

电磁学与 天线中的新论题

[美] R. 米特拉 等著

汪茂光 林焯森 肖良勇 黄立伟 等译

汪茂光 校

国防工业出版社

电磁学与天线中的新论题

〔美〕 R.米特拉 等著

汪茂光 肖良勇 等译

林焯森 黄立伟

汪茂光 校

国防工业出版社

内 容 简 介

本书是八位著名学者1976年9月在荷兰埃因霍温的电磁学与天线短期讲习班的讲稿，主要内容是关于低频与高频电磁辐射与散射问题的数值计算与渐近计算方法，包括矩量法、有限元法、绕射的几何理论和绕射的谱理论等，还叙述了卫星通信用反射面天线的混合模馈源以及光通信用的平面波导和光纤波导。本书各章均相对独立，但又有紧密联系，便于分别或循序学习。本书对从事电磁辐射与散射问题的研究和天线的分析计算的科技工作者有较大参考价值，也可供天线、微波和电波传播专业的高年级大学生、研究生和教师参考。

MODERN TOPICS IN ELECTROMAGNETICS AND ANTENNAS

R Mitra etc

Peter Peregrinus Ltd. 1977

*

电磁学与天线中的新论题

[美] R 米特拉 等著

汪茂光 肖良勇 等译

林炽森 黄立伟

汪茂光 校

*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经营

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092 1/16 印张16 363千字

1985年12月第一版 1985年12月第一次印刷 印数：*0,001—*2,330册

统一书号：15034·2891 定价：3.30元

译者前言

电磁场与天线问题的严格求解除少数特例外通常是相当困难的，而传统的近似计算方法又过于粗略。高速大容量电子计算机的出现为高精度与快速求解电磁场与天线问题提供了巨大的潜力，但为此必须有适合用计算机计算的数值与渐近计算方法。本书的主要内容就是全面阐述近年来在电磁场与天线领域内涌现的一些新的计算方法。本书还综述了卫星通信用反射面天线的新型混合馈源和光通信用平面波导和光纤波导。本书包括了从低频到高频的广阔频率范围内的电磁辐射、散射与传输问题，对从事电磁场工程的科技人员有较大参考价值，故将它译出以供参考。

参加本书翻译工作的有汪茂光、林焯森、肖良勇和黄立伟，由汪茂光总校。翻译时对原书中个别错误作了纠正并加注解，如有不当，由译者负责。本书的翻译与出版得到了有关单位的大力支持，特此致谢。

前 言

1976年8月30日开始的一周中，八位主讲学者和七十五位讲习班成员在埃因霍温理工科大学 (Technical University of Eindhoven) 参加电磁学和天线的短期讲习班，它是历来举办过的最成功的讲习班之一。此讲习班于1970年创办于伊利诺斯州的厄巴纳，随后还在哥本哈根、那不勒斯、特龙黑姆及美国的一些地方举办过。每次讲习班上，各位主讲学者都细致地准备了一套讲义，以便在讲习班开始时分发给听课者。其中两份讲义随后由拉杰·米特拉 (Raj Mittra) 编辑后作为教科书分别于1973和1975年出版。这两本教科书都受到了全世界电磁学界的欢迎。

讲习班的每门课程都是从1970年讲习班创办时起逐次充实起来的。1976年埃因霍温讲习班的内容没有在以前的出版物上发表过，所以，埃因霍温讲习班的组织者深信这些讲义的出版将成为前两本教科书的受欢迎的补充教材。

虽然原曾打算从统一符号和版式等方面着手细致地编辑这些讲义，后来根据书籍出版者为了缩短出版时间所提出的建议放弃了这种想法。此外，选择省钱的照相胶印法也是为了节省时间和费用。还有，各章的次序本应重新安排一下，但为了避免重新编排公式序号等等而保持了各章的原有次序。不过，估计读者看完一章再看另一章时不致有太大困难，因为每一章实质上都是自成体系。事实上可以把本书看成是类似于专题讨论会的会议录，它是把一些不同作者的文稿收集刊印的专集。然而，下面所写的关于阅读各章的指南对首次通读本书的读者还是有用的。

范·布莱德尔 (Van Bladel) 所写的第一章是在长波长领域内求解散射和耦合问题的低频渐近方法的说明。其次，可以接着看德·胡普 (de Hoop) 所写的第六章，此章讨论了积分方程法的一般理论问题及其数值解法。读者可以接着看戴维斯 (Davies) 写的第三章，此章详细讨论了求解电磁学问题的数值方法。读完这一章后可以看第四章以进入高频领域，此章为读者提供了用于电磁学的射线方法的基本原理。读者只要领会了这些知识，至少是熟悉了射线方法的基本概念，就可以看巴赫 (Bach) 写的第五章，此章相当详细地着重叙述了绕射的几何理论的实际应用。在提高了对低频和高频方法的兴趣之后，读者就会想看第七章，此章综述了积分方程法和渐近解法结合起来的方法及加略金 (Galerkin) 法在变换域中的应用。后一论题在胡普写的第六章中也已涉及了，因此读者可能想再回到第六章以便了解更多的细节。

