

高等学校教学用书

实验方法与测试技术

柳昌庆 编

煤炭工业出版社

8.82

内 容 提 要

测试技术是科学发展的成果，也是科学、技术发展的重要手段之一，因此，它在各个领域都得到飞速的发展。

本书的内容，主要是机械制造中常见的动态物理量的电测法，其中着重介绍了测试原理和机械测试中应用最多的振动、位移、力、噪声等测试方法，以及对试验数据的处理进行分析。本书可作为大专院校的教材，也可供有关专业技术人员工作时参考。

责任编辑 王 树 范

高等学校教学用书
实验方法与测试技术
柳昌庆 编

煤炭工业出版社 出版
(北京安定门外和平北路16号)
煤炭工业出版社印刷厂 印刷
新华书店北京发行所 发行

开本787×1092¹/₁₆ 印张 16¹/₄
字数 379千字 印数1—5,800
1985年5月第1版 1985年5月第1次印刷
书号15035·2716 定价3.00元

前 言

随着现代化科学技术的发展，无论从合理的设计机器结构或从进行有效控制的目的出发，测试技术越来越为人们所重视。

科学和工业技术同测试技术从来就是相互关联、相互推动的。掌握测试原理，正确选择测试方法和测试装置，进行必要的数据处理，是改善产品质量、推动工业技术发展、开展科学试验的重要手段。因此，采用先进的测试技术是科学技术现代化的重要标志之一。可以说测试技术既是创立科学理论、也是验证科学理论的手段。

本书研究的对象主要是机械制造中常见的动态物理量的电测法，以介绍测试原理为主要目标，结合机械测试中应用最多的振动、位移、力、噪声等的测试方法、以及对试验数据的处理，进行分析和论述。通过本课程的学习，使读者初步掌握多因素实验的设计方法及模型实验的转换规律。能够对上述领域的基本原理及测试方法有一个完整的概念，并具备一定的独立试验能力。

由于编者水平所限，本书必然存在错误或不当之处。请随时指正。

编 者

目 录

前 言

第一章 概论	1
§ 1-1 测量系统的组成及特点	1
§ 1-2 测量装置的选用	2
第二章 信号分析	3
§ 2-1 周期信号	3
一、傅利叶级数及周期信号的分解	3
二、周期信号大小的描述及量度	6
§ 2-2 非周期信号	9
一、非周期信号和傅利叶积分	9
二、信号的分析 and 处理	10
§ 2-3 随机信号	12
一、随机过程的一般关系	12
二、各态历经过程	13
第三章 测量装置的基本特性	17
§ 3-1 概述	17
§ 3-2 测量装置的特性	18
一、线性系统	18
二、测量装置的静态特性	18
三、测量装置的动态特性	19
§ 3-3 常见测量装置的动态特性	25
一、相似系统	25
二、常见测量装置的频率响应	26
三、常见测量装置的瞬态响应	27
四、频率响应时间常数固有频率和阻尼率的影响	30
第四章 传感器及其变换原理	32
§ 4-1 传感器的分类和性能要求	32
一、传感器的分类	32
二、传感器应具有的性能	33
三、线性度误差与量程扩展	34
四、可靠性问题	34
§ 4-2 电阻式传感器	35
一、电位器式传感器	35
二、电阻应变式传感器	36
§ 4-3 电感式传感器	39
一、可变磁阻传感器	39
二、涡流传感器	41
三、差动变压器式传感器	42

§ 4-4 电容传感器	43
一、电容传感器的工作原理	44
二、极距变化型电容传感器	44
三、面积变化型电容传感器	45
四、差动电容传感器	46
五、电容传感器的优缺点及应用范围	46
§ 4-5 压磁式传感器	47
§ 4-6 压电式传感器	48
一、压电效应	48
二、压电传感器	49
§ 4-7 光电式传感器	50
一、光电元件	50
二、外光电效应及光电管	50
三、内光电效应及光敏电阻	51
四、光生伏打效应及光电池	52
五、光电式传感器及其应用	53
§ 4-8 磁电式传感器	54
一、基本原理	54
二、传感器结构	55
§ 4-9 霍尔效应传感器	55
一、霍尔元件的基本工作原理	55
二、霍尔传感器及其应用	56
§ 4-10 热电效应	57
一、温差电势	57
二、接触电势	57
三、有关热电回路的一点结论	58
§ 4-11 位移—数字转换器	59
一、光栅位移传感器	59
二、感应同步器	64
三、磁栅传感器	69
第五章 记录和分析仪器	71
§ 5-1 光线振子示波器	71
一、光线振子示波器工作原理	71
二、振子和磁系统	73
三、光线示波器的一般使用程序	84
§ 5-2 函数记录器	87
一、函数记录器的工作原理	87
二、函数记录器的特点及应用	89
§ 5-3 磁带记录器	89
一、磁带记录器的构成及工作原理	90
二、磁带的记录方式	90
三、磁带记录器的应用	92
§ 5-4 分析仪器简介	94

