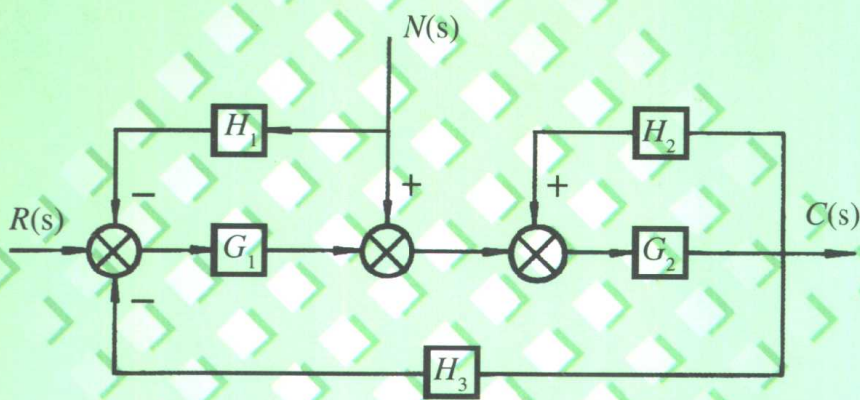


21世纪大学课程辅导丛书

自动控制理论

重点难点及典型题解析

张爱民 葛思攀 杜行俭



西安交通大学出版社

21 世纪大学课程辅导丛书

自动控制理论

重点难点及典型题解析

张爱民 葛思擘 杜行俭

西安交通大学出版社
·西安·

内 容 提 要

本书是本科生自动控制理论课程的辅助教材,覆盖了经典控制理论的主要内容和现代控制理论的部分内容。全书六章分别为:绪论、系统的数学模型、控制系统的时域分析、根轨迹法、频率响应法、状态空间分析法。每章由基本知识点、重点和难点、典型例题和练习题四部分组成。附录部分收录了西安交通大学自控系近几年来研究生入学自动控制理论试题和每章练习题的部分参考答案。

本书可作为本科生、专科生学习自动控制理论课程的辅助教材,也可作为报考硕士研究生的复习参考书。

图书在版编目(CIP)数据

自动控制理论重点难点及典型题解析/张爱民,葛思擘,
杜行俭. —西安:西安交通大学出版社,2002.3
(21世纪大学课程辅导丛书)
ISBN 7-5605-1480-4

I. 自… II. ①张…②葛…③杜… III. 自动控制理论-
高等学校-教学参考资料 IV. TP13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 008033 号

*

西安交通大学出版社出版发行
(西安市兴庆南路 25 号 邮政编码:710049 电话:(029)2668315)
陕西宝石兰印务有限责任公司印装
各地新华书店经销

*

开本:787 mm×1 092 mm 1/16 印张:14.375 字数:349 千字
2002 年 3 月第 1 版 2002 年 3 月第 1 次印刷
印数:0 001~5 000 定价:22.00 元

发行科电话:(029)2668357,2667874

前 言

自动控制理论作为工科院校电类和部分非电类专业的技术基础课程,越来越受到人们的重视。控制理论中分析问题和解决问题的思想方法已受益于各行各业的人们。为了帮助本科生、自动控制理论的学习者和报考研究生的读者学好这门课程,本书的编者根据多年的教学经验,参考了国内外大量的同类教材,编写了《自动控制理论重点、难点及典型题解析》一书。

本书分为两个部分,第一部分由六章组成,涵盖了以传递函数为基础的古典控制理论和以状态方程为基础的现代控制理论的部分内容。每章均分为以下四个部分:

(1) 基本知识点

这一部分是对自动控制原理基本内容的归纳和总结。

(2) 重点和难点

给出了读者应该加以注意和重点学习的内容。

(3) 典型例题分析

列举了大量的典型例题,通过例题的解析,使读者加深对基本概念的理解,掌握解题思路。每个例题中的提示,指出了该例题说明的问题和读者应从中得到的启示。

(4) 练习题

这一部分和典型例题配合,巩固读者应掌握的内容。

第二部分附录由练习题答案和近几年来西安交通大学自控系研究生入学考试自动控制理论试题组成。

参加本书编写工作的有张爱民、葛思擘、杜行俭。在编写过程中,编者除了总结多年的教学经验外,还参考了大量现有教材和参考书,在许多方面得到启发。在此不再一一指明,特此致谢。

由于我们的学识水平有限,本书中难免有不妥或错误之处,恳请读者批评指正。

编 者

2002 年 1 月于西安交大

目 录

第1章 绪论

- 1.1 基本知识点 (1)
- 1.2 重点和难点 (2)
- 1.3 典型题分析 (2)
- 1.4 练习题 (4)

第2章 系统的数学模型

- 2.1 基本知识点 (6)
 - 2.1.1 数学模型 (6)
 - 2.1.2 线性系统的微分方程 (7)
 - 2.1.3 传递函数 (7)
 - 2.1.4 结构图 (8)
 - 2.1.5 信号流图 (10)
 - 2.1.6 状态变量模型 (10)
- 2.2 重点和难点 (15)
- 2.3 典型题分析 (15)
- 2.4 练习题 (47)