其余两章，即第二和第八章在各自的范围内多少有点独立。克拉里科茨 (Clarri-coats) 所写的第二章讨论了用于反射面天线的混合模馈源，这是一个在卫星通信天线领域内有重要现实意义的论题。虽然应用数值方法求解了均匀的和锥削的波纹波导中的传播特性，但重点还是放在这些波纹波导的实际应用上。最后，昂格尔 (Unger) 所写的第八章论述了“未来的波导”这一论题，即光通信用的平面和光纤波导，并对这两种介质波导的分析和性能作了全面的综述。第四章所发展的射线方法常被用来分析这些非均匀波导，这样就使分析简化并能深入解释这些波导的工作机理的物理本质。

典型的电磁学和天线短期讲习班都讲授范围广泛的各种论题，埃因霍温讲习班也不例外。就其本质而言，此书在主题和结构方面都和电磁理论或天线的标准教科书不同。不过，编者真诚地希望，由此领域内的八位先驱者共同编入本书的知识财富将成为对电磁学者的鞭策和促进，并且希望本书将和前几本书一样得到人们以浓厚的兴趣和热情所作的评论。

E. J. 曼德斯

R. 米特拉

目 录

第一章 低频渐近技术	1
J. 范布莱德尔	
1.1 软性物体的散射——零阶项	1
1.2 软性物体的散射——高阶项	2
1.3 硬性物体的低频散射	4
1.4 理想导电柱体的散射——H波	6
1.5 理想导电柱体的散射——E波	7
1.6 介质柱体的散射——H波	9
1.7 介质柱体的散射——E波	11
1.8 多极子展开式	12
1.9 外部散射问题	13
1.10 电与磁偶极矩	15
1.11 理想导体的偶极矩	16
1.12 理想导体的散射截面	17
1.13 史蒂文森法	19
1.14 用于电介质与良导体的史蒂文森法	21
1.15 介质谐振	22
1.16 通过小口径透射的声波	24
1.17 穿过平面上口径的电磁波	26
1.18 口径传输——高阶项	28
1.19 在波导与腔体上的口径	29
参考资料	32
第二章 微波反射面天线的混合模馈源	37
P. J. B. 克拉里科茨	
2.1 引言	37
2.2 反射面天线的焦区场	39
2.2.1 焦区场的推导	39
2.2.2 焦区场的特性	42
2.2.3 抛物反射面的最佳馈源	45
2.2.4 非均匀口径分布	45
2.2.5 球形反射面天线的焦区场	46
2.3 波纹波导的传输和辐射特性	50
2.3.1 特征方程的推导	50
2.3.2 平衡混合条件下的场	51
2.3.3 混合模波导中场分量的普遍表示式	53
2.3.4 混合模波导中的功率流和衰减	54
2.3.5 波纹波导中的辐射	56
2.3.6 有边缘时波纹波导的辐射	60
2.3.7 抛物反射面天线的波纹波导馈源	61

2.3.8	波纹波导馈源的增益系数	62
2.3.9	用波纹波导作馈源的抛物面天线的增益系数	62
2.3.10	波纹馈源和光波导之间的相似性	63
2.4	波纹圆锥喇叭的传输和辐射特性	64
2.4.1	喇叭口径场的计算	64
2.4.2	平衡混合条件下的口径场	67
2.4.3	波纹喇叭的辐射	68
2.4.4	计算方向图和实测方向图的比较	70
2.5	介质锥的传输和辐射特性	71
2.5.1	介质锥的本征方程	71
2.5.2	介质锥的辐射图	72
	参考资料	73
第三章	电磁场问题的数值计算方法	75
	J. B. 戴维斯	
3.1	引言	75
3.2	要研究的电磁场问题的范围	76
3.3	将数学模型变为适合数值解的方案(矩阵模型)	76
3.4	天线散射问题及空心波导问题的积分方程	78
3.5	积分方程的矩量及矩阵解	79
3.6	积分方程数值解的讨论	80
3.7	非积分方程解法	81
3.8	在一定体积中准确满足麦克斯韦方程的数值方法(不通过积分方程)的讨论	82
3.9	麦克斯韦方程的完全数值逼近,有限差分法与有限元法	83
3.10	电磁场问题的时域解	88
3.11	计算机程序插件	89
	参考资料	90
第四章	高频场的射线光学方法	92
	L. B. 费尔森	
4.1	引言	92
4.2	时谐高频场和冲击波前附近的暂态场之间的关系	93
4.3	高频场的射线光学结构(标量情况)	94
4.3.1	程函方程和输运方程	94
4.3.2	射线轨迹	96
4.3.3	相位函数	99
4.3.4	振幅变化	100
4.4	绕射的几何理论	102
4.5	高频电磁场的射线光学结构	103
4.6	模式表示式、感应电流表示式及其和射线光学表示式的关系	105
4.6.1	模式表示式	105
4.6.2	感应电流表示式	107
4.7	举例——半平面的绕射	108
4.7.1	两种解法	108
4.7.2	渐近计算——感应电流表示式	110
4.7.3	渐近计算——模式表示式	112
4.7.4	两种结果的比较	112

