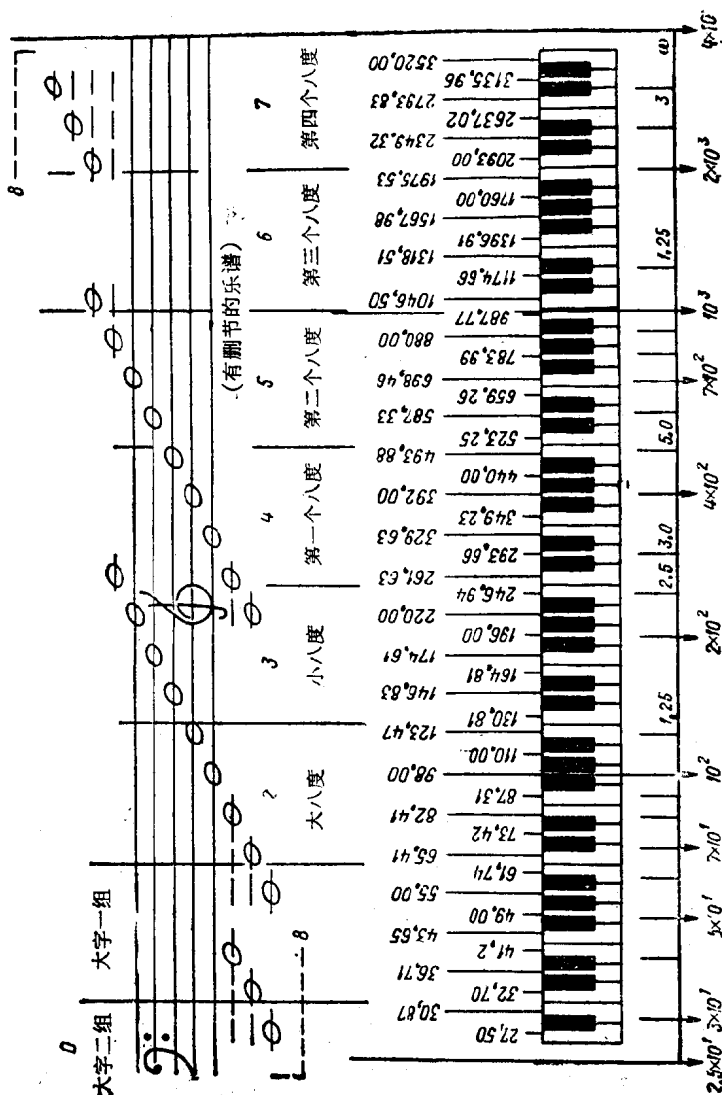


图 B.3 表示了振动的音阶, 它折合成人们在听觉上的频率的数量指标, 这对于进行实际对比是很有用的。人对乐音振动的听觉范围, 在钢琴中由大字二组的长音阶的第七音 (音“希”, $\omega = 27.5$ 1/秒) 到第四个八度的长音阶的第六音 (音“拉”, $\omega = 3520$ 1/秒)。每个八度之间的频率变化相差一倍, 这时, 直观地在键盘上标出网格线并且所有的频率均按对数标尺布置。这样一来, 利用产生的频率级就可以想象到机器、仪器在试验过程中产生的声音的特性。音色或音品表明形成这些振动的谐波的复杂性 (图 B.4)。这个周期函数是由几个具有不同频率 (图示的情况为互成倍数的频率) 和相同振幅的谐波叠加而得; 这时, 把具有最低频率的曲线称为基谐波曲线, 而按照频率的增长顺次称为第一、第二……次谐波曲线。

实际上, 频率范围要比音乐的大得多, 由千分之几到几千赫的范围; 这时, 把频率在 300 1/秒或 300 赫以下称做低频, 中频——到 750 赫, 高频——大于 750 赫。

从动(无源)元件。 把没有独立的力(扭矩)源或线(角)速度源的、或者是有几个力源或速度源但是它们的代数和等于零的元件称为从动元件。

平移运动中的质量。 机械系统的质量—从动元件是阻碍运动的速度改变并积蓄着运动动能 E 的元件。在平移运动时, 当质量元件的线速度增大时 ($v_2 > v_1$), 也就是具有线加速度时, 质量元件的动能增加 ($E_2 > E_1$); 当质量元件的线速度减小时 ($v_2 < v_1$), 它的动能减小 ($E_2 < E_1$), 并且当质量元件的速度不变时 ($v_2 = v_1 = v = \text{常数}$), 其动能保持不变 ($E_2 = E_1 = \text{常数}$)。质量元件除了可进行平移运动之外, 它可以绕轴线旋转; 影响物体旋转的不仅是物体的质量, 而且还有质量绕旋转轴的分布情况。质量和所谓惯量半径之间的数学关系表示着转动惯量。因此, 转动惯量随着时间的变化是常数值, 该值表示着具有惯性的并在其中积蓄着旋转运动动能的从动元件。与平移运动一样, 在旋转运动中, 当增大或减小角速度时, 惯性元件的动能相应地增大或减小 ($\delta_2 > \delta_1, E_2 >$

E_1 ; $\delta_2 < \delta_1$, $E_2 < E_1$; $\delta_2 = \delta_1 = \delta = \text{常数}$, $E_2 = E_1 = E = \text{常数}$).