第3章 控制系统的时域分析

- 3.1 基本知识点 (59)
 - 3.1.1 时域分析概念 (59)
 - 3.1.2 一阶系统动态性能分析 (61)
 - 3.1.3 典型二阶系统的动态性能 (62)
 - 3.1.4 高阶系统的单位阶跃响应 (65)
 - 3.1.5 稳定性及代数稳定性判据 (66)
 - 3.1.6 误差及稳态误差 (66)
- 3.2 重点和难点 (69)
- 3.3 典型题分析 (70)
- 3.4 练习题 (83)

第4章 根轨迹法

- 4.1 基本知识点 (88)
 - 4.1.1 基本概念 (88)

4.1.2	绘制常规根轨迹的基本法则	(89)
4.1.3	参量根轨迹的绘制	(90)
4.1.4	增加开环零点、极点对根轨迹的影响	(90)
4.1.5	利用根轨迹分析系统性能	(90)
4.2	重点和难点	(91)
4.3	典型例题分析	(91)
4.4	练习题	(101)

第5章 频率响应法

5.1	基本知识点	(104)
5.1.1	频率特性	(104)
5.1.2	典型环节的频率特性	(105)
5.1.3	非最小相位系统	(107)
5.1.4	开环频率特性曲线的绘制	(108)
5.1.5	幅角原理	(110)
5.1.6	有理分式 $F(s)$ 的选取	(110)
5.1.7	封闭曲线 Γ_s 的选取	(110)
5.1.8	奈奎斯特稳定判据	(111)
5.1.9	奈奎斯特稳定判据在对数坐标图上的应用	(112)
5.1.10	逆奈奎斯特稳定判据	(113)
5.1.11	频率域性能指标	(113)
5.2	重点和难点	(115)
5.3	典型例题分析	(115)
5.4	练习题	(143)

第6章 状态空间分析法

6.1	基本知识点	(148)
6.1.1	时间响应和状态转移矩阵	(148)
6.1.2	系统的能控性	(150)
6.1.3	系统的能观测性	(151)
6.1.4	传递函数与能控性和能观测性的关系	(152)
6.1.5	状态反馈与极点配置	(152)
6.2	重点和难点	(153)
6.3	典型例题分析	(153)
6.4	练习题	(169)

附录1 西安交通大学历年研究生入学考试自动控制理论试题

附录2 习题参考答案

参考文献

第 1 章 绪 论

1.1 基本知识点

1. 自动控制和自动控制系统的概念

自动控制:所谓自动控制是在人不直接参与的情况下,利用外加的设备或装置使整个生产过程或工作机械(称为被控对象)自动地按预定的规律运行,或使其某个参数(称为被控量)按预定的要求变化。

自动控制系统:由被控对象和自动控制装置按一定的方式连接起来,完成一定的自动控制任务,并具有预定性能的动力学系统。

2. 反馈控制系统的组成、工作原理和特点

反馈控制系统可用方块图表示(如图 1-1 所示)。一般讲,反馈控制系统由被控对象和自动控制装置(如方块图虚线部分所示)组成。自动控制装置主要包括以下几个部分:

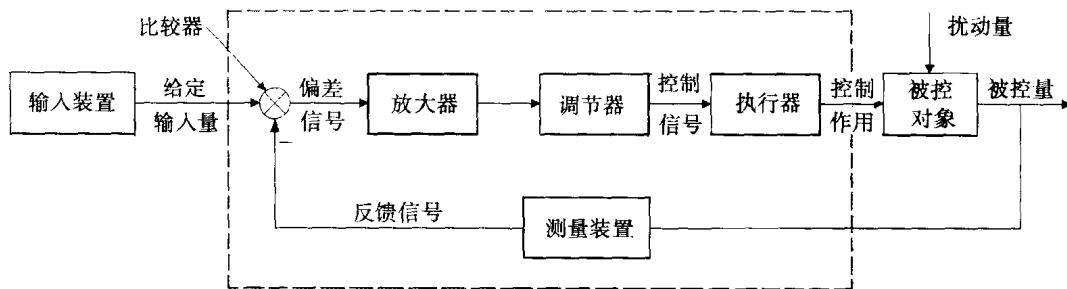


图 1-1 自动控制装置

输入装置:产生给定的输入量;

比较器:将给定输入量和反馈信号进行比较,得到偏差信号;

放大器:将偏差信号的幅值放大,为系统提供较大回路增益;

调节器:根据偏差信号的大小产生控制信号;

执行器:按调节器产生的控制信号实现对被控对象的控制;