4.7.5	用射线方法直接求解	113
4.7.6	线源场绕射的射线方法	114
4.8	非均匀波的追踪	115
	参考资料	119
第五章 绕射几何理论的工程应用		120
H. 巴赫		
5.1	引言	120
5.1.1	基本概念	120
5.1.2	几何光学	121
5.2	射线追踪	125
5.2.1	直接射线	126
5.2.2	反射射线	127
5.2.3	尖顶绕射射线	131
5.2.4	边缘绕射射线	131
5.2.5	表面绕射射线	133
5.2.6	一般结构的射线追踪问题	134
5.3	电磁场的计算	135
5.3.1	直射场	135
5.3.2	反射场	136
5.3.3	尖顶绕射场	137
5.3.4	边缘绕射场	137
5.3.5	表面绕射场	141
5.4	绕射几何理论的应用	144
5.4.1	对工程问题的绕射几何理论的处理方法	144
5.4.2	两个简单的应用实例	145
5.4.3	通用计算机程序	151
5.4.4	有两块太阳能电池板的圆柱形卫星	155
	参考资料	159
第六章 关于绕射问题的积分方程法		161
A. T. 德胡普		
6.1	结构的几何图形	161
6.2	结构中的电磁场描述	164
6.3	平面波入射场	168
6.4	远场区中散射场的性质	169
6.5	电磁场量的源表示法	171
6.6	散射场的积分关系	176
6.7	平面波散射的远场区中散射场的球面波振幅的互易性	178
6.8	消光截面定理(光学定理)	180
6.9	可穿入体散射的积分方程	182
6.10	电磁不可穿入体(理想导体)散射的积分方程	182
6.11	均匀可穿入体散射的积分方程	183
6.12	理想导电屏散射的积分方程	185
6.13	矩量法	186
6.14	结论	189
	参考资料	190

附录	192
6. A 空间傅立叶变换及其某些性质	192
6. B 矢位的球面波振幅及其在远场区中的导数	193
第七章 绕射的潜理论	195
R. 米特拉	
7.1 引言	195
7.2 基本算式	196
7.3 非平面波照射	198
7.4 交错半平面问题	200
7.5 口径绕射	201
7.6 高频解的系统改善	203
7.7 曲面	209
7.8 结论	211
参考资料	212
第八章 光波导	214
H. G. 昂格尔	
8.1 全内反射	214
8.2 介质膜	214
8.3 带状光波导	218
8.4 包芯光纤和折射率坡变型光纤	223
8.5 折射率坡变型光纤中模的射线分析	224
8.6 光纤模的变分解和幂级数解	231
8.7 折射率坡变型光纤中的时延差	239
参考资料	244

第一章 低频渐近技术

J. 范布莱德尔

引言

在本章中，我们假设所研究物体（如载电流物体，散射体等）的最大尺度 L 远小于自由空间波长 λ （如图1.1）。因此，因子 kL 是一个小参数，其中 L 是将物体所有各点包含在内的最小球半径。低频技术实质上是建立在下列幂展开式基础上的微扰技术：

$$\phi = \phi_0 + kL\phi_1 + (kL)^2\phi_2 + \dots \quad \left(k = \frac{2\pi}{\lambda}\right) \quad (1.1)$$

更常用的一种等价展开式是

$$\phi = \phi_0 + jk\phi_1 + (jk)^2\phi_2 + \dots \quad (1.2)$$

微扰技术就是将式 (1.2) 代入相应的微分或积分方程中，再依次令方程式两边 jk 的同次项相等。因此，除了一些很困难的收敛性问题以外，这种方法的数学处理水平是很基本的。但其实际含意却很丰富，这就是本文所要说明的。我们的综述不局限于电磁场问题，也将包含一些选定的声学问题。声学上的情况常常直接与其对应的电磁场问题相当。此外，它们还具有能阐明一种方法的基本点而不受数学细节的杂乱干扰的优点。

