



新世纪高等师范院校教材

中学数学教材教法

(修订二版)

第一分册 总论

主 编 赵振威
副 主 编 章士藻

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学数学教材教法. 第1分册, 总论/赵振威主编.
2版(修订版). —上海: 华东师范大学出版社, 2000
新世纪高等师范院校教材
ISBN 7-5617-1192-1

I. 中… II. 赵… III. 中学-数学课-教学法-师范大学-教材 IV. G633.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 25308 号

责任编辑 宋维锋
封面设计 高山

新世纪高等师范院校教材
中学数学教材教法(修订二版)
第一分册
赵振威 主编

华东师范大学出版社出版发行

(上海中山北路 3663 号)

邮政编码: 200062

新华书店上海发行所经销 浙江大学印刷厂印刷

开本: 890×1240 1/32 印张: 8.75 字数: 240 千字

2000 年 6 月第一版 2000 年 6 月第一次印刷

印数: 001—11 000 本

ISBN 7-5617-1192-1/O · 036

定价: 8.60 元

绪 言

中学数学教材教法是高等师范院校数学教育专业必修的基础课程。这门课程,要求学生掌握数学教材教法的基础知识、基本理论和教学基本技能,为教育实习和毕业后从事中学数学教学工作、开展教育科学研究作好必要的准备。为便于读者系统地学习和研究这门课程,这里对学习、研究这门课程的意义及其内容和方法作一概略的介绍。

§ 1 中学数学教材教法的重要意义

中学数学教材教法的重要意义,可以从科技的进步、经济的发展、人才的培养等各个不同的方面、不同的角度去认识。这里仅就学习、研究中学数学教材教法的重要性、迫切性和艰巨性,择要进行讨论。

1. 学习、研究中学数学教材教法的重要性

当今世界,人类知识的更新速度空前加快。据估计,19世纪的知识更新周期是80~90年,现在已缩短为15年,某些领先学科更缩短为5~10年。数学也是如此。美国文摘性杂志《数学评论》每年摘录的论文正在逐年增加,1960年不到8000篇,而1980年已超过50000篇。今日的数学已不仅是一门科学,而且是一种普适性的技术,正广泛地渗透到物质世界的各个领域,对科学技术和社会经济的发展起着越来越重要的作用。

面对新形势的挑战,要培养跨世纪的人才,使学生更好地掌握现代数学知识,必须优化教学内容和教学过程,重视直觉思维、逻辑推理、精确计算、准确判断、知识创新等能力的培养和智力的开发,给学习者以开启数学大门的钥匙。从一定意义上说,学习和研究中学数学

教材教法,可以有效地帮助人们实现以上目标.

本世纪 50 年代末期,风靡全球的“新数”(New Math)运动也正是在上述背景下兴起的.这就生动地表明,要建设现代化的国家,必须拥有现代化的科学技术;要拥有现代化的科学技术,必须掌握现代化的数学;而要掌握现代化的数学,必须创立现代化的中学数学教材教法.

2. 学习、研究中学数学教材教法的迫切性

原国家教委制定的九年制义务教育课程计划和各学科教学大纲,已于 1993 年秋季在全国试行,为了适应新的形势,教育部正在着手制定新的国家数学课程标准,对基础教育提出了新的要求.然而,从中学数学教学的现状来看,还存在着不少问题.在教学思想上,没有完全从“应试教育”的束缚中解放出来,对于数学的实际应用,尚未引起足够的重视;在教学内容上,存在着内容陈旧、知识面窄、偏深偏难等不足;在教学方法和教学手段上,也还没有完全摆脱“教师以板书、讲解为主,学生以听课、解题为主”的传统模式.为了适应新的要求,全面推进素质教育,切实解决当前数学教学中存在的问题,学习和研究中学数学教材教法显得更加迫切.

一般说来,长期从事数学教学的教师,尚需要学习、研究教材教法的新理论和新成果,正确理解现行教学大纲和教材内容的精神实质,不断改进教学方法,才能取得良好的教学效果.对于师范院校数学教育专业的学生来说,要想胜任未来的中学数学教学工作,成为一名合格的中学数学教师,不仅要学好数学专业知识,掌握数学思想方法,提高数学应用能力,更应该努力学习、研究中学数学教材教法,懂得数学教学理论,熟悉数学教材体系,掌握数学教学方法,不断提高数学教学能力.

