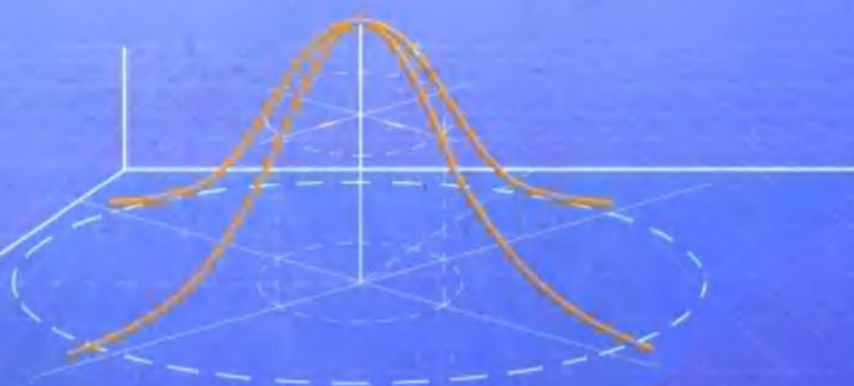




普通高等教育“九五”国家级重点教材

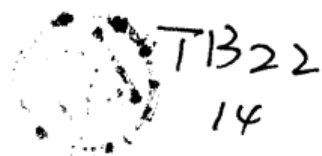
工程实验理论基础

宋文爱 卜雄珠 编著



兵器工业出版社

00009761



普通高等教育“九五”国家级重点教材

HK 65/2/

工程实验理论基础

宋文爱 编著
卜雄珠



C0484393

兵器工业出版社

出版说明

在 21 世纪即将来临之际,根据兵器工业科技与经济发展对于人才素质和质的要求,兵器工业总公司教育局组织兵工专业教学指导委员会制定了《兵器工业总公司“九五”教材编写与出版规划》。在制定规划的过程中,我们力求贯彻国家教委关于“抓重点,出精品”的教材建设方针,根据面向 21 世纪军工专业课程体系 and 教学内容改革的总体思路,本着“提高质量,保证重点”的原则,精心遴选了在学校使用两遍以上,教学效果良好的部分讲义列入教材规划,兵工专业教学指导委员会的有关专家对于这些规划教材的编写大纲都进行了严格的审定。可以预计,这批“九五”规划教材的出版将促进兵工类专业教育质量的提高、教学改革深化和兵器科学与技术的发展。

本教材由张建中教授主审。

殷切地希望广大读者和有关单位对本教材编审和出版中的缺点与不足给予批评指正。

1997 年 8 月 17 日

前 言

本教材的指导思想是给予学生以正确的计量学概念及实验测试工作的基本程序,数据处理与实验结果表述的方法以及对实验工作预见与规划的能力。教材的最后二章编入了试验设计和相似理论及模型设计。目前国内尚未见此类综合在一起的通用教科书,是编者的一种尝试。

本教材先修课为高等数学、概率与统计和线性代数。为使未学过概率论与数理统计的学生也能阅读本书并使用本教材的有关概念、公式,增加了第二章。对于已有此方面前修课的学生,教学时数可以酌减。为使用本教材中的电算程序,最好有一些 C 语言的知识 and 上机实践,但不是绝对的,因为这些程序相当简单易操作。

在学习本书时最重要的是正确理解各个计量学基本概念、术语与其数学表达式的联系以及这些式子的应用范围,切忌不顾条件,盲目套用。

与其他已往教材相比,作者介绍一些较新的知识,如 Doornbos 检验,逐步回归的思想,并且对各种方法结合实践效果作了评说。编者始终认为应用应该比繁琐的证明放在更重要的位置,这是因为篇幅以及教师的讲授时数是受到严格限制的。编者力求通过少量精选的例题来说明这些公式的应用,希望能够对学生起到举一反三的作用。作业题也是精选的,但留有扩展的余地,有些题可供不同学生使用而无重复,集合起多个答案后还能反映出统计规律的特点。条件好的学校可以提供少量由学生自行设计的实验方案进行实验,兼做作业之用。

本书第一、三、四章及绪论前三节由宋文爱执笔,第二、五、六章(含电算程序)及绪论中的第四节由卜雄珠编写。全书由宋文爱统稿。

南京理工大学弹道研究所陆秀成提供了宝贵的意见和 Doornbos 检验判据表,特别是华北工学院测试技术研究所潘德恒教授,南京理工大学柳光辽教授为本书的编写做了大量的指导工作,中国科学院计算所的张建中研究员在百忙中对本书做了认真细致的审查,并提出了许多宝贵意见,在此一并致谢。