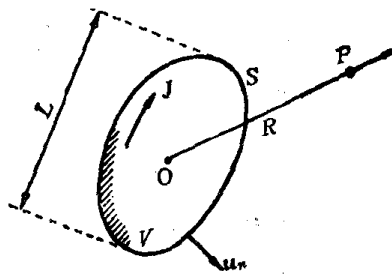


图1.1 载电流物体

声波散射

1.1 软性物体的散射——零阶项

图 1.2 表示一个软性物体处在一个入射压力波 P^i 的作用下， $P = 0$ 的边界条件可改写成

$$P^s = -P^i \quad \text{在 } S \text{ 上} \quad (1.3)$$

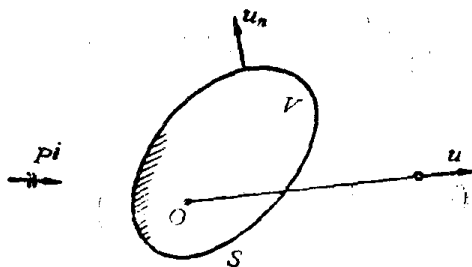


图1.2 在入射波作用下的声波散射体

未知的散射压强可展成下列级数

$$P^s = P_0^s + jkP_1^s + (jk)^2P_2^s + \dots \quad (1.4)$$

从(迭代)方程中分离出 P_n^s , 由积分表示式(1)可得出

$$P^s(\bar{r}) = \iint_S \left[G(\bar{r}/\bar{r}') \frac{\partial P^s}{\partial n'} - P^s \frac{\partial G(\bar{r}/\bar{r}')}{\partial n'} \right] ds' \quad (\bar{r} \text{ 由 } S \text{ 面向外}) \quad (1.5)$$

式中 $G(\bar{r}/\bar{r}')$ 是自由空间的格林函数, 即

$$G(\bar{r}/\bar{r}') = -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jk|\bar{r}-\bar{r}'|}}{|\bar{r}-\bar{r}'|} \quad (1.6)$$

式(1.5)表明只要已知在面上的 P^s 与 $\frac{\partial P^s}{\partial n}$ 的值, 则 P^s 就可算出。事实上, 只需要知道其中之一就足以唯一地决定场的值。在目前情况下, 由式(1.3), P^s 是已知的, 但 $\frac{\partial P^s}{\partial n}$ 却未以显式给定, 所以式(1.5)有可能被看作是无用的。如把式(1.4)代入式(1.5), 并利用 $e^{-jk|\bar{r}-\bar{r}'|}$ 的相应的展开式, 则可得出一有用的结果。当距离 $|\bar{r}-\bar{r}'|$ 远小于波长时(即在静态区), 令 jk 的零阶项相等, 则可得

$$P_0^s(\bar{r}) = -\frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{1}{|\bar{r}-\bar{r}'|} \frac{\partial P_0^s}{\partial n'} ds' - \frac{1}{4\pi} \iint_S P_0^i(\bar{r}') \frac{\partial}{\partial n'} \left(\frac{1}{|\bar{r}-\bar{r}'|} \right) ds' \quad (1.7)$$

如物体处于平面波 $e^{-jkz_i \cdot \bar{r}'}$ 的作用下, P_0^i 等于1, 则第二项不存在, 而第一项仍保留。将 \bar{r} 取在 s 面上, 此时, 左边项取值为 $P_0^s = -P_0^i = -1$, 则可得到一个 $\frac{\partial P_0^s}{\partial n}$ 的积分方程。此方程恰好被电位为1的金属面 s' 上的面电荷密度 ρ_s 所满足。于是, $\frac{\partial P^s}{\partial n}$ 的求值变成了一个静电场的求解问题。这并不奇怪, 因为在全部功率能被感受到以前, 传播作用要求的距离是 λ 的数量级。低频近似的静电特性已在多年以前被瑞利所发现。当前的工作中心是决定式(1.4)中的高阶修正项, 前景是将低频近似法引伸到谐振区的低频部分(此时 L 已具有 λ 的数量级)。

1.2 软性物体的散射——高阶项

为了决定各个 P_n^s , 首先可将它表示成(迭代)积分方程的一个序列(2)。写出与式(1.5)类似的入射场关系式, 即可求得其“母”方程

$$0 = \iint_S \left[G(\bar{r}/\bar{r}') \frac{\partial P^i}{\partial n'} - P^i \frac{\partial G(\bar{r}/\bar{r}')}{\partial n'} \right] ds' = 0 \quad \bar{r} \text{ 在 } S \text{ 上} \quad (1.8)$$

将此式与式(1.5)相加, 得

$$\iint_S G(\bar{r}/\bar{r}') \left[\frac{\partial P^s}{\partial n'} + \frac{\partial P^i}{\partial n'} \right] ds' = -P^i \quad \bar{r} \text{ 在 } S \text{ 上} \quad (1.9)$$

此方程产生一个迭代集

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{1}{|\bar{r}-\bar{r}'|} \left(\frac{\partial P_0^s}{\partial n'} + \frac{\partial P_0^i}{\partial n'} \right) ds' &= P_0^i \\ \frac{1}{4\pi} \iint_S \frac{1}{|\bar{r}-\bar{r}'|} \left(\frac{\partial P_1^s}{\partial n'} + \frac{\partial P_1^i}{\partial n'} \right) ds' &= P_1^i + L_0 \end{aligned} \quad (1.10)$$