3. 学习、研究中学数学教材教法的艰巨性

中学数学教材教法是一门综合性的、独立的边缘学科,也是一门实践性很强的发展中的理论学科,它既要受到众多相关学科发展的制约,又有待于本学科的进一步发展和完善.从一般意义上说,理想的数学教材教法应当具有科学的概念、范畴和体系,科学的认识论和

方法论. 显然, 目前还没有完全达到这样的要求, 还有许多重大问题亟待人们去研究, 完成填补空白的工作. 这里既需要从实践上升到理论, 也需要以正确的理论指导实践. 因此, 就学科特点而论, 学习和研究中学数学教材教法是一项长期而艰巨的任务.

当前, 中学数学教材教法正处在逐步完善之中, 需要我们不断探索, 不断实践. 作为培养中学数学师资的高等师范院校, 必须抓住机遇, 深化改革, 面向现代化, 面向世界, 面向未来, 努力推进中学数学教材教法的课程建设.

§ 2 中学数学教材教法的研究内容

中学数学教材教法是以中学数学教学的全过程作为主要研究对象的. 它所研究的基本内容, 主要有以下几个方面:

- (1) 中学数学的教学目的及其确定.
- (2) 中学数学的教学内容及其安排.
- (3) 中学生学习数学的心理分析和有效的学习方法.
- (4) 中学数学的教学原则、教学方法、教学手段及其在教学过程中的具体运用.
- (5) 逻辑方法、思维方法和数学思想在数学教学过程中的具体运用.
- (6) 中学数学基本能力的分析与培养.
- (7) 中学数学教学工作及其具体方式、方法.
- (8) 中学数学的教学研究与教学改革.

以上内容是就中学数学教学的整体而论的. 从局部看, 还应包括中学数学各部分教学内容的教学目的、教学特点的具体分析, 以及典型教学经验的系统总结、教与学个案研究等.

§ 3 中学数学教材教法的研究方法

我们知道, 马克思主义哲学是科学的哲学, 它在科学地总结和概

括各门具体科学的基础上,揭示自然、社会和思维发展的普遍规律,使唯物主义和辩证法统一贯穿于整个体系之中.因此,从认识论和方法论上来分析,研究中学数学教材教法,必须坚持以马克思主义哲学作指导,全面、准确地运用唯物辩证法的立场、观点和方法去分析问题和解决问题.

在唯物辩证法的指导下,根据学科的特点,研究中学数学教材教法,一般应注意以下几点:

1. 深入实际,分析、研究当前中学数学教学的经验和教训

中学数学教材教法是一门发展中的学科,它需要不断充实新的内容,不断更新原有理论.而在中学数学教学的实践中,面对不断出现的新问题,孕育了不少成功的经验和失败的教训,其中不乏可供提炼出新理论的思想火花.所以,从实际出发,深入调查研究,科学地分析、总结当前中学数学教学的经验和教训,是完善和发展教学理论的基本途径.

2. 恰当运用相关学科的新思想、新方法、新理论

中学数学教材教法是一门综合性的边缘学科.从科学认识上来考察,这门学科的研究工作,可以而且必须综合运用诸相关学科的基本原理,特别是哲学、教育学、心理学、逻辑学、思维科学、系统科学、计算机科学等方面的新思想、新方法、新理论,以帮助我们拓宽视野,思考和解决数学教学中的有关问题.当然,在运用这些新思想、新方法、新理论时,不应当满足于用数学教学实例来说明其合理性,更重要的是要经过恰当的加工,融汇到数学教学中去,成为教材教法的有机组成部分.

3. 大力开展教学实验研究活动

中学数学教材教法是一门实践性很强的理论学科.就本源而论,教学实践活动是教材教法理论的源泉,是教材教法理论发展的动力,也是检验教材教法理论真理性的标准.因此,有目的、有计划地开展教学实验活动,是研究中学数学教材教法的基本方法.

当前,在中学数学教材教法的研究中,还存在着理论研究和实验研究相脱节的现象.一些实际教学工作所进行的教材教法研究,从

经验出发说明一些数学教学规律的,缺乏一定的理论深度;数学教学理论工作者所进行的研究,限于理论上的阐述,缺少相应的实践基础.从发展眼光看,数学教学中的许多重大课题,如课程设计问题、教学的最优化问题、能力的培养问题、数学的认知结构问题、计算机辅助教学问题、考试命题科学化问题、减轻学生负担问题等,都需要把理论研究和实践研究更进一步地结合起来,相互补充,相互为用,才能取得良好的效果.