编 者

1999 年 4 月

目 录

0 绪 论	(1)
0.1 工程实验理论的对象和内容	(1)
0.2 工程实验理论的科学基础	(1)
0.3 工程实验理论的学习方法	(2)
0.4 科学实验的组织与实施	(2)
1 测量概论	(4)
1.1 测量	(4)
1.2 测量的实现与分类	(5)
1.3 中国的法定计量单位	(6)
1.4 测量误差	(7)
1.5 测量系统	(12)
习题	
参考文献	(13)
2 误差理论的概率论基础	(14)
2.1 随机现象	(14)
2.2 随机变量及其分布	(17)
2.3 二维随机变量	(23)
2.4 随机变量的数字特征	(26)
2.5 样本及抽样分布	(31)
2.6 参数估计	(37)
2.7 假设检验	(43)
习题	
参考文献	(49)
3 数据处理方法	(50)
3.1 误差的统计性质	(50)
3.2 直接测量值的数据处理	(57)
3.3 他人报道值的处理与综合	(72)
3.4 间接测量结果的处理与综合	(79)
习题	
参考文献	(86)
4 最小二乘法及其应用	(87)
4.1 最小二乘原理	(87)

4.2	最小二乘法用到的矩阵知识	(88)
4.3	超定方程组的普通最小二乘解	(87)
4.4	残差平方和的统计意义	(95)
4.5	不等精度的情况	(97)
4.6	偏离基本假设的情况	(97)
4.7	组合比对	(98)
4.8	简单线性回归	(102)
4.9	多元线性回归	(115)
4.10*	逐步回归的思路与举例	(122)
4.11	多项式回归与广义多项式回归	(128)
4.12	正交矩阵的应用	(129)
	习题	
	参考文献	(142)
5	试验设计	(143)
5.1	引言	(143)
5.2	完全随机化单因素试验	(146)
5.3	随机区组单因素试验	(158)
5.4	多因素析因试验	(167)
5.5	正交试验设计	(176)
5.6	数据处理的计算机程序	(196)
	习题	
	参考文献	(200)
6	量纲分析和相似理论	(202)
6.1	量纲和量纲分析	(202)
6.2	相似理论	(206)
6.3	相似准则的导出	(210)
6.4	实验变量的综合	(210)
6.5	模型试验大意	(220)
	习题	
	参考文献	(227)
附录 A	常用概率计算	(229)
附录 B	随机误差计算程序	(238)
附录 C	常用发现系统误差程序	(241)
附录 D	线性回归计算程序	(249)
附录 E	等重复完全随机化试验的数据处理程序	(265)
附录 F	随机区组试验的数据处理程序	(267)
附录 G	$L_8(2^7)$ 正交试验的数据处理程序	(269)
附录 H	常用表格	(271)
附录 I	皮尔森—哈特莱曲线图	(286)

0 绪 论

科学实验是人类三大实践之一,对于促进生产力的发展具有重要意义。当前,实验已走向工程化,即进入工业生产过程之中,规模日益扩大,占有大量的仪器设备,在复杂多变的环境中进行,同时还需要引用外部提供的实验结果,或由不同单位、时间、地点的条件下得出的数据。这就使得去粗取精、去伪存真的工作格外重要。另外,实施一项大的工程实验需要浩大的经费和各种条件的配合,以构成一个完整的实验系统。因此,事先的规划设计,选择足够精密的仪器,适当的方法,确定必要的试验次数,以及尽可能保证实验条件的一致,排除各种影响量的干扰,或搜集这些影响量的信息,事后加以修正,等等,都必需预先缜密安排,以保证高的实验效益和可靠性。

工程实验理论应运而生。在本书中概要地介绍其最基础的知识,包括:计量基本知识、误差理论与数据处理、回归分析、试验设计与模型量纲分析;但不包括实验硬件,即计量仪器系统、数据采集、信号变换、实验装置等具体问题。尽管如此,对这些硬件应具备的性能,按实验精度需要提出一定的量化的要求和指标仍是本书的内容。总之,本书强调的是预见性。统观全局,成竹在胸,可以减少盲目性,增加成功率和置信度。即使有局部的、意外的失败,也便于找出原因,总结经验教训。

