萬有文庫
第一集一千種
王雲五主編

平面幾何學直線圖形

林鶴一　菅集人著
黃元吉譯

商務印書館發行

21.6
4
20

平面幾何學
直線圖形

林鶴一　菅集人著
黃元吉譯

算學小叢書

萬有文庫

第一集一千種

總編纂者
王雲五

商務印書館發行

37818

王雲五主編

萬有文庫

第一集一千種

幾何學—直線圖形

林鶴一　菅集人著

黃元吉譯

發行兼印刷者　上海寶山路　商務印書館

發行所　上海及各埠　商務印書館

中華民國十九年四月初版

此書有著作權翻印必究

[illegible]

HI • SUGA

Translated by
HUANG YUAN CHI

THE COMMERCIAL PRESS, LTD.
Shanghai, China
1930

All Rights Reserved

B一九六分

目　　次

GWT2

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

第二章 平行線

第三章 三角形及多角形

第一節 三角形之疊合

第二節　邊角之關係

第三節　多角形

第四章 平行四邊形

平面幾何學　直線圖形

緒　論

1. 幾何學之目的　試觀種種物體,有長,有短,有厚,有薄,有大,有小,有輕,有重,其性質千差萬別,不遑枚舉;然熟察之,無論何種物體,必有其所同具者;計凡三事:卽形狀大小及位置是也.是蓋就一切物體,剔去其所組織之物質,而惟餘形骸以呈斯跡象者也,物體有種種之屬性,其由何物質組織而成,概置不論,惟就形狀大小位置,考究其眞理,是卽幾何學之目的.

2. 立體　此類之物體,如不論其所組織者爲何物質,惟論形狀,大小,位置;則僅爲物體之所占空間之一部分是也,因稱之爲立體;立體有高,有

縱,有橫.

3. 面 立體爲有限之物,其立於無限之空間,必有其境界,此境界屬於立體而爲與空間最接近之部分,因稱之爲面,面有廣無厚.

4. 線 面之端爲線,面有廣無厚,故其端之爲線,有長無闊.

5. 點 線之端爲點,以無闊者之端,無復有大小之別,故點僅占一位置.

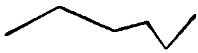
6. 體面線點之關係 體面線點云者,實皆假想物,不能見,不能觸,惟知而已;以鉛筆之尖端,着於紙上卽生一小黑印,通例所云點是也,然非幾何學上之點,因其不能無廣也.又以此尖端在紙上移動,卽生一條線,此亦非幾何學上之線,因其不能無闊也;必也小黑印之極限爲限點,而以此點移動,循其所留之跡,僅有長可紀者,乃可得幾何學上線之觀念;依同理,移動其線卽生面,移動其面卽生立體;然立體非面之集合,面非線之集合,線非點之集合,須注意於此爲要.(譯者按面無厚非體之一部,故立體非面之集合,餘類推.)

注意 移動其線有不生面,移動其面有不生立體者,此亦宜究其原因,又移動其立體又生何物乎?

7. 直線 線之中最單純者,厥惟直線,以細絲張之,卽呈其形;若嚴格言之,則任於線中截取一部分,而以疊於其餘之部分上無弗密貼者,此線

乃爲直線。

直線之長，雙方無限，截取其一部分者，稱爲有限直線，或稱線分；又直線有時單稱線，以二點爲兩端之有限直線，其長卽此二點間之距離，其線由二以上之線分接成者，此線稱爲折線；其一線有一部分，不爲直線者，此線稱爲曲線。同通過一點之二直線，稱爲相交，其點稱爲交點。



8. 平面　面之中最單純者，厥惟平面，有如鏡面是也；嚴格言之，則任於面上取二點，通過此二點之直線，無弗與面密貼者，此面乃爲平面，其面有一部分不爲平面者稱爲曲面。

9. 圖形　係由體面線點及體面線點之集合而成，其同在一平面圖形，係由點線構成，平面幾何學專論平面圖形。

10. 幾何學之構成　幾何係就體面線點，考究眞理，而順序以致其研究者也；先由經驗而得單純若干事件，認爲眞確定爲基礎，由推理法以推及其他事理之眞確，次更依此闡發新理，就種種之眞理而次第以研究之，如是愈推愈進研求新理，或由常識，或由實驗，但既定爲眞確者，此外不容遷就，卽其初雖由實驗認爲眞確而定爲基礎，迨其後，必全歸於演繹，蓋幾何學者務在演繹論理之嚴正而已；人之思想求其精密，對於推理法之練習，幾何