一、模拟式分析仪	94
二、模拟数字混合式分析仪	95
三、数字式分析仪	95
第六章 数据处理与测量误差分析	97
§ 6-1 基本概念	97
一、误差与误差的分类	97
二、权与不等精度测量	98
§ 6-2 重复测量数据的数字特征	101
一、样本的数字特征	102
二、总体数字特征的估计和测量结果的表达	102
三、测量结果异常数据的取舍	103
§ 6-3 试验数据的表示法	105
一、经验公式与回归分析	105
二、直线拟合——一元线性回归方程	106
三、多元线性回归简介	110
四、图示法	114
§ 6-4 数据处理和电测误差分析方法	115
一、静态试验数据的特点和处理方法	115
二、动态试验数据的特点和处理方法	116
三、电测试验的误差分析	126
四、测量系统的标定	128
第七章 应力应变的测量	133
§ 7-1 电阻应变测试技术的基本原理	133
§ 7-2 电阻丝应变片的使用方法	133
一、应变片的灵敏度系数	133
二、应变片的横向效应及其引起的误差	134
三、电阻应变片的温度补偿	135
四、应变片的粘贴工艺	137
五、应变片的防潮	140
六、电阻应变片粘贴方位误差对测量精度的影响	141
§ 7-3 应变片的测量电路	143
一、直流电桥的输出	143
二、电桥的一些特性	145
三、测点的选择以及布片与接桥的一般原则	147
§ 7-4 电阻应变仪	149
一、电阻应变仪的工作原理	149
二、电阻应变仪的技术指标	151
§ 7-5 应力应变的计算方法	154
第八章 机械振动的测量	157
§ 8-1 概述	157
一、振动规律的描述	157
二、振动的类型	157
三、振动测量的分类	160

§ 8-2 测振传感器	160
一、相对式测振传感器的工作原理	161
二、惯性式测振传感器的工作原理	161
三、磁电式速度传感器	165
四、压电晶体加速度传感器	166
五、机械阻抗头	169
§ 8-3 振动信号处理仪器	170
一、振动计	170
二、频率分析仪	170
三、快速傅利叶分析仪(FFT)	171
§ 8-4 激振器	171
一、电动式激振器	171
二、电磁式激振器	172
三、电液激振器	174
§ 8-5 机械阻抗的测量	174
一、测量机械阻抗的方法	174
二、机械阻抗测定的目的	177
三、机械阻抗数据的分析方法	178
四、振型的测定	182
第九章 噪声的测量	184
§ 9-1 基本概念	184
一、噪声的基本物理参数	184
二、噪声的频谱	186
§ 9-2 噪声测量常用仪器	187
一、传声器	187
二、声级计	190
三、声级计的校准	190
§ 9-3 噪声测量方法	191
一、一般的现场测量	191
二、声功率的测量	191
三、噪声级的相加	192
四、控制噪声的基本途径	193
五、振动噪声的隔离	193
第十章 温度的测量	195
§ 10-1 温度和测温方法的分类	195
一、温标的基本概念	195
二、测温法分类	195
§ 10-2 接触式测温方法	195
一、热胀式温度计	196
二、电阻温度计	196
三、热电偶温度计	199
§ 10-3 非接触式测温方法	202
一、辐射温度计	202

