

天骄之路中学系列



2002

# 最新中考状元 易错题宝典

数学

张轶群 马子明 主编  
中考命题研究组 审定



机械工业出版社  
China Machine Press

# 中考宝典

*Zhong Kao Bao Dian*

天骄之路中学系列

《最新中考状元易错题宝典》丛书

语文 数学 英语

物理 化学

ISBN 7-111-09276-7



9 787111 092766 >

PDG

ISBN 7-111-09276-7/G · 377

定价:13.00元

天骄之路中学系列

# 最新中考状元 易错题宝典

## 数 学

张轶群 马子明 主编  
中考命题研究组 审定



机械工业出版社

PDG

## 内 容 提 要

本书是北大附中、清华附中等全国著名重点中学中考状元们“易错题本”菁华的汇总。参编人员均是上述重点中学的特高级教师。本书采用典型例题分析、讲解的办法,可达到以点带面、掌握知识、培养能力的目的,既可指导考生临阵应考,又可帮助学生系统、完整地进行总复习;既能达到快速复习的目的,省时省力,又能使学生直接得到辅导教师的精心指导。本书既适合参加2002年中考的考生,又适合初一、初二学生平时训练和备考之用。

“天骄之路”已在国家商标局登记注册,任何仿冒或盗用均属非法。

本书封面均贴有“天骄之路系列用书”激光防伪标志,凡无此标志者为非法出版物。盗版书刊因错漏百出、印制粗糙,对读者会造成身心侵害和知识上的误解,希望广大读者不要购买。盗版举报电话:(010)62750867,62750868。

欢迎访问“天骄之路教育网”(http://www.tjzl.com),以获取更多信息支持。

版权所有 翻印必究

### 图书在版编目(CIP)数据

最新中考状元易错题宝典.数学/张轶群,马子明主编.—北京:机械工业出版社,2001.8

(天骄之路中学系列)

ISBN 7-111-09276-7

I. 最… II. ①张…②马… III. 数学课—初中—解题—升学参考资料  
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 054906 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑:朱华 版式设计:刘津

封面设计:蒲菊祥 责任印制:何全君

中国建筑工业出版社密云印刷厂印刷·机械工业出版社出版发行

2002 年 1 月第 1 版·第 4 次印刷

850mm×1168mm/32·13.25 印张·477 千字

定价:13.00 元

凡购本书,如有缺页、倒页、脱页,由本社发行部调换

本社购书热线电话(010) 68993821、68326677-2527

## 编写说明

在学习的过程中,同学们可能遇到过一错再错的现象。究其原因,多数是由于在学习中不求甚解,不注意总结积累所致。那么,该怎么办呢?实践证明,自编一本“错题集”是避免做题一错再错的最好办法。

所谓“错题集”,顾名思义,是指每次考试或测验之后,将做错的试题记录下来,分析错误,找出原因,使自己以后不再犯同样的错误。

在多年的教学实践中,我们发现:如果学生在平时学习中重视这一环节,及时总结得失,对学习效果具有举足轻重的作用。特别是进入初三复习阶段,大量的练习,题海浩瀚,如果想把所有做过的练习全部复习一遍,一则时间不允许,二则眉毛胡子一把抓,抓不住重点。如果你手头有一本“错题集”,复习时主要看曾经做错的练习,针对考试中暴露出来的问题再进行认真分析,弄清原因,脑海里就会留下深刻的印象,再加上学而时习之,何愁不能避免错之再三的现象?

无独有偶。据许多考上北大附中、清华附中等重点高中的中考状元们透露,他们在中考复习中一个最重要的致胜法宝即是建立这样一个“易错题本”,该题本不仅总结归纳了他们在平时复习、练习、测验、模考中容易犯错、命题新颖、实战性强的典型习题及解题思路,而且还涵盖了诸状元在涉猎大量课外辅导资料、报刊的过程中搜集到的经典题目。这种“易错题本”与众不同之处在于:①覆盖面广,②选材独到,③针对性强,④区分度大,⑤切题率高,⑥实用性好。正因为如此,众多中考状元们在中考复习中事半功倍,受益匪浅,避免了许多弯路及回头路,从而大大提高了资料的利用率和复习效果,进而在中考中一举夺魁。

本书正是这些状元们许许多多“易错题本”的浓缩精华,为全国各种类似题典的首创。它有以下显著特点:

1. **状元经验、有的放矢。**本书荟萃了北大附中、清华附中中考状元们的中考复习经验及应试秘诀,它不仅是状元们各自考前复习方法的精要总结,而且引述了大量的实例、精题及解题技巧,有助于广大考生在初三学期一开始就循着他们曾经一度辉煌的学习技巧、应试秘诀、复习心得走下去,避免不应有的弯路、折回路及险路。