0.1 工程实验理论的对象和内容

广义地说,工程实验理论研究各行各业进行的科学实验中具有共性的内容,其对象涉及计量测试方法和仪器仪表系统以及人机界面和环境影响等等。但作为一门技术基础理论,它并不研究这些硬件的具体的细节方面,而是从取得信息的高度出发研究如何保证实验达到预期的效果,即精密、准确、可信和可靠;研究可能影响实验的各种干扰和误差的来源;研究如何对信息去伪存真,提高信噪比,并最大限度地发挥其作用。在本书中将不在数学上作严格的推理证明,而是指出应用这些数学方法的基础思路,讲清在实践中它们对应于什么测试技术的范畴,以及在什么情况下适用。这样,作者把本书的内容局限于计量的基本知识、误差的概率意义、数据处理方法、最小二乘法的应用、方差分析与实验设计以及相似理论、量纲分析在建立实验模型中的应用等方面。显然,这不是工程实验理论的全部,却代表了初学者入门所最必要的部分,为他们进一步深造打下一个好的基础。

0.2 工程实验理论的科学基础

工程实验理论的科学基础有:数学(特别是概率论、数理统计和随机过程理论),物理学,计量学等。

物理学是一切实验规律的依据,很难想象在实验过程中对所测试对象可以没有物理本质的了解而能完成其规律的认识的。物理学是一门定量的科学,量与量之间除了数学的关系外还有质的差别。本书最后一章关于在建立实验模型时用到的量纲分析的方法,就是先于数学细节而从物理量之间必须遵守的质的关系出发的。

数学是量与形的科学。不同的物理量之间的关系可能具有相同的数学形式。相反地,同一种物理现象也可以用不同的数学模型来表述。由于实验对象的复杂性,常常运用一定假设下使其形式简化的抽象的表述式才能解出结果。数学公式的严密性,常常使人忘记其建立时的假设可能是不严密的,从而误用,即把它看成一种外在的先验的东西。在我们使用数学工具时必需时刻注意这一点。

实验数据反映的是一批实存的物理量,这些量值的取得都与计量过程相联系。为了保证它们的可信程度,使实验得出的结论是普遍可用的,或者说是可复现的,量值的统一具有重要意义。因此,从事工程实验的人员必须具备正确的计量学基本知识,并且随着他们在本行业的工程实践的进展中不断加深这些知识。

0.3 工程实验理论的学习方法

和学习其他科学理论一样,学习工程实验理论切忌教条主义地学,必须紧密结合实际,从自己的实践中体会、运用基本理论,避免盲目套用。大部分误差分析理论都以对象服从正态分布为出发点。一般地说,客观事物中最常见的统计分布,在大量随机因素共同作用下而又没有特殊影响大的因素时,可以近似地当作正态分布来处理。这往往使一些人们以为它是唯一的误差统计分布情况,一接触问题,先作正态假设而不去验证它。实际上实验中偏离正态分布的情况是经常的,只是程度不同而已。在最小二乘法的应用中,线性假设是基本假设,只在微小的误差变动范围内,这一假设才得到满足,忘记这一点也会得出错误结论。至于随机过程,我们能使用数学方法比较妥善地处理的也仅限于平稳过程。这种过程总是只在一定时间内才满足平稳条件。所以在实验设计中要充分考虑这一点,力求控制好实验条件,特别在接触新领域、新问题或者出现新情况时,应先检验验证上述三个条件是否能近似满足或者说偏离程度是否在可允许的范围以内。

学习方法中很重要的一点是注意概念的内涵。误差就是误差,偏差就是偏差,它们的估计值则又是一个含义。另一点是有关系统误差和随机误差的划分,既有绝对意义又有相对意义。它们之间存在着依赖条件不同而转化,既不能形而上学地看待,又不能随心所欲地解释,特别是为了缩小所测得数据的不确定度而有意歪曲。有关这些在各章节中将作特别的附释。某种意义上说,它不亚于公式的重要性。记住这些比记住某一个特殊形式的概率分布公式及其推导要重要得多。

为了发展和继承误差理论,以及对现代理论中的一些新方法的提出有所了解,本书还介绍一些现在还沿用而有些过时的方法和流行的有一定局限性的方法,供在特殊情况下应用。读者对此要有一定的主见,不要方法多了反而莫衷一是,无所适从。