二、红外测温	203
第十一章 激光测量	204
§ 11-1 激光准直测量	204
一、光电接收器	204
二、激光准直仪	205
§ 11-2 激光测速	205
§ 11-3 激光全息干涉计量技术	206
一、激光全息摄影原理及其系统	206
二、记录材料及其处理	209
三、全息摄影的运用及分析	209
四、全息摄影的应用情况	211
第十二章 试验的正交设计及量纲分析	213
§ 12-1 多因素试验的数学方法	213
一、正交设计的提出	213
二、用正交表安排试验	214
三、交互作用	216
四、正交表的方差分析	219
五、三水平正交表的运用	222
六、重复试验与重复取样	225
七、正交设计应用实例	229
§ 12-2 量纲和量纲分析	232
一、量纲单位及量纲分析的概念	232
二、 π 定理 (Buckingham定理)	234
附录: 部分测试系统图及数字表	240
一、部分测试系统图	240
二、数字用表	245

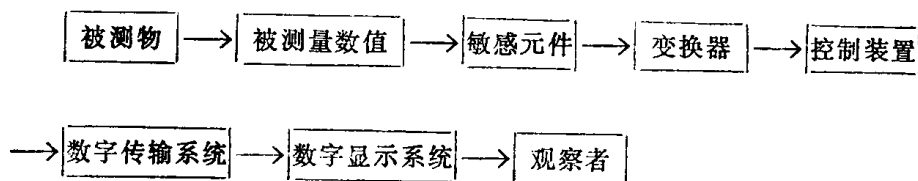
第一章 概 论

现代工业技术及科学研究中测试手段十分重要，涉及面很广，需要测量的参数非常多，然而大量参数很难用直接测量的方法获得。必须将它们的变化转换成另外某些参数的变化，对转换后的参数进行测量。目前广泛采用的方法是将各种非电量被测参数转换成电量进行测量。这种方法有一系列优点：

- 1) 可以将不同的被测参数转换成相同的电量，因而可以使用相同的测量和记录仪器。
- 2) 输出的电信号可以作远距离传输，有利于远距离操作和自动控制。
- 3) 采用电测法可以对变化中的参数进行动态测量，因此可以测量和记录其瞬时值及变化过程。
- 4) 易于同许多后续的数据处理仪器连用，从而能够对复杂的测量结果进行运算和处理。

§ 1-1 测量系统的组成及特点

一般的测试系统由以下测试单元所组成：



敏感元件是从被测物接受能量，并输出一定测量数值的器件。但这一测量数值总要受到测量装置本身的干扰。制造一个理想的测量装置一般是不可能的，好的测量装置只能使这种干扰减到最低限度。敏感元件所输出的信号是一些物理量如位移、电压等。

变换器又叫传感器、转换器、变送器等，它的作用是将被测参数转换成电量，并把它输送到控制装置中进行计算处理。根据其变换的工作原理分类，常用的有电阻式、电感式、电容式、磁电式、压电式、光电式、霍尔效应式等等。

控制装置的作用是对变换器输出的电信号进行测量计算，并使测量结果能在显示器上显示出来或者推动记录器把测量结果记录下来。控制装置中一般包括有电子放大器，将信号放大。此外根据变换器的类型和对测量结果的要求，有时在控制装置中还包括有振荡电路、整流回路、运算电路、脉冲电路等等。

显示系统是用来显示所测得的数据，一般分模拟显示和数字显示两种。前者一般用指针指示；后者用数字形式显示，是比较先进的显示方法。

在许多情况下，不仅需要获得被测参数的平均值或有效值，而且需要记录它的变化过程和瞬时值，用指示器无法达到此目的。这时必须使用记录仪将信号记录在纸上或磁带上，然后从记录纸上读取瞬时值和变化过程。记录仪器往往成为一种独立的通用部件，能够与不同的测量电路配合使用。