2. **紧扣考纲、瞄准热点。**本书所有题目覆盖了考试说明中的全部考点,并充分体现了考试说明中对各考点能力的要求层次,为考生提供系统、全面、科学的知识网络和复习精要。体现近几年来中考改革的最新特点,把握最新考试命题趋向,题型选择新颖、典型、精当,使考生准确把握“考什么”和必须“会什么”。

3. **信息丰富,针对性强。**本书绝大部分选择题、填空题不仅有答案,还列出分析过程。部分解答题附有详尽的计算式推理过程,在此之前有扼要的“精析”,在

PDG

· III ·  
5/11/12/08

此之后有画龙点睛的“说明”。“精析”点拨解题思路,启发思维;“说明”指出解题要点、疑难点、失分点,针对性强、切中要害。这些浓缩的经验之谈使读者能举一反三,可大大缩短将知识转化为能力的过程。

4. **类型齐全、形式新颖。**本书大部分题目均来自于状元们的“易错题本”,另一部分出自各地优秀的模拟试题和各类报刊中刊载的经典题,因此各种类型题目应有尽有。对少数中考经常考到的常规题,编者从问题情境、设问的角度和方式等方面给予重新“包装”,使之焕然一新,全无陈旧感。

5. **解法灵活、举一反三。**本书中不少题目列出多种解法,这些解法中必有通法,也有编者独出心裁的特殊解法。通法不一定最简,却有普遍意义;特殊解法虽然巧妙,却未必通用,各有所长,将这两类解法并列,使读者从中拓宽视野,增长见识,在多种解法的练习中掌握常用题型解题规律与技巧,举一反三,活用知识,具备用综合能力素质应考的本领。

没有人怀疑北大附中、清华附中在全国重点中学中的地位,也没有人怀疑报考北大附中、清华附中需要怎样的自身条件;更没有人怀疑考入北大附中、清华附中的曾是何等水平的初三生。总之,凝聚、荟萃了这些状元经验、心得的本书将伴随你度过中考复习的日日夜夜。在你困惑的时候,它为你指点迷津;在你需要帮助的地方,它会为你排忧解难,使你豁然开朗、充满自信。它是循循善诱、诲人不倦的老师,也是忠实可靠的朋友,它会指引你去叩开著名重点中学的大门,那里是一片绚丽多彩的知识天地。同时,我们也期望广大读者在对它的关爱之中对其提出更多、更好的意见和建议,使之书如其名,真正成为考生手中的“宝典”和“名牌”。读者对本书如有意见、建议和要求,请来信寄至:(100080)北京大学燕园教育培训中心1408室 天骄之路丛书编委会收,电话:(010)62750868,或点击“天骄之路教育网”(http://www.tjzl.com),在留言板上留言也可发电子邮件。相信您一定会得到满意的答复。

需要说明的是,为照顾广大考生的实际购买能力,使他们能在相同价位、相同篇幅内能汲取到比其他书籍更多的营养,本书采用了小五号字和紧缩式排版,如有阅读上的不便,请谅解。

本书在编写过程中,得到了各位中考状元、各参编学校及机械工业出版社有关领导的大力支持,丛书的统稿及审校工作得到了北京大学有关专家教授的协助和热情支持,在此一并谨致谢忱。

编者

2001年8月于北京大学燕园

# 目 录

第一单元	北大附中中考状元经验谈 .....	(1)
第二单元	代数式 .....	(6)
第三单元	分解因式 .....	(14)
第四单元	解一元二次方程 .....	(21)
第五单元	解方程组 .....	(37)
第六单元	方程的根 .....	(52)
第七单元	应用题 .....	(88)
第八单元	函数 .....	(122)
第九单元	三角形 .....	(193)
第十单元	直线 角 .....	(273)
第十一单元	统计初步 .....	(284)
第十二单元	解直角三角形 .....	(291)
第十三单元	四边形 .....	(303)
第十四单元	圆 综合题 .....	(352)



# 第一单元 北大附中中考状元经验谈

## 我是如何学数学的

北大附中高一(5)班 周海霞

对于数学,许多人首先想到的说法是枯燥无味。然而我却不以为然,刚开始我也曾感到数学就是简单的  $x$ 、 $y$ 、 $z$  和一些几何图形;然而当你经过旁征博引,往它的深层里看去,你将发现数学那特有的魅力。于是我对它产生了浓厚的兴趣,做题不再是苦闷的事情,而是一种享受。当你全身心地投入进去,当你花上两、三个小时甚至更长时间解出一道题,你将体会到那前所未有的快感,所以首先一定要有兴趣。