在第二式中, L_0 是物体的特性长度, 它由下式给出

$$L_0 = \frac{C}{4\pi\epsilon_0} \quad (1.11)$$

其中 C 是金属物体的电容。例如, 一个球体的 L_0 等于半径 a 。

方程式 (1.9) 是一个第一类奇异积分方程, 它为总压强 $P = P^i + P^s$ 的法向导数所满足。也可以为 $\frac{\partial P}{\partial n}$ 得出一个第二类积分方程〔4〕, 即

$$\frac{1}{2} \frac{\partial P(\bar{r})}{\partial n} - \lim_{\sigma \rightarrow 0} \iint_{S-\sigma} \frac{\partial G(\bar{r}|\bar{r}')}{\partial n} \frac{\partial P}{\partial n'} ds' = \frac{\partial P^i(\bar{r})}{\partial n} \quad \bar{r} \text{ 在 } S \text{ 上} \quad (1.12)$$

式中 σ 是一个包含点 \bar{r} 的小面积。

在决定了在 S 面上以 jk 表示的 $\frac{\partial P^s}{\partial n}$ 的展开项以后, 现在就能够通过式 (1.5) 计算各处的 P^s 了。于是

$$P^s(\bar{r}, k) = \iint_S G(\bar{r}|\bar{r}') \left(\frac{\partial P_0^s}{\partial n'} + jk \frac{\partial P_1^s}{\partial n'} + \dots \right) ds' - \iint_S (P_0^i + jk P_1^i + \dots) \frac{\partial G(\bar{r}|\bar{r}')}{\partial n'} ds' \quad (1.13)$$

此表示式适用于计算辐射区的 P^s 。例如, 设入射场是平面波, 则可得

$$\lim_{R \rightarrow \infty} P^s = -L_0 \frac{e^{-jkR}}{R} - jkL_0^2 \frac{e^{-jkR}}{R} + k^2 \text{项} \quad (1.14)$$

开始的两项显然代表全向方向图。说明低频的辐射场并不展示有关散射体形状的任何信息, 而只给出关于其体积特性的信息, 即 L_0 。必须用较高的频率对其各个部位进行非均匀的相位照射才能更好地“感觉”到目标的形状。这样, 就可以通过方向性敏感的干涉而获得方向图的细部结构。换句话说, 除非用较高的频率激励出式 (1.14) 中的多极高次模, 就不可能揭示散射体的细部结构。对于电磁场也可以作出类似的评论。

方程式 (1.14) 指出了远距离的一阶场只决定于零阶项即 L_0 的特性。这个结论可利用基本的互易原理得到, 即〔1〕

$$\iint_S \phi_1 \frac{\partial \phi_2}{\partial n} ds = \iint_S \phi_2 \frac{\partial \phi_1}{\partial n} ds \quad (1.15)$$

当 ϕ_1 与 ϕ_2 是拉普拉斯方程的解且在无限远处是规则的时, 此式才有效。结果是散射截面的主项也只是 L_0 的函数。更准确地说,

$$\sigma = 4\pi L_0^2 + k^2 \text{项} \quad (1.16)$$

作为 kL 函数的 σ 曲线可看作自常数值出发再随二次抛物线而增大。

L_0 的值必须满足决定其上限与下限的各个不等式, 例如〔3〕

$$L_0 > \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi}} \sqrt[3]{V} \quad (1.17)$$

其中 V 是散射体的体积。此外, 对所有凸形物体

$$\frac{S^2}{12\pi V} > L_0 \quad (1.18)$$

式中 S 为界面的面积。等式符号对应于球体，西尼尔 (Senior) 曾计算了对称旋转体 (即旋转球体) 的 L_0 ，发现作为 (l/w) 的函数 $\left(\frac{L_0}{l+w}\right)$ 的变化对于他所研究过的所有形状的回转体来说，都是相似的 ($l =$ 轴长, $w =$ 宽度)。

软性物体的散射问题基本上是波动方程的外狄利克莱问题。克莱曼 (Kleinman) 曾提出一个方法，用这种方法所得到的解是以显式表示的势位问题的格林函数。最后的积分方程可用迭代法求解。

外问题亦可利用式 (1.4) 代入相应的微分方程即 $\nabla^2 P^s + k^2 P^s = 0$ 中来解出。应用常称为史蒂文森 (Stevenson) 法的这一程序即可得出

$$\begin{aligned} \nabla^2 P_0^s &= 0 & P_0^s &= -P_0^i & \text{在 } S \text{ 上} \\ \nabla^2 P_1^s &= 0 & P_1^s &= -P_1^i & \text{在 } S \text{ 上} \\ \nabla^2 P_2^s &= 0 & P_2^s &= -P_2^i & \text{在 } S \text{ 上} \end{aligned} \quad (1.19)$$

为了解出这些方程，必须知道在远距离静场区 (即其距离比 L 大但远小于波长 λ) 中 P^s 的情况。式 (1.7) 指出了在该处 P_0^s 是规则的，对 P_1^s 写出的相似公式指出该量在大远处趋近于 L_0 ，但 $(P_1^s - L_0)$ 是规则的 [1]。