测量装置:对系统被控量进行测量和变换,产生反馈信号。

外部对系统的作用称为系统的输入量,从对输出量的影响看,可以分为给定输入量和扰动输入量两种。被控量称为系统的输出量。

系统的输出量经测量和变换后反馈到输入端,构成信号回路的闭环结构。这种系统叫做反馈控制系统或闭环控制系统。反馈到输入端的信号称为反馈信号。

反馈控制系统的工作原理:反馈信号在输入端和给定输入量进行比较,得出偏差信号,经

放大、调节和执行元件后产生控制作用,控制作用使被控制量回复到或趋近于要求的输入值,从而使偏差减小或消除。这就是反馈控制系统的工作原理。

反馈控制系统的特点:

(1)从信号的流向看,输出量经测量后回送到输入端。回送的反馈信号使回路闭合,构成闭环系统。

(2)从控制作用的产生看,它是由偏差引起的。偏差产生的控制作用使系统沿减小或消除偏差的方向运动。

(3)由于形成了闭环系统,因而能有效地抑制被反馈通道包围的前向通道中各种扰动对系统输出量的影响。

(4)由于闭环系统可能引起过调,因而带来了系统稳定性的问题。

3. 控制系统的分类

按控制系统结构分:开环、闭环和复合控制系统。

按控制系统功用分:恒值控制系统、随动系统和程序控制系统。

按控制系统性能分:线性和非线性系统、连续和离散系统、确定与不确定系统。

4. 经典控制的主要研究内容

(1)控制系统分析:对已知的系统,分析其静态和动态性能。对控制系统的基本要求是稳:要求系统稳定;准:稳态误差要小;快:动态响应快,超调量要小,调节时间要短。

(2)控制系统的综合:根据所要求系统的性能指标来设计系统。

1.2 重点和难点

1. 自动控制和自动控制系统的含义;
2. 反馈和反馈控制的概念、反馈控制系统的特点;
3. 控制系统的组成和分类;
4. 确定控制系统的被控对象、被控量和给定值,绘制控制系统的方块图,分析实际系统的控制原理。

1.3 典型题分析

例 1-1 设热水电加热器如图 1-2 所示。为了保持希望的温度,由温控开关接通或断开电加热器的电源。在使用热水时,水箱中流出热水并补充冷水。试说明系统的被控对象、输出量、输入量、工作原理并画出系统原理方块图。

解: 在热水电加热器系统中,输入量为预定的希望温度(给定值),设为 $T_{希}$,被控量(输出量)为水箱实际水温,设为 T ,控制对象为水箱。扰动信号主要是由于放出热水并注入冷水而产生的降温作用。当 $T = T_{希}$ 时,温控开关断开,电加热器不工作,此时水箱中水温保持在希望水温上。当

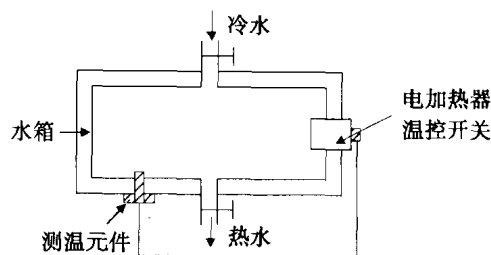


图 1-2 电加热系统

使用热水时,由于扰动作用使实际水温下降,测温元件感受 $T < T_{希}$ 的变化,并把这一温度变化转换为电信号使温控开关接通电源,电加热器工作,使水箱中的水温上升,直到 $T = T_{希}$ 为止。系统原理方块图如下:

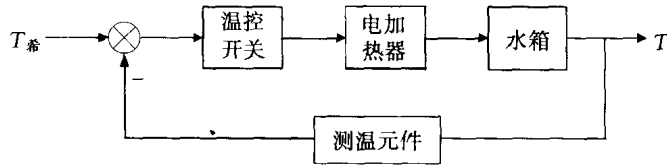


图 1-3 系统原理方块图

例 1-2 船舶驾驶舵角位置跟踪系统如图 1-4 所示。试分析其工作原理,并画出系统方块图。

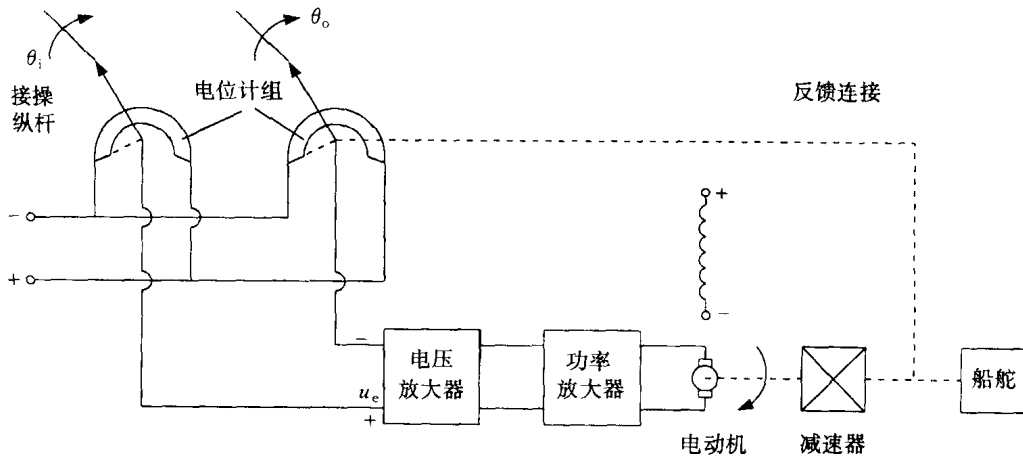


图 1-4 船舶舵角位置跟踪系统

解: 该系统的任务是实现船舶舵角位置 θ_o 跟踪操纵杆角位置 θ_i 。被控对象是船舵,被控量(输出量)是船舵的角位置 θ_o ,给定量(输入量)是操纵杆角位置。理想跟踪情况下, $\theta_o = \theta_i$, 两环形电位计组成的桥式电路处于平衡状态,输出电压 $u_e = 0$,电动机不转。系统相对静止。

如果操纵杆角 θ_i 改变了,而船舵仍处于原位,则电位器输出 $u_e \neq 0$, u_e 经放大后使电动机通过减速器连同船舵和输出电位计滑臂一起作跟随给定值 θ_i 的运动。当 $\theta_o = \theta_i$ 时,电动机停转,系统达到新的平衡状态,从而实现角位置跟踪的目的。

由上分析可见,操纵杆是输入装置,电位计组同时完成测量和比较功能,电压、功率放大器完成调节器工作,电动机和减速器共同起执行器的作用。

系统的原理方块图如下:

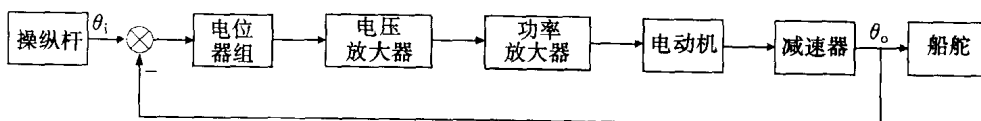


图 1-5 船舶舵角位置跟踪系统原理方块图

例 1-3 仓库大门自动控制原理示意图如图 1-6 所示。试说明自动控制大门开关的工作原理并画出方块图。

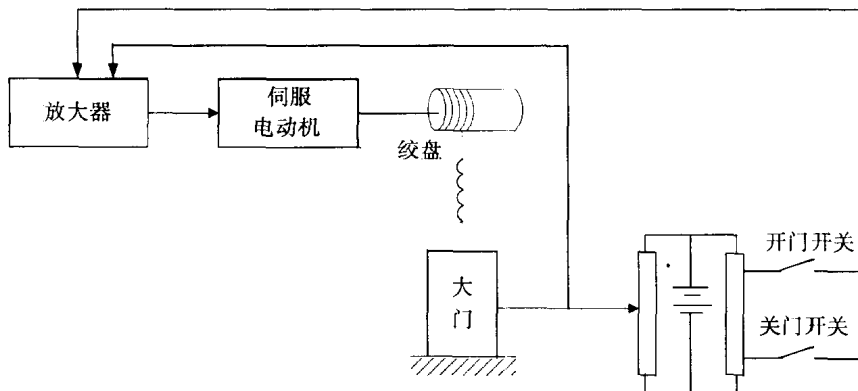


图 1-6 大门自动开闭控制系统

解：当合上开门开关时，电位器桥式测量电路的偏差电压经放大器放大后，驱动伺服电动机带动绞盘转动，将大门向上提起，与此同时，和大门连在一起的电刷也向上移动。直到桥式测量电路达到平衡，电动机停止转动，大门到达开启位置。反之当合上关门开关时，电动机带动绞盘使大门关闭，从而实现了远距离自动控制大门开闭。控制系统方块图如下：

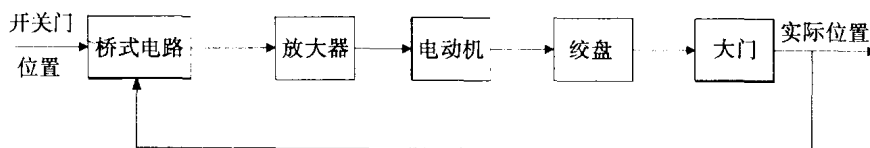


图 1-7 大门自动控制系统方块图

1.4 练习题

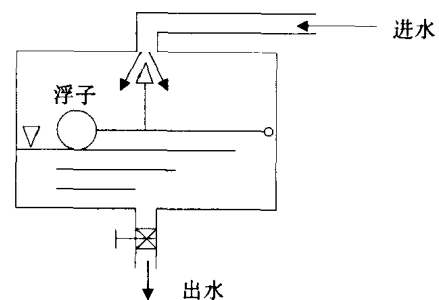
1-1 试回答以下问题：

- (1) 自动控制装置一般包括哪几部分？论述各部分的职能。
- (2) 比较开环控制系统和闭环控制系统的主要特征，说明优、缺点。
- (3) 什么是反馈控制原理？