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

學爲最適當之學科也。

11. 公理 由經驗而認爲眞確，無待證明者，此稱爲公理；公理分二種：屬於普通者，稱爲普通公理；屬於幾何學者，稱爲幾何學公理；普通公理之重要者如次：

1. 同等於某量之二量必相等。

2. 全量等於其部分之和，故全量比一部分大，而一部分比全量小。

3. 二量以上之和，其相加之次序任何變更，皆相等。

4. 等量與同量或等量之和或差，必相差。

5. 等量之同倍量或同分量，必相等。

6. 不等量與同量或等量之和或差，不相等。

7. 諸大量之和比諸小量之和大。

注意 同與等之區別，同者就一個言，等者就二個以上言也。

幾何學公理如次：

1. 任意二點間之最短距離，必爲直線。

2. 通過二點之直線，有一而無二，依此公理推之，得(a) (b)二項如次：(a) 公有二點或一部分之二直線，必疊成一直線；(b)二直線祇有一交點。

3. 在直線兩側之二點，聯成直線，必與原直線相交。

4. 圖形之位置雖變，其形狀大小不變。

5. 以平面之一部分，於其中任取一直線爲折

痕,而返折之,得疊合於他部分之上。

6. 平行線之公理詳後.

12. 定義 係就其所用之語,而明定其意義也.

13. 定理及系 定理由定義,公理及認爲眞確之事件依推理法,斷定此理之必爲眞確。

例如 a,b,c,d 成比例,其內項之積 bc 必等於外項之積 ad。

定理由假設終結二者而成;假設者假定之意,終結者假定之結果也.

如前例 a,b,c,d, 成比例,此爲假設,以下卽終結也。

論由假設所以得終結之故者曰證明,乃證明終結之爲眞確也,其所引用之事件,必係先認爲眞確自不待言;由定理易於證明者,特稱之爲系,然系亦不外定理也.

14. 定理之關係 如前項所述,定理係由假設,終結二者而成;其普通所用之形式如次:

甲若爲乙丙必爲丁,

甲若爲乙云者,假設之詞也,丙必爲丁云者,終結之詞也;此形式可簡之如次:爲 A 者,必爲 B,爲 A 者假設,必爲 B 者終結,今於「爲 A 者爲 B」之定理,以其終結之反對「不爲 B 者」爲假設,而以其假設之反對「必不爲 A」爲終結,使別成一定理如次:不爲 B 者,必不爲 A;此定理稱爲前定理之對偶,對偶定理與原定理,祇是詞意反對,其內容之無變化可知。

一定理若爲眞確,其對偶亦必眞確。

例如：某整數之第一位爲 0「爲 A 者」，此數必爲 10 之倍數「必爲 B」；其對偶則爲某整數不爲 10 之倍數.「不爲 B 者」，其第一位必不爲 0.「必不爲 A」，此爲眞確明甚；次以一定理之假設終結，爲他定理之終結假設，此二定理互爲逆，卽爲 A 者必爲 B，其逆爲 B 者必爲 A；例如某數之第一位爲 0，此數必爲 10 之倍數，其逆某數爲 10 之倍數，其第一位必爲 0，又例知某數之第一位爲 5 此數必爲 5 之倍數，其逆某數爲 5 之倍數，其第一位必爲 5；由此二例觀之，某定理之逆，有眞確，（前例），有不眞確，（後例）.

故一定理雖爲眞確，其逆未必眞確.