其次无论学习任何学科,都一定要有坚韧不拔的毅力,敢于钻研和不服输的精神。有时当你看到一道题,它的繁琐和抽象性是难以想象的,有人一看脑袋就大了,一点自信心都没有,就根本不可能解出答案,对于这类题,我也并没有什么高招,就是一个“钻”。一定要有耐心,一点点的解开来。并且要把它当成一件乐事,不断挖掘其中的乐趣与各种奥妙,这有助于培养人的自信心和适应能力。日子久了,再看到这样的题目,就不会感到头疼了!而我这里谈到的不服输,就是不怕困难,不能输给自己,一次不行,再来第二遍,一定要有“既然别人能作,我也一定能作”的思想!

另外就是对知识的理解。上课时一定要认真听讲,当堂消化老师所讲的内容。这件事,说起来容易做起来难,但若你真正做到了,必将受益非浅!而若仅仅是靠上课听老师讲,你吸收,这种“填鸭式”的方法也还是不够的。一定要有预习和复习,自己在下面多看书,并能给老师提出问题。同时又涉及到了“不耻下问”,可以问老师,问同学,绝没有什么不好意思。并且从中你还可以学到别人思考问题的方法,随着所提问题难度的加深,你的知识也会渐渐提高的!再就是注意培养思维方法。绝不能把自己培养成死记硬背型的人,当然这不是说公式就不用背了,而是绝不死记一些模式化的题,不生拉硬套。而锻炼你拿着题以后怎么想,为什么这样想的能力。这样学多了,你必能从高处看问题,做到一通百通,各种考试更是不在话下。还有就是在能力培养的基础上多做题,虽然我们不提倡“题海战术”,但“熟能生巧”,多做些题必定能提高你做题的速度;另外做题也不是盲目地做,做完就完了,而应该多思考,多回味,多“反刍”,这样才有利于知识的更好的消化和加深对问题的认识。

最后一点就是你若真想成为数学的主人,还应多看课外书,拓宽自己的知识



面!

好啦,我就谈这么多。祝同学们能把握住数学学习中的得与失,在数学王国中尽情遨游!

(周海震,中考满分,全国联赛一等奖,考入国家理科实验班)

## 初中三年的数学学习体会

北大附中高一(5)班 杨 洋

回首初中三年,我觉得自己也没有找到什么很好的规律,学习成绩也有忽高忽低的时候。但通过三年的学习,确有点滴体会。在这里,我谈三个方面,仅供参考。

### 1. 保持优势,强化弱项

在我看来,理科可以说是我的优势,但学习往往是这样:不进则退。所以我平时尽量少看电视多做题,多看书。这样,我在课外数学的学习上争取到了主动权,同时也为课内的学习打下了坚实的基础。另外,我还利用寒暑假的时间,把开学要讲的数、理、化、英的课本大概地看了一遍,记下不懂的地方。上课时带着问题去听,有重点地记笔记,收到了很好的效果。

当然,有优势必然有弱点。我认为自己的弱点就在于语文、政治等文科的学习上。因此,“知不足而后进”,既知文科弱,就应把精力放在文科学习上。于是,我从平时抓起,力争在平时把知识巩固,不到考试前再“临阵磨枪”。比如语文:上课笔记要记得只字不落,尽力把老师的每一句话都牢牢地记在脑子里。单元考试之前仅做简单的复习,看看解词,读读课文,仅用自己平时水平去迎接考试。这样可以考出真实成绩。暴露自己的问题,而决不是靠前一晚的突击来迎接考试,否则只得了一个好成绩,期末时只有无目的、无针对性地去复习,效果不会太好。少复习并不是不复习,在单元考试之后,都把这一单元所有的字词、解词、多音、辩音字、作者、出处等总结起来,并对照着书把笔记本上所记的从头到尾看一遍,并把考试的错题再做一遍,作一次很好的单元复习。总之,复习要以单元为单位,不能被期中、期末考试牵着走。

### 2. 正确处理学与玩之间的关系

学与玩,这本来就是矛盾的:如果处理不好它们的关系,就会影响学习;反之,如果处理得当,不仅不会影响学习,而且还能促进自身健康发展。比如我在初一时玩过了头,有了时间就想去打乒乓球,老师家长多次批评,自己却没有放弃,所以成绩并不理想。后来,在老师的帮助、教育下,我认识到了自己的错误。于是,我写了“学如逆水行舟,不进则退;如平原走马,易放难收”放入卧室,以告诫自己要认真把握时间。经过两年的努力,我基本上做到了:把主要精力放在学习上,课余时间积极参加体育锻炼。