0.4 科学实验的组织与实施

组织科学实验可参考如下步骤:

1. 拟定实验研究计划

(1) 确定实验的目的与要求;

(2) 分析前人做过的与本课题有关的理论和实验成果,以取得借鉴;

(3) 确定必需测量的主要物理量,分析它们的变化范围与动态特性;
(4) 确定实验过程中必须严格控制的影响量;
(5) 根据对实验准确度的要求,运用误差理论,确定对原始数据的测量准确度要求和测量次数。

(6) 确定数据点(自变量间隔或因素水平值),进行试验设计,编制试验方案;

(7) 根据技术、精度、经济、时间和可靠性要求等方面,比较几种可能的方案,选择最适当的试验方案;

(8) 编制人员、物资、进度与分工等计划。

2. 实验的准备

(1) 设计和制造专用的测试仪器和实验装置;

(2) 选择和采购所需其他仪器设备;

(3) 安排与布置实验场地,储备实验过程中需要的消耗物资和工具;

(4) 安装和联接测量系统,并进行调试和校准;

(5) 编印记录用表格;

(6) 对少量数据点进行试测,初步分析测得数据以考核测量系统的工作可靠性和试验方案的可行性,必要时可以作调整。

3. 实验的实施

(1) 按预定计划收集实验数据——应指定专门的纪录人员,并使用专用的记录本;对实验过程中出现的过失或异常现象应做详细的记载并有现场负责人的签署;

(2) 确保互相协调工作和正确操作仪器;如有必要,应指定专职的安全员,保证技术安全,以及规定命令,应答制度;

(3) 根据实验进程中的具体情况,对原定实验计划作必要的调整,增删某些试验项目或内容,或推迟实验进程。

4. 整理与分析实验结果

(1) 整理测量结果,估算测量误差,作出必要和可能的修正;

(2) 将实验数据及结果制成表格或曲线;

(3) 根据实验的目的与要求对试验结果进行分析计算,得出所需的结论,例如与理论分析的比较、经验公式、或特征参数和系数等。

5. 编写实验报告

实验报告一般应包括下列内容:

(1) 引言 扼要地介绍课题的来由、意义和整个工作的要求;

(2) 说明 论证本实验所采用的方案和技术路线,及其预期的评价;详细数学分析可作为附录;

(3) 扼要的实验结果,尽量列成表格,图表和公式;可将原始数据作为附录。

(4) 结论与讨论,包括与理论分析或前人工作的对比,由此得出的结论,以及实验改进方向;

(5) 注释及参考文献。

编者的希望:绪论中不可避免地引用了一些生疏的名词,将在后面的章节中逐步解释清楚,所以读者如能在读完本书之后,再看一遍这短短的几页结论,也许会有“谏果回甘”的作用。

1 测量概论

1.1 测 量

根据《国际通用计量学基本名词》，量定义为：“现象、物体或物质的可以定性区别和定量确定的一种属性”。作为不同类的量彼此可定性区别，如长度与质量是不同类的量。作为同一类中具体的某个量与另一个量间以其量值大小而相区别。从定义看，量都是可以测量的，故又称为“可测量的量”。

测量即计量，是为确定被测对象的量值而进行的实验过程，是以确定量值为目的的一组操作，这组操作可能极为复杂，也可能只是一个简单的动作。测量常具有试验性质则称测试。

计量学是有关测量知识领域的一门学科，包括有关测量的所有理论和实践的各个方面，而不论其准确度如何以及在何种科学技术领域中进行，是研究测量，保证测量统一和准确的科学。

由此可见，以准确度来区分计量和测量是误解。在本书中将一贯采用测量这个更为普遍的词，而将计量一词仅用在某些专门名词的定语上，如计量单位、计量管理、计量标准、计量法等。例如我们常说：“测量一下某个量”，“送计量部门检定一下某仪表”而不说“计量一下某个量”，“计量一下某仪表”。

量值表现为数值与计量单位的乘积，用以定量表征物或现象的属性。

量值的数字部分可以是任何实数，不限定为整数或有理数。如果它表示为整数，则称这个量是可数量。如果取它最接近的有理数，即简单整数比，包括有限位的小数（无论其为几进位的数制）称为量化。量化将带来一定的误差，称为量化误差或舍入误差。