第一章 中学数学的教学目的和内容

要当好中学数学教师,必须正确理解中学数学的教学目的,全面掌握中学数学的教学内容.为此,必须熟悉数学的对象和特点,弄清确定教学目的和内容的依据,了解国内外中学数学教学改革的概况.

§ 1 数学的对象和特点

一、数学的对象

数学,由于实践活动的需要,在古代便已经产生了,现在已发展成为一门分支众多、体系庞大、用途极广的科学.

由于数学在发展过程中不断取得新的成就,内容愈来愈丰富,人们关于数学的对象的认识,也在不断地深化和更新.

19世纪下半叶,恩格斯对数学的对象给出了如下的定义,纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系,所以是非常现实的材料.同时指出,为了能够从纯粹的状态中研究这些形式和关系,必须使它们完全脱离自己的内容,把内容作为无关重要的东西放在一边;这样,我们就得到没有长宽高的点、没有厚度和宽度的线、 a 和 b 与 x 和 y ,即常数和变数.

这就是说,作为数学研究对象的“空间形式”和“数量关系”,在本质上是辩证的:从其自身来说,数学对象并非独立存在,而只是抽象思维的产物;但就其内容而论,则又具有一定的客观性.从而,数学对象就是抽象性(主观性)与客观性的辩证统一.同时,正因为数学具有明确的客观意义,数学知识就具有一定的稳定性;又由于数学的认识是人类整个认识活动的一个侧面,因此数学必将随着人类实践的发展而得到不断的发展.

恩格斯的上述定义,对于以代数、几何与分析为主体的早期数

学,确实是很恰当的概括,曾被数学界广为接受,并认为是一个精辟的科学论断.然而,20世纪数学的发展,显得有必要对恩格斯所作的定义加以补充和发挥.

本世纪50年代,苏联数学家亚历山德罗夫在其《数学概观》中写道:“在恩格斯写《反杜林论》的时候,即在1876~1877年,非欧几何学和多维空间几何学刚刚在数学家之间得到承认,群论刚刚形成,集合论刚刚产生,而数理逻辑仅仅萌芽.所以可以理解,数学发展的新阶段的特点不能由恩格斯详尽地描述出来;但虽然如此,我们在他的论断中也可以找到对于理解这些特点的指示.”

事实上,恩格斯在《自然辩证法》中还有关于数学的更具有普遍性的论断,他指出:“数学是数量的科学;它从数量这个概念出发.”我国数学界曾就这一提法进行过讨论.著名数学家关肇直查考了“数量”一词的德文原文(Quantitat),主张将译文改为“数学是量的科学”,并于1957年建议把数学定义为“研究现实世界中量的关系的科学”.当时,虽有非议,觉得“量”的概念不太确定,但许多数学工作者都赞同这个定义,并且认为,这里所说的量,既包括来源于现实世界空间形式和数量关系的量,又包括通过数学思维合理地推导出来的或构想出来的一切可能的量、想象的量(如虚数等);对于量的关系,则应包括量的变化、以及各种变量之间的关系.

“数学是量的科学”或“数学是研究量的关系的科学”,当时看来是对数学的对象的一种较为恰当的概括.但在我国数学界,渐渐地有更多的人提出了不同意见,认为把数学的研究对象都归结为量和量的关系,未免过于笼统,未必是一种很好的定义.也有人提出由于把空间形式淹没在量的概念之中,以致难以突出空间形式的重要性,使中学和大学的几何课程得不到应有的重视.不少学者认为,不如仍然引用恩格斯的论断:“纯数学的对象是现实世界的空间形式和数量关系”,只要对“空间”和“数量”作广义的理解.空间不只是三维空间,还有 n 维、无穷维以及具有某种结构的抽象空间;数量也不仅是实数,而且是向量、张量,甚至是具有代数结构的抽象集合中的元.这样,尽管还有一些重要篇章如数理逻辑等不能完全包括进去,恩格斯的论

断基本上还是包含了数学的主要内容。正是出于这样的考虑,《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲》在叙述数学的对象时,还是引用恩格斯的这个定义。

近几年来,我国数理逻辑学家胡世华首先指出,恩格斯在《自然辩证法》一书中,还有一个值得重视的提法,即:数学——一种研究思想事物(虽然它们是现实的摹写)的抽象的科学。把数学的研究对象看作一种思想事物,这对数学的性质和特点是一种很好的刻画,抓住了数学的本质特征。数学的对象已是经过人的思维加工的思想事物,一种人对自然界的概括和认识,然而它们具有客观性。