### 3. 胜不骄,败不馁,保持良好稳定的心理状态

首先,应该提到的是,我们的实验班在陆老师的指导下,班风好,学风好,每个同学取得成绩的背后,都有全班同学的支持和鼓励。因此,我在取得成绩的时候,没有自满,没有骄傲,而是保持冷静的头脑。甚至我觉得下次获奖应该是我们班的黄琢华了。由于这种心态使我能放下包袱,对待每一次竞赛。

当然,也有偶然失误的时候。但我仍能很冷静地分析错题的原因,只要把问题搞清楚,就是一番收获。

这种稳定的心态,避免了数学成绩的大起大落。

几点体会,可能很肤浅,每个人的学习方法有所不同,但勤奋刻苦永远是打开成功大门的钥匙!

(杨洋,中考满分,全国联赛三等奖,考入国家理科实验班)

## 数学学习方法谈

北大附中高一(1)班 李竹

数学是理科学习中的一门基础课,是学好其他理科课程的基础。它的逻辑性很强,学好它并非易事。纵观几年来的数学学习,总结起来,我有如下几点体会。

一、做好课前预习。上课之前要把老师将要讲的内容通读一遍,对课堂上老师所要讲的内容有一个大概的了解,这样,不仅可以较容易地找出疑点,还可以引起对老师补充的内容的充分重视,此外有助于加深对问题的理解,课堂上由被动学习转为主动学习。

二、课上专心听讲。课堂上要集中注意力,充分调动大脑的积极性,做到思路跟老师走。对于涉及到的概念,必须要有正确的理解,这就需要认真领会老师所讲的要点,也不可顾此失彼。否则一旦形成错误的概念,必将后患无穷。对于老师上课所讲的例题,决不能只等着老师给出答案。要在老师进行分析之前调动大脑,充分利用自己的知识,独立地解一下试试,而后将自己的解法与老师的解法进行对比,从中找出自己的不足,这样可以锻炼自己独立思考的能力,并且能不断巩固提高。再有,要注意解题的书写格式及要求,这样有利于提高自己对待数学学习的严谨性。

三、课后认真做练习。对于老师布置的作业争取独立完成,切不可投机取巧。如果遇到自己实在解不出的题目,可与同学进行适当讨论,从而找出自己的漏洞。认真做习题,不仅可以练习巩固课上所学的内容,加深理解,还可以起到查漏补缺的作用。在完成课内作业的基础上,可以找一些与教材相配套的习题练一练(但不宜过多),这样又可以补充作业的不足,使自己的学习水平达到更高的境界。

四、及时复习。有的同学认为数学的复习就是做大量的练习,我认为不然。数学的复习要因人而异。假如你平时的习题练习没有达到应有的效果,做适当练习

是可以的；如果效果达到了，则大可不必把时间浪费在做题上。数学的题目千变万化，但大体的类型可以确定，只靠做题不可能面面俱到。因此数学的复习重在总结，要肯于对不同类型的解题方法进行总结，以不变应万变。这样，数学复习不用了占用很多的时间，也就可以达到很好的效果了。

不论是哪门学科，学习方法都要因人而异，不可盲目地学习别人的学习方法，关键要取长补短，总结出一套适合自己的方法来，相信这样是可以学好的。最后，祝同学们尽早找到适合自己的学习方法，到达成功的彼岸。

(李竹，中考满分)

## 数学学习方法谈

北大附中高一(5)班 郑 诚

数学是一门基础课。从小学简单的加减乘除，到分数、小数的运算，再到中学的函数、对数，数学可谓包罗万象，充分调动了一个人的抽象思维。有些人在这数学的迷宫中迷失了方向，成绩总不理想，虽做题无数，但却不能举一反三，收效甚微。总结几年的学习方法，我有以下几条经验。

抓紧上课时间和课上要效率，数学的关键在于灵活运用所学的内容，只有掌握好基础知识，才能更上一层楼。老师所讲的看似平淡，实则不是。要切记一步一个脚印，绝不能好高骛远。对任何一个细小的问题都要专心去听，认真去记笔记。不要认为数学的笔记本可以空空荡荡，这类题应怎么想，那类题应注意些什么，这都是日后做题必不可少的数学思想。只有掌握了这些思想、方法，才可得心应手地去面对灵活多变的题目。专心听课，听与思考结合，这便是学好数学最重要的一点。