1.3 硬性物体的低频散射

所研究情况的图形如图 1-2 所示。硬性物体的边界条件是 $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$ ，或等价地写为

$$\frac{\partial P^s}{\partial n} = -\frac{\partial P^i}{\partial n} \quad \text{在 } S \text{ 上} \quad (1.20)$$

分析过程和对软性物体的分析非常相似。例如，在平面波入射的情况下，零阶项 P_0^s 是不存在的， P^s 的级数项是从一阶项开始的，即

$$P^s = jkP_1^s + (jk)^2 P_2^s + \dots \quad \text{在 } S \text{ 上} \quad (1.21)$$

P_0^s 不存在的理由是明显的，因为 P_0^s 在 s 附近是常数，它可以自我满足边界条件而不需外加 (散射) 场。对 P_1^s 的要求是

$$\begin{aligned} \nabla^2 P_1^s &= 0 \\ \frac{\partial P_1^s}{\partial n} &= \bar{u}_i \cdot \bar{u}_n & \text{在 } S \text{ 上} \\ P_1^s & \quad \quad \quad \text{在大远处是规则的} \end{aligned} \quad (1.22)$$

其解可表示为单层与双层电位的叠加 [1]。每个入射方向都有其自身的 P_1^s ，但是，只要求解三个互相独立的 x , y , z 方向的问题就足以获得任意方向 \bar{u}_i (如图 1.3) 的 P_1^s 。

例如，考虑在入射场 $\bar{u}_i = -\text{grad} \psi_i^s$ 作用下，在一个磁导体附近 (边界条件 $\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0$) 产生的位场，由于散射体存在而产生的外加电位满足

$$\begin{aligned} \nabla^2 \psi_s^s &= 0 \\ \frac{\partial \psi_s^s}{\partial n} &= \bar{u}_n \cdot \bar{u}_i & \text{在 } S \text{ 上} \end{aligned} \quad (1.23)$$

还可以写出 y 与 z 方向的相似方程式。只要它们都已解出，则所求的任意方向 \bar{u}_i 的位

场可表示为

$$P_i^s = \psi_x^s(\bar{u}_i \cdot \bar{u}_x) + \psi_y^s(\bar{u}_i \cdot \bar{u}_y) + \psi_z^s(\bar{u}_i \cdot \bar{u}_z) = \bar{u}_i \cdot (\psi_x^s \bar{u}_x + \psi_y^s \bar{u}_y + \psi_z^s \bar{u}_z) = \bar{u}_i \cdot \bar{\psi}^s \quad (1.24)$$

矢量 $\bar{\psi}^s$ 表示物体形状的特性, 它与入射方向无关。对于半径为 a 的球体

$$\bar{\psi}^s = -\frac{a}{2} \bar{u}_R \quad \text{在 } S \text{ 上} \quad (1.25)$$

式中 \bar{u}_R 是沿半径方向的单位矢, 应当注意 $\bar{\psi}^s$ 是 x, y, z 的函数, 因此它沿 S 面变化。

现在可转到 P_2^s 上, 此函数满足〔1〕

$$\nabla^2 P_2^s = 0$$

$$\frac{\partial P_2^s}{\partial n} = -(\bar{u}_i \cdot \bar{u}_n)(\bar{r} \cdot \bar{u}_i) \quad (1.26)$$

由此可推出 P_2^s 与 \bar{u}_i 的函数关系为

$$P_2^s = \bar{u}_i \cdot \bar{\mu} \cdot \bar{u}_i \quad (1.27) \quad \text{图1.3 在三个正交入射场作用下的散射体}$$

式中并矢 $\bar{\mu}$ 表示物体形状的特性。由此得出散射体的远场为

$$\lim_{R \rightarrow \infty} P^s = -\frac{k^2}{4\pi} V \frac{e^{-jkR}}{R} + \frac{k^2}{4\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} \bar{u} \cdot \left[V \bar{u}_i - \iint_S (\bar{u}_i \cdot \bar{\psi}^s) \bar{u}_n dS \right] + k^3 \text{项} \quad (1.28)$$

可以看到 P^s 中包含一个单极子与一个偶极子项的组合, 后者可写为以下形式

$$\bar{u} \cdot \left[V \bar{u}_i - \iint_S (\bar{u}_i \cdot \bar{\psi}^s) \bar{u}_n dS \right] = \bar{u}_i \cdot \bar{\pi}_m \cdot \bar{u} \quad (1.29)$$

式中并矢 $\bar{\pi}_m$ 给定为

$$\bar{\pi}_m = V \bar{I} - \iint_S \bar{\psi}^s \bar{u}_n dS = V \bar{I} + \bar{W} \dots \quad (1.30)$$