在整个科学领域或某个专业领域里，各种量的总和构成量制，“在量制中，约定地认为是彼此独立的量”称为基本量，而另一些“在量制中，为该量制基本量的函数所定义的量”称为导出量。可见量制之间的差别在于约定哪几个量为基本量。目前，国际公认的基本量有 7 个，它们是：长度、质量、时间、电流、热力学温度、物质的量和发光强度。前三者则构成力学领域的基本量。历史上力学领域曾在相当长时期内采用以长度、力、时间为基本量的量制，其中质量则是导出单位，现已趋于淘汰。

以量制中基本量的幂的乘积表示该量制中某个量的表达式称为量纲式或量纲积，简称量纲。在国际单位制中的 7 个基本量的量纲分别用大写正体字母表示为 L、M、T、I、Θ、N 和 J。因此包括基本量在内的任何量的量纲的一般表达式为

$$\dim Q = L^{\alpha} M^{\beta} T^{\gamma} I^{\delta} \Theta^{\epsilon} N^{\zeta} J^{\eta} \quad (1-1)$$

式中 $\dim Q$ 表示量 Q 的量纲， $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ 称为量纲指数。

“在给定量制中，其表达式内量纲指数均为零的量，”称为无量纲量。

任何量与量之间的关系式，其等号两边必须有相同量纲式，称为量纲法则。这可用来检查物理公式的正确性。还应指出，凡对数、指数、三角、双曲函数表达式中的宗量都必须是无量纲

量。如 $\ln(x/x_0)$, $\exp(-\alpha x) = e^{-\alpha x}$, $\sin(\omega t + \theta)$, $\tanh(t/\tau)$ 等式子中的 x/x_0 , $-\alpha x$, $\omega t + \theta$, t/τ 等宗量,都必须是无量纲量,即纯数。这点常为人所忽略。如果出现某个宗量居然有了量纲,则这个宗量必须注明所用单位,实际仍意味着这个宗量只用它的数值。例如

$$u = 2.3e^{-5t}$$

式中 u 以伏特计, t 为秒计

$$\begin{aligned} \text{意味着} \quad u/u_0 &= e^{-t/\tau} & u_0 &= 2.3 \text{ V} & \tau &= 0.2 \text{ s} \\ \text{或} \quad u/u_0 &= e^{-\alpha t} & u_0 &= 2.3 \text{ V} & \alpha &= 5 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

1.2 测量的实现与分类

测量的实现总是要通过直接或间接与定为比较单位的已知同类量做比较而得到。可数量的测量可以无需借助计量器具通过计数确定。

不必对与被测量的量有函数关系的其他量进行测量而直接得其量值的测量称为直接测量。即使使用复杂的计量器具,只要能直接读出数值或通过图表而得到其量值的,仍属于直接测量,例如汽车的车速表,电子秤,用各种传感器测量动态压力、温度,都是直接测量。

通过对被测量的量有函数关系的其他量的测量以得到被测量的量值称为间接测量。这个量值 A 可由下式得出

$$A = f(x_1, x_2, x_3, \dots) \quad (1-2)$$

式中 $x_1, x_2, x_3, \dots$ 均为直接测量测得的量值。间接测量法在计量学中有特别重要的意义,许多导出量,如密度、压力、速度、流量、功率等等,其单位的量值常常是靠间接测量来复现的。

例 1-1 液体的密度 ρ_l 可以通过称量一定容量的容器内该液体的质量,根据密度定义公式计算来确定。这是典型的间接测量方法。这里,直接测量的量有空容器质量 m_0 ,载液至标准刻线后容器质量 m_l 和容器在规定温度下的标准容量 V ,再由这三个直接测量值根据下式算出密度

$$\rho_l \triangleq m/V = (m_l - m_0)/V \quad (1-3)$$

式中 $\triangleq$ 表示根据该量的定义。

但是在工程上也经常使用称为比重计的浮子密度计,将其插入液体中,根据其于液面相齐的刻度来直接读出液体的密度,铅蓄电池的电解液密度就常借助这种直接测量方法。

容器的容量有时却又借助间接测量法来确定,这时选取已知密度的标准物质(通常为纯水,其 $\rho_l \approx 1 \text{ g/cm}^3$,可在证书上查得)将上式(1-3)倒过来使用,即

$$V = (m_l - m_0)/\rho_l \quad (1-4)$$

直接测量法中又有比较法与替代法之分。前者指将测量的量直接与已知其值的同一种量比较,这种方法用得最多,如以尺量长度、以停表计时间等等。后者指将选定的且已知其值的同一种量替代待测的量并使其作用于指示装置的效应相同的测量方法。中国历史上著名的曹冲称象就运用了这种方法。电学上交直流电流以功率相等为基础的等效测量是由静态过渡到动态测量的最基本方法,也是这种方法。