学数学自然缺少不了做题，这是毋庸置疑的。有人一味伏案苦读，在题海中拼命挣扎，这只会事倍功半，不仅浪费时间，而且还会造成记题的不良习惯。题不一定要做得多，但每做一道题都要有或多或少的收获，做完了一定要回头整理一下，这道题用了什么思想，这道题的解法有没有巧妙之处等，学会积累，便向成功跨进了一大步。基础题切不可丢在一边，不要认为容易就毫不理会，打好基础是积累知识的第一步。只有基础打扎实了，才可能层层深入，攻克难题。难题适当去做，可以开阔眼界，扩充思路，例如有的题表面繁琐，但只要基本功牢固，思路多变，将问题转化，定能“山穷水尽疑无路，柳暗花明又一村”。但是多做题未必是好事，失掉了脚踏实地的原则，可能会误入歧途。例如难题会做但简单题却理不出头绪，或方法复杂，不尽人意。总之一句话，题要做得“精”数学能力才会不断提高，才可能对各类数学题毫无惧色。

课下不光要做题，还要总结老师课上的内容，复习巩固原有的知识。每一单元过后，自己在笔记本上总结知识结构，使之系统化，温故而知新，这样有利于进一

步理解掌握,加深印象。复习的过程中可以及时发现问题,及时弥补。平时抓紧,考试前再去归纳总结,这样的效果肯定不佳。

考试前切记不要慌张,数学在于点点滴滴的积累,平时所付出的,考试一定会得到回报。题不会时要镇定,回想老师所教的思考方法,从条件入手,挖掘已知,成功就在不远的地方等着你。

以上是我学习数学的一点体会,因人而异,每个人都会有所不同。朋友们,努力吧,成功属于每一个辛勤付出的人。

(郑诚,中考满分,全国联赛一等奖,考入国家理科实验班)

## 谈数学学习方法

北大附中高一(5)班 黄琢华

学习方法,每人都有自己的一套,孰优孰劣,因人而异。不过我认为,我的一些学习方法,或许对你的学习有一些帮助。

学习方法,首先有一点,就是要有兴趣。一句话说的好:“兴趣是最好的老师。”在这里,我自己不是说,你愿意学什么就学什么,没有兴趣就不去学。重要的是培养对学习的兴趣。有时候,你觉得一门学科枯燥无味,不想去学了。这时,你就要战胜自己,克服厌学的心理,去发掘这门学科的乐趣,把眼光放开一些,这样,就能战胜这种心理,有所收益。比如说吧,我对数学的兴趣也不是生来就有的。但曾经有一段时期,我做了一整本书的题;虽然当时觉得很苦,但慢慢就做出点甜头来了。以后就逐渐体会到了做题的乐趣。可见你如果有决心,有毅力的话,培养出对一门学科的兴趣并非难事。

第二点其实更重要。要具有健康的心理和良好的思想品质。假如没有这些的话,人没有精神动力,是不可能学习过硬的。即使有个别品质恶劣但学习优秀的人,那也是不可取的,社会是不需这种人的。因此,这一点是尤为重要的。

再次,就是不要偏科。学习要有重点,但同时也不能只是“一枝独秀”,其他功课弄得一塌糊涂。有时候,在学习一门功课的同时,需要其他的学科作为基础。比如,你数学的功底若是不够牢,解起物理题也会大费周折。所以,虽然将所有功课学得一样好是不太可能的,但每门课的基础都应打好。

还有,在课余时间,要多阅读一些好书。课本内的知识是不够用的。要想学习好,就应当把自己从课本的“禁锢”中解放出来。读课外书不仅能丰富知识,而且可以开阔眼界,拓宽思路;适当地阅读,对课内学习会起到良好的补充作用。

我的学习方法介绍到这里。切记,学习能否搞上去,关键还是要靠自己的努力!

(黄琢华,中考满分,全国联赛二等奖,考入国家理科实验班)

## 第二单元 代数式

1. 当  $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{3}, c = \frac{1}{6}$  时, 代数式  $(a-b)(a-c)(b-c)$  的值是( )

- (A)  $\frac{1}{9}$       (B)  $\frac{1}{36}$       (C)  $\frac{1}{54}$       (D)  $\frac{1}{108}$

【解答】 当  $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{3}, c = \frac{1}{6}$  时

$$(a-b)(a-c)(b-c) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{108}, \text{ 故选(D).}$$

2. 已知  $x = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{11}$ , 求代数式  $x^4 + x^3 - (178 + 6\sqrt{5})x^2 + 1$  的值.