例如, 对于球体, $\bar{\pi}_m = 2\pi a^3 \bar{I}$ (\bar{I} 是单位并矢)。(对称) 并矢 $\bar{\pi}_m$ 亦可写为

$$\bar{\pi}_m = -\iint_S \bar{\psi}^s \bar{u}_n dS \quad (1.31)$$

而

$$\bar{\psi} = (\psi_x^s - x) \bar{u}_x + (\psi_y^s - y) \bar{u}_y + (\psi_z^s - z) \bar{u}_z = (\psi_x \bar{u}_x + \psi_y \bar{u}_y + \psi_z \bar{u}_z) \quad (1.32)$$

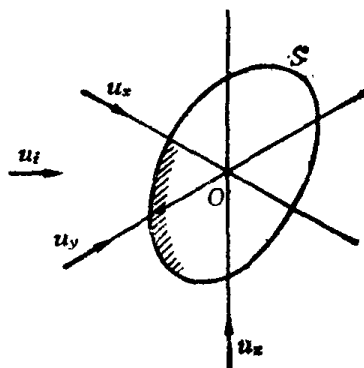
显然, 当散射体处于入射场 \bar{u}_x 的作用下, 则 ψ_x 表示其上的总电位。

用史蒂文森法解微分方程, 或者考虑下列积分方程〔2〕, 都可求出 P^s 的高阶项,

$$\frac{1}{2} P(\bar{r}) + \lim_{\sigma \rightarrow 0} \iint_{S-\sigma} \frac{\partial G(\bar{r}|\bar{r}')}{\partial n'} P(\bar{r}') dS' = P^s(\bar{r}) \quad (1.33)$$

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{\partial}{\partial n} \iint_{S-\sigma} \frac{\partial G(\bar{r}|\bar{r}')}{\partial n'} P(\bar{r}') dS' = \frac{\partial P^s(\bar{r})}{\partial n} \quad (1.34)$$

这些式子都可用迭代法来解。应当注意到硬性物体问题是一个诺伊曼问题。相对于诺伊曼边界条件(即在 S 上 $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$)〔5〕, 它的解可表示为静场格林函数, 已有一些数字结果可资应用〔6〕〔7〕。在一种新方法中, 它的解是用边界积分方程的迭代法得出的〔8〕〔9〕。在一个既非软性, 又非硬性而是可穿透的散射体问题中, 必须采用一对耦合面积分方程来解〔10〕。



对于旋转体, 已经对“磁极化率”并矢 $\bar{\pi}_m$ 进行过广泛的研究。这特别是由于它与电磁场问题有关(见 1.11 节), 西尼尔等曾利用式 (1.33) 以求得几种形状散射体的数值结果, 其中一些形状是火箭外形的良好近似。对于旋转体, 并矢 $\bar{\pi}_m$ 可对角化为

$$\bar{\pi}_m = \begin{pmatrix} M_{11} & 0 & 0 \\ 0 & M_{11} & 0 \\ 0 & 0 & M_{33} \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

式中 3 对应于轴向方向。已有一些可用于球体〔11〕, 圆锥体, 圆盘, 蛋形体, 及透镜〔3〕〔12〕〔13〕〔14〕的数值结果。应当指出 $\bar{\pi}_m$ 的元素必须满足一定的不等式(例如, 对旋转体 $(M_{11} - V)(M_{11} + 2M_{33} - 3V) \geq \frac{3}{4}V^2$), 它们对求得有效截面的下限是有用的〔15〕。

极化率并矢与式 (1.28) 中 k^2 项有关。为了找出再下一项(即 k^3 项), 似乎必须处理确定 P_2 的问题。但实际上 P_2 是不需要的, k^3 项可以只用 $\bar{\psi}$ 来表示。基本运算表明有效截面通过下式与入射波的方向 \bar{u}_i 有关

$$\sigma(\bar{u}_i) = \frac{k^4}{4\pi} \left[V^2 + \frac{1}{3}(\bar{u}_i \cdot \bar{\pi}_m)^2 \right] + k^6 \text{ 项} \quad (1.36)$$

二维电磁散射

1.4 理想导电柱体的散射——H波

首先考虑在 H 型入射波 $\bar{H}^i = e^{-jk\bar{u}_i \cdot \bar{r}} \bar{u}_z$ 作用下的一个柱体(图 1.4)。对 H 的边界条件为 $\frac{\partial H}{\partial n} = 0$, 或等效于

$$\frac{\partial H^r}{\partial n} = -\frac{\partial H^i}{\partial n} \quad \text{在 } C \text{ 上} \quad (1.37)$$

因此, 我们需要处理二维形式 1.3 节的问题。现在, 有关的格林函数不应当是式(1.6)而应是

$$G(\bar{r}|\bar{r}') = \frac{j}{4} H_0^{(2)}(k|\bar{r} - \bar{r}'|) \quad (1.38)$$