1-2 在下列过程中，哪些是开环控制？哪些是闭环控制？为什么？

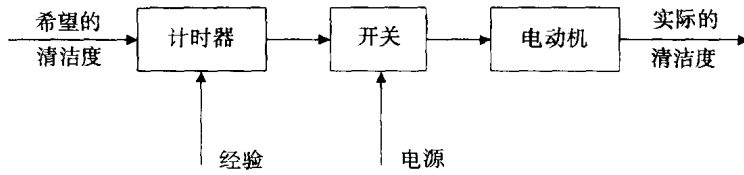
- (1) 人驾驶汽车；
- (2) 空调器调节室温；
- (3) 给浴缸放热水；
- (4) 投掷铅球。

1-3 题图 1-1 表示一个水位自动控制系统，试说明输入量、输出量、被控对象和工作原理，并画出方块图。



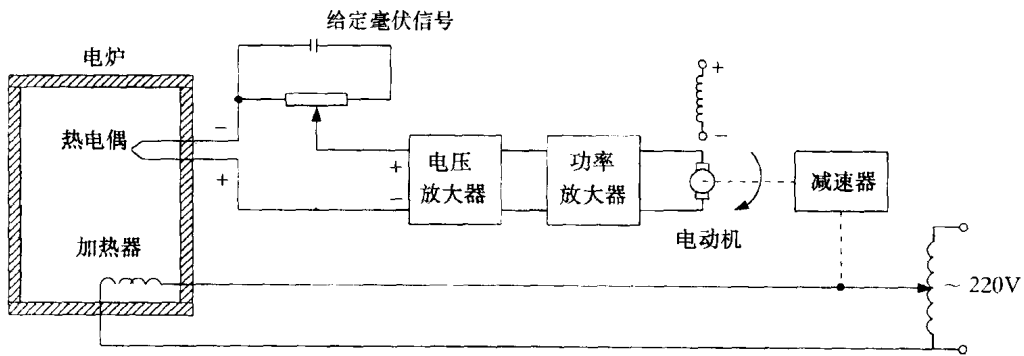
题图 1-1 水位自动控制系统

1-4 洗衣机控制系统方块图如题图 1-2 所示。试问该系统属于开环控制系统还是闭环控制系统？请设计一个闭环控制的洗衣机系统方块图。



题图 1-2 洗衣机控制系统方块图

1-5 如题图 1-3 所示的温度控制系统。指出系统的输入量和被控量,区分控制对象和自动控制装置。画出方块图并说明控制系统是怎样出现偏差、检测偏差和消除偏差的。



题图 1-3 温度控制系统

第 2 章 系统的数学模型

2.1 基本知识点

2.1.1 数学模型

数学模型是描述系统内部各物理量之间动态关系的数学表达式,是系统分析和综合的基础。常用的数学模型有:微(差)分方程、传递函数、结构图、信号流图、频率特性以及状态空间描述等多种。

1. 数学模型的建立方法

数学模型的建立方法有解析法和实验法两种。用解析法建立控制系统的数学模型时,应根据系统及元部件的特点和连接关系,按照它们遵循的物理、化学等定律,列写出各物理量之间的数学关系式。用实验法确定系统的数学模型时,要求对系统施加典型的测试信号,如阶跃、脉冲或正弦等信号,记录系统的时间响应曲线或频率响应曲线,从而估算出系统的传递函数。

2. 非线性系统的线性化

在经典控制领域,主要研究的是线性定常控制系统。如果描述系统的数学模型是线性常系数的微分方程,则称该系统为线性定常系统,其最重要的特性便是可以应用线性叠加原理,即系统的总输出可以由若干个输入引起的输出叠加得到。若描述系统的数学模型是非线性微分方程,则相应的系统称为非线性系统,这种系统不能用线性叠加原理。在经典控制领域对非线性系统的处理能力是很小的。但在工程应用中,除了含有强非线性环节或系统参数随时间变化较大的情况,一般采用近似的线性化方法。对于非线性方程,可在工作点附近用泰勒级数展开,取前面的线性项。采用这种方法时应注意:在工作点附近有较高的精度,而远离工作点则误差较大。

例如:流体通过薄壁小孔时,其流量公式为

$$Q = Kx\sqrt{P}$$

式中: Q 为流量, K 为常数, x 为开度, P 为压差。

这是一个典型的非线性方程,需将它线性化。我们在某一工作点 (P_0, x_0) 附近把它线性化,流量公式在 (P_0, x_0) 点用泰勒级数展开,并取线性项,得

$$Q - Q_0 = \left. \frac{\partial Q}{\partial P} \right|_{\substack{x=x_0 \\ P=P_0}} (P - P_0) + \left. \frac{\partial Q}{\partial x} \right|_{\substack{x=x_0 \\ P=P_0}} (x - x_0)$$