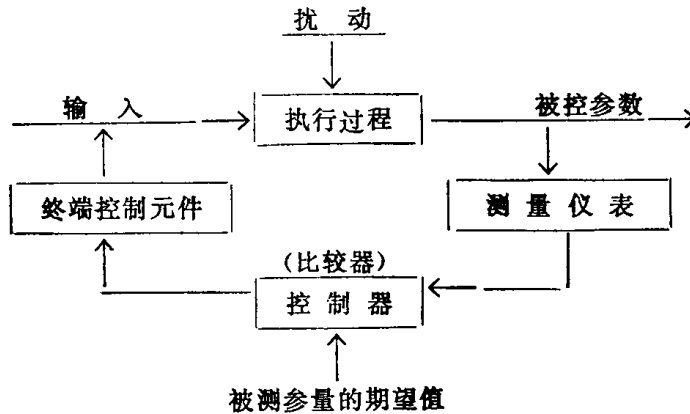
§ 1-2 测量装置的选用

1. 使用在监测过程中

测试仪器仅在某些条件下使用可以起监测作用。例如温度计、气压计、风速计就起着这样的作用，它们只是简单地指示出周围环境的条件，并不能起控制作用。

2. 使用在控制过程中

测量仪器使用的一个非常重要方面是用于组成自动控制系统。它的控制过程如下：



这种系统称为反馈控制系统，它可以控制一个变量。此一类型的实例很多，室内温度控制设备就是如此：温度控制仪表（经常是双金属元件）感受到室内温度，提供了控制系统所需要的信息。

3. 进行实验工程分析

在解决工程问题时，经常有两种方法，即理论方法和实验方法。至于使用哪种方法则取决于问题的性质。科学技术问题，只有假设和理论是不够的，还需要广泛的实验研究。只有把这两种方法互相结合起来使用才能获得较好的效果。

在选择测量装置时，还应当根据测试的目的和要求，尽量做到技术上合理，经济上节约。因为仪器的成本随它的精度以及适应恶劣工作条件能力的提高而急剧上升。此外误差理论指出，由若干仪器所组成的测量系统，其测量结果的精度取决于其中精度最低的环节。因此在满足一定测试精度和工作环境的条件下，应尽可能地选用相同精度的测试装置，而不应盲目地追求某些仪器的高性能指标。

第二章 信号分析

一般的测试工作大都包含以下共同的过程：即信号的获取、变换、放大、运算分析和显示记录。问题非常明显，要弄清测试技术所遵循的客观规律，就必须研究信号的种类和特征。因此信号分析就成为测试技术的重要课题之一。

§ 2-1 周期信号

一、傅利叶级数及周期信号的分解

描述周期信号的基本数学工具是傅利叶级数，根据傅利叶级数的理论，在满足狄里克雷条件下，任何一个周期为 T 的函数都可以展成由许多正弦谐波组成的傅利叶级数：

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t) \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (2-1)$$

式中

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos n\omega_0 t dt \quad (2-2)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin n\omega_0 t dt \quad (2-3)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad (2-4)$$

式 (2-1) 也可以用另一种形式来表示：

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_0 t - \theta_n) \quad (2-5)$$

$$C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad (2-6)$$

$$\theta_n = \arctg\left(\frac{b_n}{a_n}\right) \quad (2-7)$$

由式 (2-5) 可以清楚地看到，满足狄里克雷条件的周期信号，都可以分解为一个平均值为 $\frac{a_0}{2}$ 和无限多个成谐波关系的正弦成分。这些谐波成分的频率是基频 $\frac{1}{T}$ 的整数倍。各频率成分的幅值 C_n 和初相位 θ_n 由式 (2-6) 和 (2-7) 给定，并与时间 t 无关。序列 $C_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 称为函数 $x(t)$ 的幅值频谱。如图 2-1 所示，是由无限个彼此相隔 ω 的离散谱线所组成的，故称为离散频谱。

与此类似，序列 $\theta_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 称为函数 $x(t)$ 的相位频谱。

例：求图 2-2 所示的周期方波的傅利叶级数。

解：所给波形在一个周期 $\left(-\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}\right)$ 的表达式为

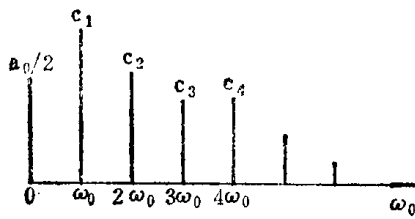


图 2-1 周期信号的幅值频谱

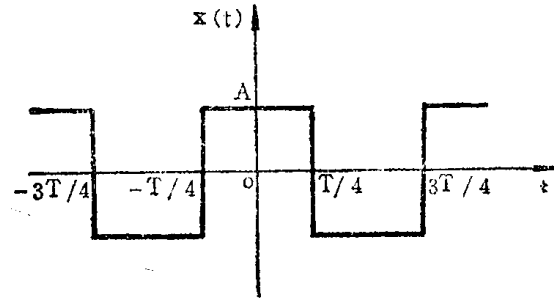


图 2-2 周期方波

$$x(t) = \begin{cases} -A & -\frac{T}{2} < t < -\frac{T}{4} \\ A & -\frac{T}{4} < t < \frac{T}{4} \\ -A & \frac{T}{4} < t < \frac{T}{2} \end{cases} \quad (2-8)$$