现在,关于数学的对象仍存在多种见解,这方面的讨论还在继续进行。例如,法国的布尔巴基学派认为,“数学,至少纯粹数学,是研究抽象结构的理论”;前苏联的一些学者提出,数学的研究对象是“客观世界和主观世界的数量关系和结构关系”;我国数学家丁石孙教授认为:“数学的研究对象是客观世界的和逻辑可能的数量关系和结构关系”;等等。看来这些看法都是从各个不同的侧面,对数学的对象作了较好的概括,在本质上是矛盾的。

二、数学的特点

在我国,直至 20 世纪 80 年代,一些著作在谈到数学的特征时,一般仍引用前苏联名著《数学——它的内容、方法和意义》中的提法,把数学的特点归结为三性:抽象性、精确性和应用的广泛性,只是在具体解释上,比原著更趋合理。

1. 抽象性

任何一门科学,都具有抽象性的特征。但是,数学的抽象,在对象上、程度上都不同于自然科学和社会科学的抽象。

首先,数学的抽象撇开对象的具体内容,仅仅保留空间形式或数量关系;这些形式和关系,已是一种形式化的思想材料,或者就像现代数学家所说的一种抽象结构。例如,世界上本来并没有“二次方程”,它是人们从现实世界数量关系中抽象出来的思想材料。没有人,就不会有自然数、方程式、函数和勾股定理,也就没有数学的研究对象。与此相对照的是,没有人固然没有原子物理学,但原子还是客观

地存在于人脑之外的现实中。

其次,数学的抽象是逐步发展的,它达到的抽象程度大大超过了自然科学中的一般抽象.从直接概括现实对象属性的抽象,到拓扑空间、一般代数系统、算法等高水平的抽象,都是从简单到复杂、从具体到抽象这样不断深化的过程。

因此,数学的抽象性不仅表现在广度上,而且表现在不同层次的深度上.恩格斯称数学是一种研究思想事物(虽然它们是现实的摹写)的抽象的科学,这是对数学抽象性的深刻概括。

2. 精确性

数学的精确性,指的是数学具有逻辑的严密性和结论的明确性。

数学的对象是形式化的思想材料,它的结论是否正确,一般不能像物理等学科那样,借助于可重复的实验来检验,而主要地要靠严格的逻辑推理和一丝不苟的计算,使得每一数学结论不可动摇.爱因斯坦关于欧几里得几何曾说:“世界第一次目睹了一个逻辑体系的奇迹,这个逻辑体系如此精密地一步一步推进,以致它每一个命题都是绝对不容置疑的——我这里说的是欧几里得几何.推理的这种可赞可叹的胜利,使人类的理智获得了为取得以后成就所必需的信心。”

当然,逻辑的严密性不是绝对的,在数学中也不能事事处处都要求逻辑的严密性.例如,欧几里得的《几何原本》,在当时曾被作为逻辑严密性的一个典范,但后来人们逐渐发现,《几何原本》中的有些定义是不自足的,有些定义是多余的,有些定理的证明是不严格的,在证明过程中常依赖于图形的直观,缺乏严密的逻辑根据.因此,2000多年以后,德国数学家希尔伯特又逐步建立了更严密的希尔伯特公理体系.又如,微积分刚建立的时候,逻辑上是很不严密的,然而其结论是正确的,获得了惊人的有效应用;直到后来,经过数学家很长时间的的努力,才给微积分建立了严密的理论基础。

类似《几何原本》和微积分这样的事例,在数学中还有很多,不过逻辑上的不严密只能是暂时的(虽然可能是上百年、上千年).所以,数学与其他科学相比较,它还是以具有逻辑的严密性而著称。

3. 应用的广泛性

数学的抽象性,保证了它的应用的广泛性.数学所研究的量及其关系,不只存在于某一特定的物质运动形态中,而是普遍存在于各种物质运动形态之中,因而它必然地能够应用于各种物质运动形态的研究,成为各门科学发展的共同工具.例如,同一个拉普拉斯方程,既用来表示热平衡态,溶质动态平衡,弹性膜的平衡位置,也可表示静态电磁场,真空中的引力势等等.

本世纪50年代末,著名数学家华罗庚在其《大哉数学之为用》一文中,曾精彩地论述了数学在“宇宙之大,粒子之微,火箭之速,化工之巧,地球之变,生物之谜,日用之繁”等各方面的应用,生动地说明,一切科学技术原则上都可以用数学来解决有关的问题.60年代以后数学的若干重大应用,进一步表明了某些重要问题的解决,除数学外,用任何其他方法、仪器和手段,都会一筹莫展.