整理得

$$\Delta Q = K_P \Delta P + K_x \Delta x$$

式中各变量都是增量式, K_P, K_x 是与工作点有关的常数。

2.1.2 线性系统的微分方程

1. 系统微分方程的建立

系统的微分方程是描述控制系统的一种数学模型。建立系统的微分方程的一般步骤如下：

- (1) 确定系统和各元部件的输入量和输出量；
- (2) 对系统中每一个元部件列出与其输入、输出量有关的物理的、化学的方程；
- (3) 对上述方程进行适当的简化，比如略去一些对系统影响小的次要因素，对非线性元部件进行线性化等；
- (4) 从系统的输入端开始，按照信号的传递顺序，在所有元部件的方程中消去中间变量，最后得到描述系统输入和输出关系的微分方程。

2. 用拉氏变换解线性微分方程

求解线性微分方程的方法有很多。在自控中常用拉氏变换法求解微分方程。其解即是系统的时间响应函数。方法和步骤如下：

- (1) 对微分方程的各项进行拉氏变换；
- (2) 对变换后的方程进行整理，求出待求变量的像函数表达式；
- (3) 对像函数进行拉氏反变换，可得到对应的原函数表达式，即是系统的时间响应函数。

2.1.3 传递函数

1. 传递函数的定义

线性系统的传递函数是在零初始条件下，系统输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比。

零初始条件是指当 $t \leq 0$ 时，系统输入量 $r(t)$ 、输出量 $c(t)$ 以及它们的各阶导数均为零。设线性定常系统的微分方程一般式为

$$a_n \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dc(t)}{dt} + a_0 c(t) = b_m \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{dr(t)}{dt} + b_0 r(t)$$

式中： $c(t)$ ——系统输出量；

$r(t)$ ——系统输入量。

$a_i (i=1, 2, \dots, n)$ 和 $b_j (j=0, 1, \dots, m, m \leq n)$ 是由系统结构与参数决定的常系数。当初始条件为零时，上式等号两端进行拉氏变换，并据传递函数的定义，得系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} = \frac{K \prod_{i=1}^m (s + z_i)}{\prod_{j=1}^n (s + p_j)}$$

这是传递函数的一般表示式。

传递函数的零点、极点：若 $s = -z_i (i=1, 2, \dots, m)$ ，使 $G(s) = 0$ ，则称 z_i 为 $G(s)$ 的零点。若 $s = -p_j (j=1, 2, \dots, n)$ ，使 $G(s) \rightarrow \infty$ ，则称 p_j 为 $G(s)$ 的极点。

2. 传递函数的性质

- (1) 传递函数只与系统自身的结构参数有关，与系统的输入、输出形式无关。

(2)传递函数是复变量 s 的有理分式函数,对于大多数物理系统(环节或元件),其分子多项式的次数 m 一般不高于分母多项式的次数 n ,且所有系数都为实数。

(3)传递函数与系统的微分方程相联系,两者可以互相转换。

(4)传递函数是系统单位脉冲响应的拉氏变换。

(5)传递函数与 s 平面上一定的零极点图相对应。

传递函数的局限性:

(1)传递函数的概念只适用于单输入、单输出的线性定常系统。

(2)传递函数原则上只反映零初始条件(零状态)下的动态特性。

3. 典型环节的传递函数

环节:具有相同形式传递函数的元部件的集合。

典型环节:

(1)比例环节: $G(s) = K$;

(2)积分环节: $G(s) = 1/s$;

(3)惯性环节: $G(s) = \frac{1}{Ts + 1}$;

(4)振荡环节: $G(s) = \frac{1}{T^2s^2 + 2\xi Ts + 1} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$ 式中: $\omega_n = \frac{1}{T}$;

(5)微分环节: $G(s) = s$;

(6)一阶微分环节: $G(s) = Ts + 1$;

(7)二阶微分环节: $G(s) = T^2s^2 + 2\xi Ts + 1$;

(8)延时环节: $G(s) = e^{-\tau s}$ 。

4. 传递函数的求法

有两种方法求取传递函数:

(1)由系统的微分方程求取传递函数。

(2)由系统的结构图或信号流图求取传递函数。

2.1.4 结构图

1. 组成和特点

结构图是系统中各个环节的传递函数和信号流向的图形表示。

组成:由信号线、环节传递函数方框、引出点(分支点)和比较点(相加点)组成。

特点:①具有概括性和抽象性,不表示某具体系统的物理结构。比如一个结构图可以表示一个机械系统也可以表示一个电气系统。②同一系统的结构图形式不唯一,但在输入、输出信号点确定后,对应的传递函数是唯一的。