【解答】  $\because x - 3\sqrt{5} = -2\sqrt{11}$ , 平方并整理得

$$x^2 - 6\sqrt{5}x + 1 = 0,$$

$$\text{且 } x^4 + x^3 - (178 + 6\sqrt{5})x^2 + 1$$

$$= (x^2 - 6\sqrt{5}x + 1)[x^2 + (1 + 6\sqrt{5})x + 1] - x.$$

$\therefore$  将  $x^2 - 6\sqrt{5}x + 1 = 0$  及  $x = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{11}$  代入, 可得所求的值为  $2\sqrt{11} - 3\sqrt{5}$ .

3. 若  $a - b = 1 + \sqrt{3}, b - c = 1 - \sqrt{3}$ , 试求下式的值:

$$\frac{1}{a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ac}.$$

【解答】 由  $a - b = 1 + \sqrt{3}, b - c = 1 - \sqrt{3}$ , 得  $a - c = 2$ .

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$$

$$= \frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ac)$$

$$= \frac{1}{2}[(a-b)^2 + (b-c)^2 + (a-c)^2]$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 = 6.$$

$$\therefore \text{原式} = \frac{1}{6}.$$

4. 若  $x = \frac{\sqrt{3}-1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1-\sqrt{2}}$ , 则  $\frac{2x}{1+x^2} =$  \_\_\_\_\_.

【解答】 由已知有  $\frac{x}{1} = \frac{\sqrt{3}-1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+1-\sqrt{2}}$ ,

进行合比分子,

$$\frac{1+x}{1-x} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\text{从而 } \frac{1-x}{1+x} = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}.$$

$$\text{得 } \frac{2x}{1+x^2} = \frac{(1+x)^2 - (1-x)^2}{(1+x)^2 + (1-x)^2}$$

$$= \frac{\frac{1+x}{1-x} - \frac{1-x}{1+x}}{\frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) - (\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2}) + (\sqrt{3}+\sqrt{2})} = -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{6}}{3}.$$

5. 已知  $a+b=2$ , 则  $a^3+6ab+b^3$  的值是( )  
(A)2 (B)4 (C)6 (D)8

**【解答】** 由于  $a+b=2$ , 可令  $a=1+t, b=1-t$ ,

$$\begin{aligned} \therefore a^3+6ab+b^3 &= (1+t)^3 + 6(1+t) \cdot (1-t) + (1-t)^3 \\ &= 1+3t+3t^2+t^3+6-6t^2+1-3t+3t^2-t^3 \\ &= 8, \end{aligned}$$

故选(D).

6. 已知  $|a|+a=0$ , 求(1)  $\sqrt{a^2}+a$ ;

(2)  $|1-a|+\sqrt{(a-1)^2}+2a$ .

**【精析与解答】** 由于  $\sqrt{a^2}=|a|$ , 不难看出, 非负数架起了算术平方根与绝对值的桥梁.

(1) 因为  $|a|+a=0$ ,

所以  $\sqrt{a^2}+a=|a|+a=0$ .

(2) 若一个数的绝对值等于它的相反数, 则这个数是非正数.

所以由  $|a|+a=0$ , 得  $|a|=-a \geq 0, a \leq 0$ ,

从而  $1-a > 0, a-1 < 0$ ,

所以  $|1-a|+\sqrt{(a-1)^2}+2a=|1-a|+|a-1|+2a=1-a+1-a+2a=2$ .

7. 当  $b > 0, x < 0$  时,  $\sqrt{-x^3b}$  等于( )

(A)  $-x\sqrt{xb}$  (B)  $x\sqrt{-xb}$  (C)  $-x\sqrt{-xb}$  (D)  $x\sqrt{xb}$

**【解答】**  $\because b > 0, x < 0$ .

$\therefore xb < 0$ . 由算术根定义可知  $\sqrt{xb}$  在实数范围内无意义. 排除 A 与 D; 而  $\sqrt{-xb} > 0, x < 0$ ,

$\therefore x\sqrt{-xb} < 0$  与原式  $\sqrt{-x^3b} > 0$  矛盾, 选项 B 应排除, 故选(C).

8. 已知  $x - \frac{1}{x} = 2$ , 求  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  的值.

**【解答】** 将  $x - \frac{1}{x} = 2$  两边平方整理, 得  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$ .

再将  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$  两边平方整理,得  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 34$ .

9. 已知  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5$ . 求代数式  $\frac{3x+xy+3y}{x-2xy+y}$  的值.