根据式 (2-2), (2-3) 和 (2-4) 得

$$\frac{a_0}{2} = 0 \quad b_n = 0$$

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{-T/4} (-A) \cos n\omega t dt + \frac{2}{T} \int_{-T/4}^{T/4} A \cos n\omega t dt + \frac{2}{T} \int_{T/4}^{T/2} (-A) \cos n\omega t dt \\ &= \frac{4A}{n\pi} \sin \frac{n\pi}{2} = \frac{4A}{n\pi} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \quad (n = 1, 3, 5, \dots) \end{aligned} \quad (2-9)$$

于是得

$$x(t) = \frac{4A}{\pi} \left(\cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t - \dots \right) \quad (2-10)$$

此周期方波的幅值频谱如图 (2-3) 所示, 各次谐波分量的幅值分别为基波幅值 $\frac{4A}{\pi}$ 的 $\frac{1}{n}$ 。

值得注意, 级数 (2-10) 收敛很慢, 因此需要用很多项 (例如 50 项以上) 的谐波才能构成一个较精确的方波, 从图 (2-4) 中可以看出取前四项和 前七项时所对应的波形与理论方波的差别。

实际上为了便于运算, 往往应用复数傅利叶级数展开式, 根据欧拉 (Euler) 公式, 正弦和余弦函数都可以写成复指数形式, 即:

$$\sin n\omega t = \frac{1}{2j} (e^{jn\omega t} - e^{-jn\omega t}) \quad (2-11)$$

$$\cos n\omega t = \frac{1}{2} (e^{jn\omega t} + e^{-jn\omega t}) \quad (2-12)$$

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n - jb_n}{2} e^{jn\omega t} + \frac{a_n + jb_n}{2} e^{-jn\omega t} \right)$$

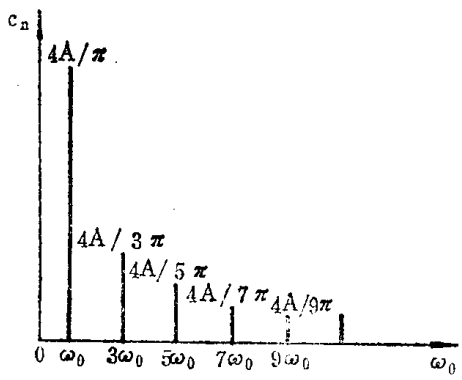


图 2-3 方波的幅值频谱

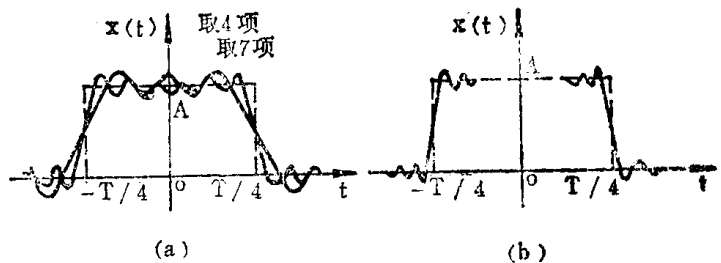


图 2-4 少数谐波与方波的差别

$$= c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (c_n e^{j n \omega_0 t} + c_{-n} e^{-j n \omega_0 t}) \quad (2-13)$$

式中 $c_0 = \frac{a_0}{2} \quad (2-14)$

$$c_n = \frac{1}{2} (a_n - j b_n) \quad (2-15)$$

$$c_{-n} = \frac{1}{2} (a_n + j b_n) \quad (2-16)$$

式中 c_n 与 c_{-n} 为共轭复数。

因
$$\sum_{n=1}^{\infty} c_{-n} e^{-j n \omega_0 t} = \sum_{n=-1}^{-\infty} c_n e^{j n \omega_0 t}$$

所以 (2-13) 式可改写成

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{j n \omega_0 t} \quad (2-17)$$