又次以一定理假設終結之反對，爲他定理之假設終結，此二定理互爲裏；卽爲 A 者必爲B，其裏不爲 A 者必不爲 B.例如：某數之第一位爲 0，此數必爲 10 之倍數，其裏某數之第一位不爲 0，此數必不爲 10 之倍數；又例如：某數之第一位爲 5，此數必爲 5 之倍數，其裏某數之第一位不爲 5，此數必不爲 5 之倍數，此二例，亦前例眞確，後例不眞確.某定理爲 A 者必爲 B，其逆爲 B 者必爲 A.其裏不爲 A 者必不爲 B.如是則某定理之逆裏，有互爲對偶之關係，而對偶定理固眞否與公者也.

故一定理雖爲眞確，其裏未必眞確.

茲就定理之對偶，逆及裏相互之關係，綜列之如次：

(1)　爲 A 者必爲 B.

(2)　不爲 B 者必不爲 A.

(3)　爲 B 者必爲 A.

(4)　不爲 A 者必不爲 B.

對　偶	(1), (2)	(3), (4)
逆	(1), (2)	(3), (4)
裏	(1), (2)	(3), (4)

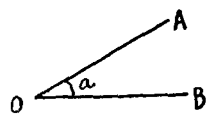
今若提出此四定理,而求其證明,則依逆,裏及對偶之關係而利用之,對於此四定理不必一一證明;蓋如前所述對偶定理,眞否與共,則證明其可也。若逆及裏則與原定理非眞否與共者須證明爲要,故前表逆及裏之欄,凡四組,無論何組,均須詳爲證明。

第　一　章

直　線　及　角

定義 1. 由一點引二直線，如是所成之圖形，謂之角；其點稱爲角之頂點，二直線爲角之邊。

例如由 O 點引二直線 OA, OB，此圖形謂之角，O 爲頂角之頂點，OA，OB 爲角之邊，稱角者，以頂所記之字居中而以各邊所記之字左右之如 AOB 角，或 BOA 角是也，又或記之如次：

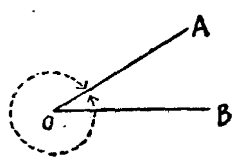


$$\angle AOB, \qquad \angle BOA,$$

有時僅以頂點所記之字或角內所記之字稱之，如所稱 O 角 a 角是也，或稱 $\angle AOB$ 爲 OA, OB 所夾之角。

定義 2. AOB 角之所由成，其始 OA 係疊於 OB 之上，取與時針旋轉相反之向，以 O 爲中心，依平面旋轉，至 OA 之位置，卽成 AOB 角。

又其始 OA 疊於 OB 之上，與計時針旋轉同向，以 O 爲中心，依平面旋轉，至 OA 之位置，亦成 AOB 角，故由一點引二直線實成二角，

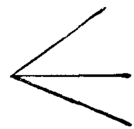


似此公有頂點及二邊之二角稱爲**共軛角**，其大者爲優角，小者爲劣角；通常所稱角，係指劣角言也。

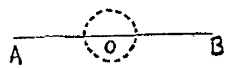
據此則一直線 OA，以 O 爲中心，依平面旋轉，卽成一角，是角大小由於動線旋轉之多少，而於動線 OA 之長短絕無關係。

定義 3. 公有頂點及一邊之二角，而在公有之邊之兩側者，此二角稱爲**隣角**，或稱**接角**。

定義 4. 平角云者，角之二邊在頂點之兩側而成爲一直線者也。



例如：$\angle AOB$ 之二邊 OA, OB 在頂點之兩側而成爲一直線，此 $\angle AOB$ 爲平角，似此則二共軛角相等。



定義 5. 一直線與他直線相交，所成二隣角相等者，各稱之爲**直角**，此由定義，知平角等於二直角，而直角等於平角之半，二直線相交成直角者，此二直線互爲**垂線**，或稱**垂直**，又稱**正交**，其交點稱爲**正交點**，其線不爲垂線者，稱爲**斜線**。

定義 6. 其角比直角小者，稱爲**銳角**，比直角大而比二直角小者，稱爲**鈍角**。

定義 7. 二角之和等於一直角者，此二角互爲**餘角**，二角之和等於二等角者，此二角互爲**外角**。

定義 8. 以直角爲單位，計算角之大小，所餘不免過多，因分直角爲九十等分，其每一等分謂之**度**，又分一度爲六十等分，其每一等分謂之**分**。又分

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com