在间接测量法中值得提到的是通过对一些基本量的测量以确定被测量的方法,例如测量活塞式压力计的面积 S ,活塞连同其上所加的砝码的总质量 m ,以及所在当地的重力加速度 g 三者来确定液压室内的压力。所用公式为压力

这种方法在过去常称为绝对测量法。这个术语不够严密,应避免使用,改用《国际通用计量学基本名词》中的术语,称之为基本测量法或定义测量法。

1.3 中国的法定计量单位

我国的法定计量单位是以国际单位制为基础,保留了少数其他计量单位组合而成的。它包括了 SI 的基本单位(共 7 个)、导出单位(其中包括辅助单位 2 个在内的 21 个有专门名称)和分数与倍数词头(共 20 个),同时选用了 15 个非国际单位制单位。1984 年 2 月我国国务院发布《关于在我国统一实行法定计量单位的命令》,规定“我国的计量单位一律采用《中华人民共和国法定计量单位》”,到 1990 年底已经完成了向法定计量单位制的过渡。法定计量单位是强制性的,各行各业都要采用,以保证单位统一。经过宣传教育,积极推行,取得了很大的成绩。但是,人们头脑中的传统概念和习惯还未完成这一转变,从事测试工作的人员有责任继续进行这方面的宣传和贯彻工作。为此,我们应当从自身做起,正确使用法定计量单位。再有,在选定某些非国际单位制单位上,我国的法定计量单位与国际标准组织(ISO)的规定也有一些差异。有关的量与单位已由国家标准 GB 3100~3102-93 规定。细节方面请参阅上述国家标准和《中华人民共和国法定计量单位使用方法》,本书不再赘述,仅就目前还常见到的一些报章,期刊,甚至学术论文中误用之点,介绍一下法定计量单位使用法的要点,可能会有助于纠正这些偏颇。

法定计量单位使用法要点:

1. 除小学、初中课本及通俗文章外,其单位符号不能使用中文符号。当文章中用汉语表达量值时应使用单位名称,即读法,如三万立方米每秒的洪峰流量不能写成三万米³/秒。这里立方米每秒是单位名称,而米³/秒则是中文符号。反之,如写成数字,则应写成 30 000 米³/秒,不能写作 3 万米³/秒,30 千米³/秒,更不应写成 3 万秒公方,3 万个流量等旧的行业写法。

2. 符号字母大小写不应混淆,凡以人名命名的单位其符号的第一字母以及 10⁶ 以上的倍数词头才使用大写,也只能使用大写字母。常见错误是将千倍词头写作大写,如 k Ω 写作 K Ω , kWh 写作 KWH。只有升(非国际单位制单位)虽非人名,因易与数字 1 相混时应该用大写字母。此外,公升、立升之类写法都是错误的。

3. 不能仅用词头表示单位,如 10 k Ω 的电阻器不能写成 10K 的电阻器,长度 1 μm 不能写成 1 μ 。

4. 不得使用重叠的词头,过去的书籍曾用的 m μF , $\mu\mu\text{F}$ 等,均应改用 nF, pF 等。单位名称也不能使用毫微、微微、千兆等字样。

5. 单位不能写在介于数字整数部分与小数部分之间,并用以代替小数点;如 1.83 m 不能写成和读成 1 米 83。但角度和时间采用非国际制单位时可以写成 3°6'12.5" (不能写成 3°6'12"5) 或 2h15min5.15 s (不能写成 2h15min5s15)。

数字也不能嵌在拆开的单位之间,如摄氏零下 3 度, $\Omega/10^{-5}$ Pa 都是错误的。

6. 由两个以上单位相乘构成的单位,在易发生误解时需加居中圆点分开(读此名称时不读出),或设法改变先后次序,否则可连写。如牛顿米可连写成 Nm,而米秒则应加居中圆点 m·s,以免读时读成毫秒,也不要读成米圆点秒。