这就是傅利叶级数的虚数指数形式。将式 (2-3) 和 (2-4) 代入式 (2-15) 可得傅利叶级数的复数系数 c_n ：

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-j n \omega_0 t} dt \quad (2-18)$$

式中 n 在从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 范围中取整数值， c_n 也称为傅利叶级数变换。但若 $x(t)$ 是 t 的周期性偶函数即

$$x(t) = x(-t)$$

则 $x(t)$ 的傅利叶级数中只含有余弦项和常数项并可利用下式来计算系数 a_n 。

$$a_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} x(t) \cos n \omega_0 t dt \quad (2-19)$$

若 $x(t)$ 是 t 的周期性奇函数，即

$$x(-t) = -x(t)$$

则 $x(t)$ 的傅利叶级数只有正弦项，并且系数 b_n 可按下式计算

$$b_n = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} x(t) \sin n \omega_0 t dt \quad (2-20)$$

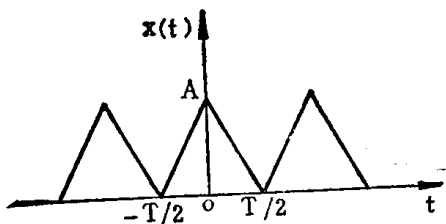


图 2-5 周期性三角波

例：求图 (2-5) 中周期三角波的傅利叶级数

解：因为 $x(t)$ 在一个周期中可表达为

$$x(t) = \begin{cases} A + \frac{2A}{T} t & -\frac{T}{2} \leq t \leq 0 \\ A - \frac{2A}{T} t & 0 \leq t \leq \frac{T}{2} \end{cases}$$

且满足 $x(t) = x(-t)$

故 $x(t)$ 是偶函数，只有余弦项，且：

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{4}{T} \int_0^{T/2} x(t) \cos n\omega t dt \\ &= \frac{4}{T} \int_0^{T/2} \left(A - \frac{2A}{T} t \right) \cos n\omega t dt \\ &= \begin{cases} \frac{4A}{n^2\pi^2} & n = 1, 3, 5, \dots \\ 0 & n = 2, 4, 6, \dots \end{cases} \end{aligned}$$

$$a_0 = A$$

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{n^2} \cos n\omega t \\ &= \frac{A}{2} + \frac{4A}{\pi^2} \left(\cos\omega t + \frac{1}{3^2} \cos 3\omega t + \frac{1}{5^2} \cos 5\omega t + \dots \right) \end{aligned}$$

二、周期信号大小的描述及量度

1. 周期信号的平均值均方根与平均功率

周期信号的瞬时值都是随时间而变的，计算和比较时甚为不便，为此应设法确定一个能充分代表它的特性的标准，上面讨论中已经涉及到一个量，即周期信号 $x(t)$ 在一个周期内的平均值，也就是傅氏级数展开式中的 a_0

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt \quad (2-21)$$

它只能描述信号的稳定分量而无法反映信号的波动分量，此外，信号的最大值也是唯一确定的。一般不能用周期信号的最大值来描述信号的大小（正弦信号除外），因为最大值仅仅表达了信号在某一瞬时的量值，没有涉及信号的时间过程。

描述信号大小的量，以信号的均方根值（有效值）最为合适，信号的均方根值 x_{rms} 就是 $x(t)$ 的均方值 x_{rms}^2 的正平方根，由下式来定义：

$$x_{rms}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt \quad (2-22)$$

其意义为，从理论上说就是在一个周期内在相等的时间间隔上测量出信号的幅值，将每点上的幅值平方，然后求出全部平方项的平均值。由于被测量是时间的连续函数，所以求和的过程就由积分来代替，只要取该平均值的正平方根便可求出。

$$x_{rms} = \left(\frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt \right)^{1/2} \quad (2-23)$$

根据巴什瓦 (Parseval) 等式有:

$$\begin{aligned} x_{i,v}^2 &= \frac{1}{T} \int_0^T |x(t)|^2 dt = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 \\ & \quad (n = 0; \pm 1; \pm 2 \dots) \end{aligned} \quad (2-24)$$

或者

$$\begin{aligned} x_{i,v}^2 &= \frac{a_0^2}{4} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2 \\ &= \frac{a_0^2}{4} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) = C_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) \end{aligned} \quad (2-25)$$