近几年来,不少数学家对传统的“三性”进行商榷,又提出了数学的语言性、幽美性等特征.

4. 语言性

数学之所以重要,还在于它的通用、精确、简明的科学语言.

作为知识体系的科学,必须用语言表达.最初是日常生活语言;后来,为了精确和清晰,使用符号语言(如化学符号和化学方程式)、图形语言(如工程设计中的图纸).但是这些语言都只能在各自领域中发生作用.唯有数学语言,它是一切科学都使用的语言.一门学科使用数学语言越多,表示这门学科越成熟.

人们在科学交往中,常常需要用最少、最明确的语言传递最大量、最准确的信息.数学语言没有含糊不清或者产生歧义的缺点,并且也是一种速记语言.正因为如此,数学语言是世界上使用最为广泛的语言.以至人们试图把勾股定理 $a^2 + b^2 = c^2$ 作为星际生物间通讯的语言.

5. 幽美性

这是美籍华裔数学家王浩在其《从数学到哲学》中提出来的,书中对这一特征未作详细解释.一般的理解是:数学从表面上看好像是枯燥乏味的,然而它却具有一种隐蔽的、深邃的美,一种理性的美.数

学语言的简洁美,数学定理的和谐美,数学理论的统一美,数学推理的逻辑美,数学构思的创新美,在数学中都有充分的体现。

从数学的实践看,幽美性也是数学真理性的一种间接反映,在数学发展中起到积极的作用.例如,数学家常常依据美学的考虑来决定自己的研究方向,对某些抽象的数学理论进行评价。

数学的上述特点是就其总体而论的,对于现代数学来说,还有以下三个新的特点:数学内部各分支间的相互渗透;数学与其他学科的相互渗透;数学与电子计算机技术高度融合.这方面的内容,这里就不作详细展开了。

§ 2 中学数学的教学目的

一、确定中学数学教学目的的依据

中学数学教学目的,是中学数学教学方向和性质的表征,也是数学教学活动,即包括组织教学内容、确定教学要求、选择教学方法、进行质量评估、决定考试命题等在内的一切数学教学活动的依据.科学地确定中学数学的教学目的,对于提高数学教学的质量,具有重要的指导意义。

确定中学数学教学目的,主要依据有以下几个方面:

1. 党的教育方针

确定学科的教学目的,首先必须服从党的教育方针,确立教育必须为社会主义建设服务的根本指导思想。

2. 普通中学的性质和任务

普通中学的教育,是小学教育的继续,仍然是基础教育,而不是专业教育.它的任务是根据党的教育方针,为国家培养合格的劳动后备力量,以及为高一级学校输送合格的新生。

因此,在确定中学数学教学目的时,必须充分考虑中学教育的双重任务,传授给学生以参加生产劳动或升入高一级学校所必需的基础知识和基本能力。

3. 数学的特点

党的教育方针、普通中学的双重任务,是确定中学数学教学目的的原则依据,在研究具体的目的要求时,还应当充分注意数学自身的特点。

今日的数学兼有科学与技术两种品质.数学对国家的贡献,不仅在于国富,而且还在于民强.数学给予人们的不只是知识,更重要的是能力,这种能力包括直觉思维、逻辑思维、精确计算、准确判断和求异创新.因此,数学在提高全民族的科学水平和文化素质中处于十分重要的地位.这就表明,数学应是中学教育乃至高等教育的重要学科之一;在中学向学生传授以参加生产劳动和进一步学习所必需的数学基础知识,应是数学教学的重要目的之一。

同时,数学的概念、理论和方法,都是从现实世界抽象出来的,是非常现实的材料;并且,数学的发展,又是事物内部矛盾运动的结果,数学的各种规律,是辩证法在数学中的具体表现.所以,数学本身具有坚实的客观基础和丰富的辩证性质,是辩证的辅助工具和表现形式.这就从本质上决定了,在数学教学中,应充分利用有关的数学材料,对学生进行辩证唯物主义的教育。

4. 学生的年龄特征

在确定中学数学教学目的时,还须慎重考虑学生的年龄特征.这在一定程度上决定着知识、能力的深度和广度。

中学教育的对象是青少年.在生理上,他们正处在从童年向青年的过渡,这是生长发育最为迅速的时期,身体各部分都在迅速成长.特别是思维器官的成长,给发展思维能力,并把思维能力提高到一个新的水平,提供了物质基础和可能性.在心理上,也处在发展之中,无论兴趣爱好、个性品质、行为习惯和世界观,都有很大的可塑性.从教育、教学角度看,主要地表现为自立意识增强,兴趣趋向广泛、深入,思维趋向科学.因此,在数学教学中,如果对基础知识和基本能力的要求过高,就会造成学生负担过重,达不到预期的目的;如果要求偏低,就会损害学生的积极性,也会给人才培养带来损失。