7. 由两个以上单位相除构成的单位,可以使用一次“/”符号表示相除,读作“每”,不能在一个单位中出现两次或更多。在易产生误解时最好使用负指数幂,或在分母上加圆括号,如导热率单位宜写成 $\text{W K}^{-1}\text{m}^{-1}$ 或 $\text{W}/(\text{K} \cdot \text{m})$,但决不能写成 W/K/m 。读时读成瓦每开尔文米,不读成瓦每开每米或瓦每括号开尔文米。

8. 指数在 2 以上的幂,除反映面积的平方米(m^2)和反映体积的立方米(m^3)以外,均应读为几次方某单位,不能读为某单位平方,某单位立方,如:力学上的断面惯性矩 m^4 读为四次方米,而不是米四次方;断面系数 m^3 读为三次方米,而不是立方米,更不是米立方或米三次方。

9. 一般不在组合单位的分子分母中同时使用词头(千克是基本单位,其符号中的 k 不作词头看待);但如果对直观理解该单位有利,还是可以允许的。如密度单位可以使用 g/cm^3 ,介质的击穿强度使用 kV/mm ,比 kg/m^3 , MV/m 要直观,压电式压力传感器的灵敏度使用 pC/MPa 比 aC/Pa 要直观。

10. 除了长度单位外,不提倡使用 h, da, d, c 这四个词头。但非国际制单位分贝的符号 dB 中的 d 已经失去词头的意义,因为不用贝[耳]、厘贝等单位符号。

11. 在计算中,建议都用不带词头的 SI 单位表示,将词头用相应的 10 的幂代替,有利于发挥国际单位制一贯性的优点;用作计算的公式在表述时也应遵守这一原则,有利于避免与单位有关的系数。如果公式中的量未用一贯制单位时则应注明其单位。

12. 注意区别当地重力加速度 g (斜体,表示量值)和标准重力加速度 g_n (角标为正体),表示单位, $1 g_n = 9.80665$ [准确值] m/s^2 。这一点到现在为止,众多的书刊上都分不清楚,应特别注意。

1.4 测量误差

1.4.1 误差的不可避免性

任何测量,总会有误差,这是由于测量用的仪器仪表的制造水平,人员的生理与心理状态、训练水平、方法的近似性以及测试对象本身也常处在变动之中,再加上外部环境的变化和干扰等种种因素所造成的。一切从事科学实验的人们都公认这一事实,可表述为下列**误差公理**:

测量结果都具有误差,误差自始至终存在于一切科学实验和测量过程之中。

当然,在这一事实面前人们并不是无所作为的。随着科学技术水平的提高,人员的经验、技巧和专门知识的积累,误差可以控制在愈来愈小的范围内,但不能使其为零。即使是定义为基本单位量的值,当用于测量其他量值时,复现起来仍然还会有误差。

误差理论是实验理论的重要组成部分,它的任务是分析、研究并解决下列问题:

- (1) 合理评价测量结果的误差,包括它们的来源、性质、概率分布及其特征值;
- (2) 正确处理测量所得数据,以便得到最接近于真值的最佳结果;
- (3) 指导实验设计,合理选择测量仪器、测量方法和规定测量条件,以便在合理的费用下获得最可靠的数据。

1.4.2 误差的定义

本书中所用**误差**一词均指**测量误差**,其定义是

$$\text{测量误差} = \text{测量值} - \text{真值} \quad (1-6)$$

这一定义排除了其他应该称之为偏差的概念。例如：生产某零件的实际值与图定值之差，实测某个量的值与理论计算值之差，等等。在这些例中的后一个值都不能认为是真值。尤其是常有人将理论计算值作为测量所得值是否准确的依据，这是完全错误的，违背了实践是检验真理的唯一标准的基本原理。不少书中用射击偏差作为比喻来说明准确度、精密度，固然有一定形象的效果，其实也是错误的。靶心的位置并非真值，过靶孔的位置倒是实实在在地有一个真值，每一发子弹与目标中心之间的距离只能称之为射击偏差。