**【精析】** 此题有两种解法,解答一是从要求的代数式入手,解答二是从已知条件入手,都达到了求代数式的值的目的.

**【解答一】** 
$$\frac{3x+xy+3y}{x-2xy+y} = \frac{3x+xy+3y}{\frac{x-2xy+y}{xy}}$$

$$= \frac{\frac{3}{y} + \frac{3}{x} + 1}{\frac{1}{y} + \frac{1}{x} - 2} = \frac{3\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) + 1}{\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) - 2}$$

当  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5$  时,

$$\text{原式} = \frac{3 \times 5 + 1}{5 - 2} = \frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}$$

**【解答二】**  $\because \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5$

$\therefore$  等式两边都乘以  $xy$ , 得  $x + y = 5xy$

$$\therefore \text{原式} = \frac{3(x+y)+xy}{(x+y)-2xy} = \frac{15xy+xy}{5xy-2xy} = \frac{16xy}{3xy} = \frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}$$

10. 已知:  $x = \sqrt{19 - 8\sqrt{3}}$ . 求: 分式  $\frac{x^4 - 6x^3 - 2x^2 + 18x + 23}{x^2 - 8x + 15}$  的值.

**【精析】** 本题通常是将已知化简为  $x = 4 - \sqrt{3}$ , 再代入待求式求值, 其运算过程相当繁杂. 若将已知条件变形为  $x = 4 - \sqrt{3} \Rightarrow x^2 - 8x + 13 = 0$ , 再巧变待求式中的分子、分母进行求解, 就简便多了.

**【解答】**  $\because x = \sqrt{19 - 8\sqrt{3}} = 4 - \sqrt{3}$ ,

$$\therefore 4 - x = \sqrt{3}, \text{ 两边平方, 整理, 得}$$

$$x^2 - 8x + 13 = 0.$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{ 待求式} &= \frac{(x^2 - 8x + 13)(x^2 + 2x + 1) + 10}{x^2 - 8x + 13 + 2} \\ &= \frac{0 \cdot (x^2 + 2x + 1) + 10}{2} = 5. \end{aligned}$$

11. 若  $2x + 3y + z = 130$ ,  $3x + 5y + z = 180$ , 试求  $\frac{x+2y}{x+y+z}$  的值.

**【解答】** 由  $2x + 3y + z = 130$ , 可得

$$(x + 2y) + (x + y + z) = 130. \quad \textcircled{1}$$

由  $3x + 5y + z = 180$ , 可得

$$2(x + 2y) + (x + y + z) = 180. \quad \textcircled{2}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \text{ 得} \quad x + 2y = 50. \quad \textcircled{3}$$

$$\text{将 } \textcircled{3} \text{ 代入 } \textcircled{1} \text{ 得} \quad x + y + z = 80.$$

$$\therefore \quad \frac{x + 2y}{x + y + z} = \frac{5}{8}.$$

$$12. \text{ 已知 } x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \text{ 求 } \frac{x^3 + x + 1}{x^4}.$$

**【精析】** 若将  $x$  的值直接代入进行求解, 显然运算较繁. 认真分析已知条件  $x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ , 不难想到方程  $x^2 - x - 1 = 0$ , 即有  $x + 1 = x^2$ . 将其整体代入所求式, 则解法非常简单.

$$\text{【解答】} \quad \frac{x^3 + x + 1}{x^4} = \frac{x^3 + x^2}{x^4} = \frac{x^2(x + 1)}{x^4} = \frac{x^4}{x^4} = 1.$$

$$13. \text{ 若 } \frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} \neq 0, \text{ 求 } \frac{2a - 3b + c}{a + 2b - c} \text{ 的值.}$$

$$\text{【解答】} \quad \text{设 } \frac{a}{3} = \frac{b}{4} = \frac{c}{5} = k, \text{ 则 } a = 3k, b = 4k, c = 5k.$$

$$\therefore \quad \frac{2a - 3b + c}{a + 2b - c} = \frac{6k - 12k + 5k}{3k + 8k - 5k} = \frac{-k}{6k} = -\frac{1}{6}.$$

$$14. \text{ 已知 } a = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{1}, \text{ 那么 } \frac{3}{a} + \frac{3}{a^2} + \frac{1}{a^3} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$\text{【解答】} \quad \text{已知 } a = \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{1},$$