2. 结构图的连接方式

(1)串联:串联环节的总传递函数为

$$G(s) = \prod_{i=1}^n G_i(s)$$

式中: $G_i(s) (i = 1, 2, \dots, n)$ ——串联各环节的传递函数; n ——串联环节数。

(2)并联:并联环节的总传递函数为

$$G(s) = \sum_{i=1}^n G_i(s)$$

式中： $G_i(s) (i=1, 2, \dots, n)$ ——并联各环节传递函数； n ——并联环节数。

(3) 反馈连接

基本回路如图 2-1 所示：

其传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

式中： $G(s)$ ——前向通道传递函数；

$G(s)H(s)$ ——开环传递函数；

$H(s)$ ——反馈通道传递函数。

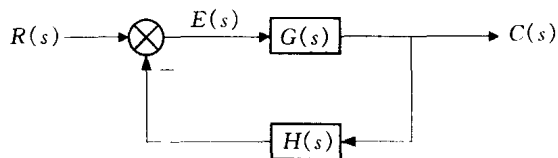


图 2-1

3. 结构图的等效变换

(1) 变换方法：分支点的前移和后移；相加点的前移和后移；

(2) 变换原则：分支点或相加点移动前后必须保持信号的等效性。即在结构图变换的过程中，被变换部分的输入、输出应保持不变，这样才能确保变换前后结构图的等效。

注意：①分支点和相加点之间一般不宜互相变换位置。

②相邻的分支点或相加点可以任意变换位置，而不改变等效性。

③“-”号可以在信号线上越过方框移动，但不能越过相加点和分支点。

(3) 典型变换：

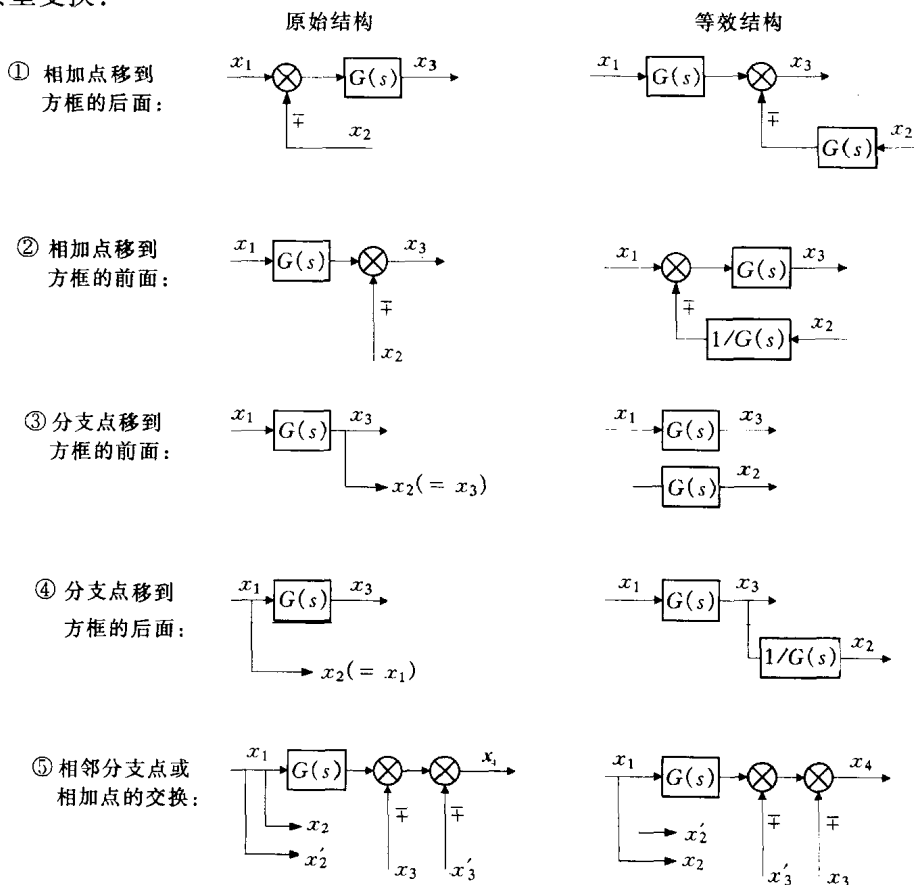


图 2-2

4. 画结构图的步骤

(1) 建立系统各元器件的微分方程。

(2) 对各元器件的微分方程进行拉氏变换, 写出其传递函数并画出相应的方框单元和相加点单元。

(3) 从与系统输入量有关的相加点开始, 依据信号的流向, 把各元器件的方框单元联接起来, 把系统输出量置于最右端, 便得到系统结构图。

2.1.5 信号流图

信号流图用以表示线性系统的结构和变量传送过程中的数学关系, 也是系统的一种数学模型。与结构图本质上是一样的, 只是形式上不同。

1. 基本术语

节点(源节点、阱节点、混合节点), 前向通路、回路和不接触回路。

2. 梅逊公式

$$P = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=1}^n p_k \Delta_k$$

式中: P ——从源节点到阱节点的传递函数(或总增益);

n ——从源节点到阱节点的前向通路总数;

p_k ——从源节点到阱节点的第 k 条前向通路传递函数;