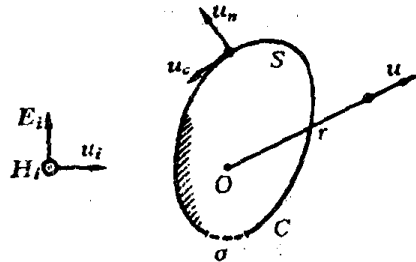


图 1.4 在 H 型入射波中的柱体

在低频时, 应用 G 的小宗量形式是特别恰当的, 其前几项为

$$\lim_{k|\bar{r} - \bar{r}'| \rightarrow 0} G(\bar{r}|\bar{r}') = \frac{j}{4} \left[1 - \frac{k^2}{4} |\bar{r} - \bar{r}'|^2 - j \frac{2}{\pi} \ln \frac{k|\bar{r} - \bar{r}'|}{2} - j0.367 + \frac{jk^2}{2\pi} |\bar{r} - \bar{r}'|^2 \ln k|\bar{r} - \bar{r}'| + \dots \right] \quad (1.39)$$

要注意 $\ln k$ 中的奇异项, 这是二维问题的特征。散射问题可用一个积分方程来表示, 其中的未知量是电流密度

$$\bar{J}_s = J_s \bar{u}_c = -H \bar{u}_c = (J_{s0} + jk J_{s1} + \dots) \bar{u}_c \quad \text{在 } C \text{ 上} \quad (1.40)$$

方程式是以下的形式〔16〕〔17〕

$$\frac{1}{2} J_s(\bar{r}) + \lim_{\sigma \rightarrow 0} \int_{C-\sigma} J_s(\bar{r}') \frac{\partial G(\bar{r}|\bar{r}')}{\partial n'} dc' = -H^i(\bar{r}) \quad (1.41)$$

零阶的解是 $J_{s0} = -1$ (即直流电流, 它屏蔽了柱体内部, 使其不受直流磁场的影响), 其一阶项满足

$$\frac{\partial J_{s1}}{\partial c} = -c \rho_{s0} \quad (1.42)$$

式中 ρ_{s0} 是 C 上的零阶电荷密度。此量也是不带电柱体在静电场 $\bar{E}_0^i = \frac{1}{R_0} \bar{u}_z \times \bar{u}_i$ 作用下出现的电荷密度。电流 jkJ_{s1} 可从式 (1.42) 得到解释, 它是沿着柱体轮廓线输送电荷 ρ_{s0} 的电容性电流。求 ρ_{s0} 是一个静电场问题, 它可用各种方法来求解[16]。根据已知的 ρ_{s0} 值, 远区场可表示为[16]

$$\lim_{r \rightarrow \infty} H^r = \frac{jk^2}{4} \sqrt{\frac{2j}{\pi k}} \left[S + \bar{u}_z \cdot \left(\bar{u}_z \times c \frac{\bar{P}_e}{H_0^i} \right) \right] \frac{e^{-jkr}}{\sqrt{r}} \quad (1.43)$$

其中 S 是截面积, c 是光速, 而

$$\bar{P}_e = \int_C \rho_{s0} \bar{r} dC \quad \text{厘米}^2/\text{米} \quad (1.44)$$

是由静电场 \bar{E}_0^i 在柱体上感应出来的静电偶极矩。 \bar{P}_e 通过以下关系式依从于入射波的方向

$$\bar{P}_e = \epsilon_0 \bar{\pi}_e \cdot \bar{E}_0^i \quad (\pi_e \text{ 单位为米}^2) \quad (1.45)$$

式中 $\bar{\pi}_e$ 是(对称的)极化率并矢, 它仅取决于截面的形状。例如, 对半径为 a 的圆 $\bar{\pi}_e = 2\pi a^2 \bar{1}$, 式 (1.43) 表明散射场中含有一项由偶极子贡献的无方向性项。同时, 它给出一个有效截面

$$\sigma = \frac{k^3}{8} \left[2S^2 + \frac{|\bar{\pi}_e \cdot \bar{E}_0^i|^2}{|E_0^i|^2} \right] = \frac{k^3}{8} [2S^2 + |\bar{u}_e \cdot \bar{\pi}_e|^2] \quad \text{米}^2/\text{米} \quad (1.46)$$

式中 \bar{u}_e 是一个沿 \bar{E}_0^i 方向的单位矢。对于圆, $\sigma = \frac{3}{4} \pi^2 a^2 (ka)^3$ 。要注意有效截面是以沿轴方向 $\text{米}^2/\text{米}$ 来表示的。

1.5 理想导电柱体的散射——E波

当柱体是在E型入射波的作用之下时(图1.5), 在 C 上的边界条件为 $E = E^i + E^r = 0$, 由此导出了以下的积分方程

$$E^i(\bar{r}) + j\omega\mu_0 \lim_{\sigma \rightarrow 0} \int_{C-\sigma} J_s(\bar{r}') G(\bar{r}|\bar{r}') dc' = 0 \quad \bar{r} \text{ 在 } C \text{ 上} \quad (1.47)$$

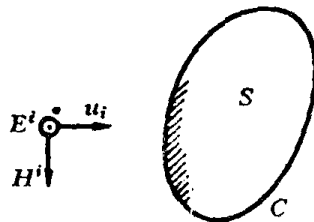


图1.5 在E型入射波中的柱体