$$\text{两边都乘以 } \sqrt[3]{2}, \text{ 得 } \sqrt[3]{2}a = 2 + \sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2}. \quad \textcircled{1}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1}, \text{ 得 } a \cdot (\sqrt[3]{2} - 1) = 1, \text{ 即 } \frac{1}{a} = \sqrt[3]{2} - 1,$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{原式} &= \frac{1}{a} \left( 3 + \frac{3}{a} + \frac{1}{a^2} \right) \\ &= (\sqrt[3]{2} - 1) [3 + 3(\sqrt[3]{2} - 1) + (\sqrt[3]{2} - 1)^2] \\ &= (\sqrt[3]{2} - 1)(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{2} + 1) \\ &= (\sqrt[3]{2})^3 - 1^3 \\ &= 1. \end{aligned} \quad \textcircled{2}$$

$$15. \text{ 已知 } x = 2 + \sqrt{3}, y = 2 - \sqrt{3}, \text{ 求代数式 } \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} - \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \text{ 的值.}$$

**【精析】**  $\sqrt{x} - \sqrt{y}$  与  $\sqrt{x} + \sqrt{y}$  互为有理化因式, 直接通分可起到“一箭双雕”的效果.

$$\text{【解答】} \quad \text{原式} = \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2 - (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{4\sqrt{xy}}{x - y}.$$

$$\therefore x = 2 + \sqrt{3}, y = 2 - \sqrt{3},$$

$$\therefore xy = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1, x - y = 2\sqrt{3}.$$



$$\therefore \text{原式} = \frac{4\sqrt{xy}}{x-y} = \frac{4}{2\sqrt{3}} = \frac{2}{3}\sqrt{3}.$$

16. 如果  $\frac{x-y}{x+y} = 2$ , 则代数式  $\frac{x-y}{x+y} - \frac{2(x+y)}{(x-y)}$  的值是多少?

**【精析】** 此代数式中含有两个字母  $x, y$ , 但已知中没有具体地给出  $x, y$  的值, 观察所求代数式中含字母的两部分, 其中  $\frac{2(x+y)}{(x-y)} = 2 \cdot \frac{x+y}{x-y}$  而  $\frac{x-y}{x+y}$  与  $\frac{x+y}{x-y}$  互为倒数. 又因为  $\frac{x-y}{x+y} = 2$ , 所以  $\frac{x+y}{x-y} = \frac{1}{2}$ . 这样, 原代数式的值就可求了. 此类求代数式的值的方法, 称为“整体代入”. 即将  $\frac{x-y}{x+y}$  看成一个整体.

**【解答】** 因为  $\frac{x-y}{x+y} = 2$ , 所以  $\frac{x+y}{x-y} = \frac{1}{2}$ ,

$$\frac{x-y}{x+y} - \frac{2(x+y)}{x-y} = \frac{x-y}{x+y} - 2 \cdot \frac{x+y}{x-y} = 2 - 2 \times \frac{1}{2} = 2 - 1 = 1$$

17. 解方程:  $\sqrt{1 - \frac{9}{x}} - 6\sqrt{\frac{x}{x-9}} = 5$ .

**【解答】** 把原方程化成:

$$\sqrt{\frac{x-9}{x}} - 6\sqrt{\frac{x}{x-9}} = 5, \quad \text{设 } \sqrt{\frac{x-9}{x}} = y, \text{ 则 } \sqrt{\frac{x}{x-9}} = \frac{1}{y},$$

$$\therefore \text{原方程为 } y - \frac{6}{y} = 5.$$

方程的两边都乘以  $y$  得  $y^2 - 6 = 5y$ ,

$$\text{即 } y^2 - 5y - 6 = 0,$$

$$\text{解得 } y_1 = 6, y_2 = -1.$$

$$\text{当 } y = 6 \text{ 时, } \sqrt{\frac{x-9}{x}} = 6, \text{ 则 } \frac{x-9}{x} = 36,$$

$$\text{解得 } x = -\frac{9}{35}.$$

当  $y = -1$  时,  $\sqrt{\frac{x-9}{x}} = -1$ , 根据算术平方根的意义,  $\sqrt{\frac{x-9}{x}}$  不可能小于

0, 所以方程  $\sqrt{\frac{x-9}{x}} = -1$  无解.

检验: 把  $x = -\frac{9}{35}$ , 代入原方程, 方程成立. 因此  $x = -\frac{9}{35}$  是原方程的解,

$$\therefore \text{原方程的解是 } x = -\frac{9}{35}.$$

$$\text{另解 } \sqrt{\frac{x-9}{x}} = 6\sqrt{\frac{x}{x-9}} + 5,$$

$$\text{两边平方 } \frac{x-9}{x} = 36 \cdot \frac{x}{x-9} + 60\sqrt{\frac{x}{x-9}} + 25,$$