二、中学数学的教学目的

中学数学的教学目的,是根据中学教育的任务和培养目标、中学

数学所能起的作用,对中学数学在基础知识、基本技能、基本能力以及个性品质和世界观等方面所应该完成的任务作出的规定。

《九年义务教育全日制初级中学数学教学大纲》(试用)规定,初中数学的教学目的是:

“使学生学好当代社会中每一个公民适应日常生活、参加生产和进一步学习所必需的代数、几何的基础知识与基本技能,进一步培养运算能力,发展逻辑思维和空间观念,并能够运用所学知识解决简单的实际问题.培养学生良好的个性品质和初步的辩证唯物主义的观点。”

上述教学目的,概括起来就是三句话:学好双基,培养能力,进行思想教育.下面就这三个方面,对初中数学的教学目的作进一步的讨论.

1. 关于基础知识和基本技能

“使学生学好当代社会中每一个公民适应日常生活、参加生产和进一步学习所必需的代数、几何的基础知识与基本技能”,这是《大纲》对应该学习什么样的基础知识和基本技能,以及应该达到什么样的要求所作的规定.这个规定反映了普通中学基础教育的性质和就业、升学的双重任务,也反映了时代特征和社会需要.它为确定基础知识和基本技能规定了一个明确的基本标准,也为确定教学要求规定了一个总的要求.

初中数学的基础知识,是指初中代数、几何中的数学概念、数学规律以及由其内容反映出来的数学思想方法.正确理解数学概念是掌握数学知识的前提,而牢固掌握定律、性质、公理、定理、公式、法则等数学规律和数学思想方法,则是学好数学的必要条件.

技能是指通过练习而获得的能够在实践中运用知识的一种能力.从心理学上来分析,技能是人们在实践中为了完成某种任务,按照一定的程序与步骤,把许多动作,包括一些内在的智力活动,组成一个较为稳定的动作系统,一般可分为动作技能和心智技能两种.初中数学的基本技能,主要是指与基础知识相关的运算、作图或画图、进行简单的推理.

掌握基础知识是掌握基本技能的前提;在掌握基本技能的过程中,又能加深对基础知识的理解.在实际应用中,既需要基础知识,也需要基本技能,因此,两者必须同样重视,不可有所偏废.

2. 关于能力

“进一步培养运算能力,发展逻辑思维能力和空间观念,并能够运用所学知识解决简单的实际问题.”这是《大纲》从数学的对象和特点出发,对初中数学教学在能力方面所应达到的目的作出的规定.运算能力、逻辑思维能力和空间观念,是与数学密切相关的三种特殊能力,培养这些特殊能力的最终着眼点,是要使学生能够运用所学知识解决简单的实际问题.

逻辑思维能力,是正确、合理地进行思考的能力,它在能力培养中占有主要地位.初中数学教学中,发展学生的逻辑思维能力,主要是逐步培养学生会观察、比较、分析、综合、抽象和概括;会用归纳、演绎和类比进行推理;会准确地阐述自己的思想和观点;形成良好的思维品质.

必须指出,数学需要和可能培养的思维能力,并非只是逻辑思维能力.比如联想、想象、直觉、顿悟等涉及形象思维和灵感思维的能力,对于发展思维的创造性,具有十分重要的作用,在初中数学教学中同样需要有意识地加以训练和培养.

运算能力,是思维能力与运算技能的结合,即不仅会根据法则、公式等正确地进行运算,而且理解运算的算理,能够根据题中的条件,寻求合理、简捷的运算途径.

空间观念的内容与空间想象力相同,只是程度较低.主要是:能够由形状简单的实物想象出几何图形,由几何图形想象出实物的形状;由比较复杂的平面图形分解出简单的、基本的图形;在基本的图形中找出基本元素(点、线段、角和弧等)及其关系;能够由条件作出或画出图形.

解决实际问题,是指能够解决带有实际意义的和相关学科中的数学问题,以及解决生产和日常生活中的实际问题.在解决实际问题中,要使学生受到把实际问题抽象成数学问题的训练,逐步培养他们