式中

$$c_0 = \frac{a_0}{2} \quad (n = 1; 2; 3; \dots)$$

因此得

$$\begin{aligned} x_{rms} &= \left[c_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) \right]^{1/2} \\ & \quad (n = 1; 2; 3; \dots) \end{aligned} \quad (2-26)$$

这些关系, 把信号的均方值或均方根值与傅利叶级数的系数联系在一起, 从而大大地方便了分析和计算。

尽管不是所有信号的均方值都具有功率的量纲, 但是在信号分析中却形象地称均方值为信号的平均功率 P_{av} 。

如果将信号 $x(t)$ 看成加在一个电阻值为一个单位电阻上的电压, 则 P_{av} 就表示了信号在一个周期中加在该电阻上的平均功率。从公式 (2-25) 可清楚地看出平均功率取决于平均值和各个频率分量的幅值 c_n 。因此周期信号的平均功率就等于各频率分量平均功率之和。

序列 $\frac{1}{2} c_n^2 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 称为周期信号 $x(t)$ 的功率谱。

2. 周期信号的相关性

相关性是描述两个时间函数 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 之间的相似程度。在系统的某一点上观察到的测量数据与同一系统另外一些点上观察到的数据互相比较有不同的方法, 用肉眼直接对数据进行判别是比较困难的。查阅时间记录可以得到数据之间定性度量关系, 但一般这种方法不能给出定量的结果。因此数学物理学家确立了两个时间函数 $x_1(t)$, $x_2(t)$ 之间相似程度的定量关系。

定义
$$R_{12}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} x_1(t) x_2(t + \tau) dt \quad (2-27)$$

为周期函数 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 的互相关函数。

τ 是在 $(-\infty, \infty)$ 中变化并与 t 无关的连续时间变量, 称为时间位移 (或延迟时间)。 $x_1(t)$ 是任一时刻 t 在 1 点观察到的信号值, $x_2(t + \tau)$ 是时刻 t 延迟 τ 时在 2 点观察到的信号的情况, 称为时间函数。改变 τ 就可以得到 1, 2 点的信号作为时间位移的函数关系。

图2-6是这种相关函数的典型例子, 可以看到, 当 τ 为零时, 两信号实际上没有关

系。但是当 τ 增大到某值时，很明显就存在一定的关系，当 τ 达到某一延迟时间 τ_0 时，它们之间的关系最强，相关函数 $R_{1,2}(\tau)$ 达最大值。其后 τ 值增大时，这种关系又减弱，直至为零。

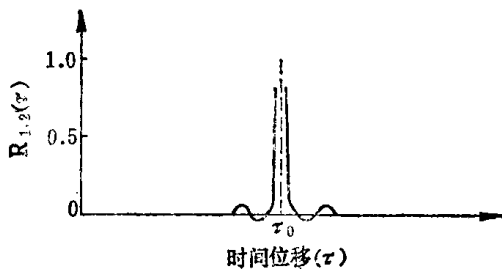


图 2-6 相关函数的例子

当 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$ 为周期函数时，应用傅利叶级数的知识还可将互相关函数作另外表示

将两周期函数分别用傅利叶级数表示：

$$x_1(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{n1} e^{jn\omega t}$$

$$x_2(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{n2} e^{jn\omega t}$$

式中

$$c_{n1} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_1(t) e^{-jn\omega t} dt$$

$$c_{n2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_2(t) e^{-jn\omega t} dt$$

代入式 (2-27) 式得

$$\begin{aligned} R_{1,2}(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_1(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{n2} e^{jn\omega(t+\tau)} dt \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{n2} e^{jn\omega\tau} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x_1(t) e^{jn\omega t} dt \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_{n2} \cdot \bar{c}_{n1} \cdot e^{jn\omega\tau} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega\tau} \end{aligned} \quad (2-28)$$

式 $c_n = c_{n2} \cdot \bar{c}_{n1}$ 而 \bar{c}_{n1} 是 c_{n1} 的共轭复数，式 (2-28) 表明周期函数的互相关函数也是一个周期函数。并且根据傅利叶级数得知

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R_{12}(\tau) e^{-jn\omega\tau} d\tau \quad (2-29)$$