大家知道,当作用在质量上的线速度 v_m 改变时,产生着力

$$Q_m = m \frac{dv_m}{dt}. \quad (\text{B.1})$$

由 (B.1) 式可以写出,当力对质量作用时,速度按下式进行变化:

$$v_m = \frac{1}{m} \int Q_m dt. \quad (\text{B.2})$$

假定作用在质量上的速度值按谐波规律

$$v_m = V_{m\pi} \sin(\omega t + \zeta) \quad (\text{B.3})$$

变化,式中 $V_{m\pi}$ ——最大的(极限的)速度或速度振幅值。

把 (B.2) 式的 v_m 值代入 (B.3) 式,得到:

$$\frac{1}{m} \int Q_m dt = V_{m\pi} \sin(\omega t + \zeta).$$

变换这个表达式并微分,得到:

$$\begin{aligned} \int Q_m dt &= m V_{m\pi} \sin(\omega t + \zeta); \\ \frac{d}{dt} \int Q_m dt &= \frac{d}{dt} [m V_{m\pi} \sin(\omega t + \zeta)], \end{aligned}$$

$$Q_m = \omega m V_{m\pi} \cos(\omega t + \zeta).$$

由于 $\cos(\omega t + \zeta) = \sin(\omega t + \zeta + \pi/2)$, 得到:

$$Q_m = Q_{m\pi} \sin\left(\omega t + \zeta + \frac{\pi}{2}\right). \quad (\text{B.4})$$

因为 $Q_{m\pi} = j\omega m V_{m\pi}$ 或 $Q_m = j\omega m \dot{y}$, 并知道 j 相当于向量反时针转 $+\frac{\pi}{2}$ 角, 故可看出表达式 (B.4) 与 (B.3) 式相差 $+\pi/2$ 角。

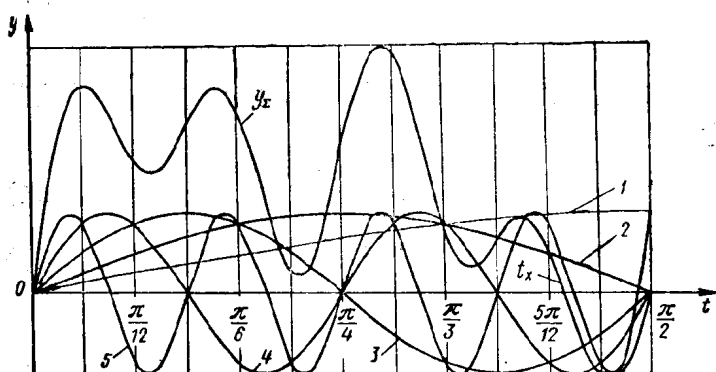


图 B.4 几个谐波曲线的叠加

对于 (B.4) 式, 用图解法表示出向量转 $+\pi/2$ 角, 这表明速度滞后于力 $\pi/2$ 角 (图 B.5, a, b). 在速度 v_m 通过零的这一瞬时, 力 Q_m 达到最大的正值或负值.

下面研究一下相反的问题, 当作用在质量上的力 Q_m 改变时, 产生速度 v_m [(B.2) 式] 并且当速度作用在质量上时, 力按照方程式 (B.1) 进行变化.

假定作用在质量上的力按 (B.4) 式的规律变化. 把 (B.1) 式的 Q_m 值代入 (B.4) 式, 得到:

$$mdv_m/(dt) = Q_{m\pi} \sin(\omega t + \zeta + \pi/2).$$

变换这个表达式并积分, 得到:

$$\frac{dv_m}{dt} = \frac{Q_{m\pi}}{m} \sin\left(\omega t + \zeta + \frac{\pi}{2}\right);$$

$$\int dv_m = \frac{Q_{m\pi}}{m} \int \sin\left(\omega t + \zeta + \frac{\pi}{2}\right) dt,$$

$$v_m = -\frac{Q_{m\pi}}{m\omega} \cos\left(\omega t + \zeta + \frac{\pi}{2}\right).$$

知道 $\left[-\cos\left(\omega t + \zeta + \frac{\pi}{2}\right)\right] = \sin(\omega t + \zeta)$ 和 $Q_{m\pi} =$