Δ ——流图特征式。

$$\Delta = 1 - \sum L_a + \sum L_b L_c - \sum L_d L_e L_f + \dots$$

式中: $\sum L_a$ 为所有单独回路增益之和; $\sum L_b L_c$ 为在所有互不接触的单独回路中, 每次取其中两个回路的增益乘积之和; $\sum L_d L_e L_f$ 为在所有互不接触的单独回路中, 每次取其中三个回路的回路增益的乘积之和。

Δ_k ——流图余因子式。它等于流图特征式 Δ 中除去与第 k 条前向通道相接触的回路增益项以后的剩余部分。即与第 k 条前向通路不接触部分的 Δ 值。

2.1.6 状态变量模型

状态变量模型是一种较完善的系统描述方法, 可以描述系统的内部信息。

1. 基本概念

(1) 状态的定义: 系统的状态是完全描述系统时域行为的一个最小变量组。

完全描述是指, 一旦给出了 $t \geq t_0$ 时的输入 $u(t)$ 和 $t = t_0$ 时这组变量的值, 就能利用这组变量间的关系确定 $t > t_0$ 时的系统的时域行为; 最小变量组是指这组变量是相互独立的。

(2) 状态向量: 组成上述最小变量组中的变量称为状态变量, 由状态变量构成的向量 $\mathbf{X}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dots \ x_n(t)]^T (t \geq t_0, t_0$ 为初始时刻, n 为正整数, 等于系统的阶数) 称为系统的状态向量或简称状态。

(3) 状态空间: 状态向量的取值空间称为状态空间。

(4) 状态轨迹: 对于某一确定的时刻, 状态向量表示为状态空间中的一个点。状态向量随时间变化构成状态空间中的一条轨迹, 这条轨迹称为状态轨迹。

(5) 状态变量的属性

① 状态变量可以完全地描述系统的时域行为。

② 状态变量的选取不是唯一的,事实上对任何给定的一组状态变量,其任意非奇异线性变换的结果,都可以作为系统的状态变量。因此,状态变量在系统的分析中是一个辅助变量,它可以是具有物理意义的量,也可以是没有物理意义的量。

③ 状态变量组中的状态变量是相互独立的。

(6) 状态空间描述或动态方程:由状态方程和输出方程组成。

状态方程是描述系统状态变量与系统输入之间的一阶微分方程组。用矩阵表示为

$$\dot{X} = AX + BU$$

A 称为系统矩阵, B 称为输入矩阵。

输出方程是描述输出变量与状态变量和输入变量之间关系的代数方程组。用矩阵表示为

$$Y = CX + DU$$

C 称为输出矩阵, D 称为前馈矩阵。

线性定常系统状态空间描述的结构为

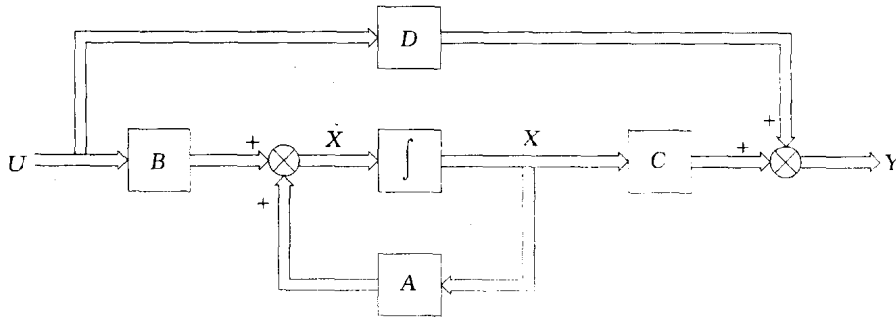


图 2-3

2. 建立动态方程的方法

(1) 根据物理系统建立动态方程:首先选择储能元件的变量作为状态变量,然后运用电学、力学或机械方面的知识列写系统的微分方程,最后整理成矩阵形式的动态方程。

应注意的问题是:第一,选择独立的储能元件的变量作为状态变量;第二,输出变量要能用所选择的状态变量线性表示,如果不能,需要增加状态变量。

(2) 根据传递函数建立动态方程

① 当传递函数为两多项式之比的形式时,

$$G(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0}$$

用 s^{-n} 乘分子和分母可得

$$G(s) = \frac{b_m s^{-(n-m)} + b_{m-1} s^{-(n-m+1)} + \dots + b_1 s^{-(n-1)} + b_0 s^{-n}}{1 + a_{n-1} s^{-1} + \dots + a_1 s^{-(n-1)} + a_0 s^{-n}}$$

运用梅逊公式可画出 $G(s)$ 相对应的相变量形式和输入前馈形式的信号流图,在信号流图中,分别令积分器的输出为状态变量,根据信号之间的关系建立动态方程。

注意:梅逊公式为