即 c_n 是互相关函数 $R_{1,2}(\tau)$ 的傅利叶级数变换，由上所述不难看到，相关分析实际上包含三个步骤：

- 1) 取时间函数 $x_2(t)$ 的时间平移函数 $x_2(t+\tau)$ 。
- 2) 取 $x_2(t+\tau)$ 和另一个时间函数 $x_1(t)$ 的乘积。
- 3) 把此乘积在一个周期内对时间积分并平均之。

当 $x_1(t) = x_2(t) = x(t)$ 式 (2-27) 变成：

$$\begin{aligned} R(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t)x(t+\tau) dt \\ &= \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega(t+\tau)} dt \end{aligned}$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 e^{jn\omega\tau} \quad (2-30a)$$

$R(\tau)$ 称为 $x(t)$ 的自相关函数,同时从 (2-17) (2-18) 关于傅利叶级数变换的定义可知功率谱

$$|c_n|^2 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} R(\tau) e^{-jn\omega\tau} d\tau \quad (2-30b)$$

这就是说功率谱是自相关函数 $R(\tau)$ 的傅利叶级数变换。 $|c_n|^2$ 和 $R(\tau)$ 构成了傅利叶级数变换偶对。当 $\tau=0$ 时从 (2-30a) 得:

$$R(0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2$$

此式说明,自相关函数 $R(0)$ 就等于周期信号中的平均功率。

周期信号小结:描述周期信号的基本数学工具是傅利叶级数。傅利叶级数的各项都是基频的谐波。级数中各项系数表示该谐波分量的幅值,它们与时间无关。周期信号的均方值,即平均功率等于所有这些系数的平方和。周期信号的频谱都是离散的。两个信号之间的相关性是两个信号相似程度的量度。信号的自相关函数在 ($\tau=0$) 取得最大值,等于信号的平均功率,周期信号的相关函数也是周期函数。

§ 2-2 非周期信号

根据前述,周期信号一般可以分解为一系列正弦分量,它们的频率成简单整数比。反过来,两个或几个频率成简单整数比的正弦信号能够合成一个周期信号。但是任意频率的两个或多个正弦信号之和,不一定是周期信号,只有每一对频率之比都是有理数时,才是周期信号。这种由若干个频率比不是有理数的正弦信号合成的信号称为准周期信号,其幅值谱仍然是离散的,处理方法与周期信号一样。

除准周期信号之外的非周期信号都称为瞬变信号,今后讨论的非周期信号都是瞬变信号。

产生瞬变信号的物理现象很多。例如热源消除后物体的温度变化 (图2-7a), 末端受拉力的钢丝绳在 $t=C$ 断裂时绳中的应力 (图2-7b) 都是瞬变信号。

一、非周期信号和傅利叶积分

瞬变信号不能用傅利叶级数而必须用傅利叶积分来描述。如果把非周期信号看成周期趋于无穷大时周期信号的极限情况,这时傅利叶级数就变成傅利叶积分。

周期信号的频谱是离散谱,谐波分量仅存在 $n\omega$ (n 为整数) 点,相邻谐波之间的频率间隔为 $\Delta\omega = \omega$

$= \frac{2\pi}{T}$ 。当 $T \rightarrow \infty$, 则 $\omega = \Delta\omega \rightarrow 0$, 相邻谐波分量无限接近,离散参数 $n\omega$ 。可用连续变量 ω 来代替,离散频谱变为连续频谱,求和的运算可用积分运算来代替。由式 (2-17) 有

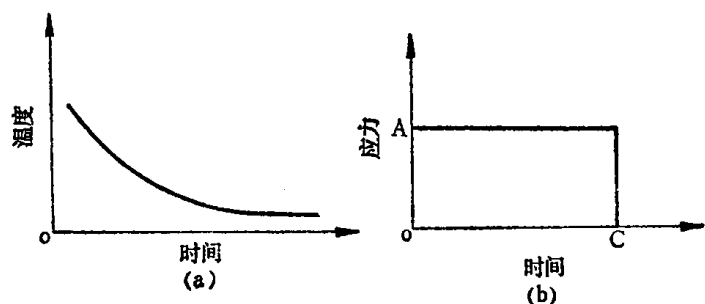


图 2-7 瞬变现象