在上述定义中，用一个关系式联系了三个量。这里就产生了一个矛盾，即当只有测量结果时，如何确定误差与真值的问题。如果不能确定其一，也就无从计算另一个。

真值 是一个理想的概念，它是在该量被观测时本身所具有的真实大小，从测量角度讲，不可能确切获知。在实际中，下列几种情况认为真值可知：

(1) **定义值** 例如规定的基本量和辅助量的单位，视当时复现这些单位的条件而具有最高的精度，实际上仍依赖于人类每一历史阶段的认识水平，并随认识的提高而不断修改。

附释：半圆周角为 π rad 和 180° 不应视为理论真值而是定义真值。三角形三内角之和等于半圆周角即平面角只是欧几里德几何学的结论。

(2) **计量标准器所复现的量值** (其最高等级在我国常称为基准) 相对于低一等级的计量标准器，可以认为充分接近于真值，称为约定真值。推而广之，只要对于给定目的，被认为充分接近真值，都可以作为约定真值。

(3) **实际值** 经过测量表明能满足规定准确度的量值，也可作为约定真值。

修正了系统误差的算术平均值，就是一种实际值。这时不限定为计量标准器，但也失去了量值传递的权力，只用在与图定值，理论值或相互之间比较。

另外一个量本身在某一任意时刻都只有一个真值。当同时用不同测量仪器或方法对其测量所得的结果，可以借以比较彼此之间的偏差。替代测量法也是利用了这一点。同时性是很重要的，而同时的概念则是相对于该量变化的快慢而言的。

总之，真值的认识是在一个无限过程中逐步接近的，不是一次完成的。

修正值 定义为误差的相反数，即

$$\text{修正值} = (-1) \times \text{误差} = \text{真值} - \text{测量值} \quad (1-7)$$

于是有

$$\text{测量值} + \text{修正值} = \text{真值} \quad (1-8)$$

这个式子的理解也只能是相对意义的，即由测量结果加上修正值后，可以得到更接近理想的结果，但永远不可能比用来校准它的相对真值更准确。

请读者注意，修正值的应用不在于校准某一个标准器的时刻，因为用来校准它的高一级标准器的量值已经约定，并不需要用低一级的被校标准器来给予肯定。而修正值的应用只是在该标准器被校准以后用来校准或测量其他量值的时候。即使加上了修正值，它仍然不具备高一级标准器的精度等级和权威，也不能承担高一级标准器的职能，只能说它是称职的而已。

1.4.3 误差的表示方法

根据习惯，误差值可以有下列表示方法：

(1) **[绝对]误差** 即按式(1-6)原定义写出的表示方法，它具有数值和单位，表现为数字

和单位的乘积。这绝对二字是因与下述的“相对误差”一词并列而加的并不是指误差的绝对值(即不计其正负号)。

(2) **相对误差** 定义为

$$\text{相对误差} = [\text{绝对}] \text{误差} \div \text{真值} \quad (1-9)$$

当误差值较小时,有近似式

$$\text{相对误差} \approx \text{误差} \div \text{测量结果} \quad (1-10)$$

它可以十进小数表示,更多情况下常用百分数(%)、千分数(‰)或百万分数(ppm)表示。

例 1-2 真值=2.000 mA 测量结果=1.989 mA

$$\text{绝对误差} = 1.989 - 2.000 = -0.011 \text{ mA}$$

$$\text{相对误差} = -0.011 \div 2.000 = -0.0055 = -0.55\% = -5.5\text{‰} = -5500 \text{ ppm}$$

(3) **引用误差** 这是一个具有相对误差的形式的绝对误差,只用于表示计量器具的性能,其定义为:仪器示值的绝对误差与特定值(也称引用值,如仪器的量程或标称范围的最高值)之比,通常用百分数表示。

例 1-3 在上例中如果电流值是以一个 2.5 mA 量程的电流计测得的,而且正好在 2 mA 处的误差最大,2 mA 处仪器示值的绝对误差为 -0.011 mA,则该电流计的

$$\text{引用误差} = -0.011 \div 2.5 = -0.44\%$$

由于其绝对值 $(1-0.44\%) < 0.5\%$ 这样的电流计便允许作为 0.5 级的电表使用。

(4) **分贝误差** 是具有绝对误差形式的相对误差,定义为

$$\text{分贝误差} = 20\lg(\text{测得结果} \div \text{真值}) \text{ dB} \quad (1-11)$$

当所测值为广义功时,对数前乘的因子用 10。

例 1-4 仍以上例数值计算分贝误差

$$\text{分贝误差} = 20\lg(1.989 \div 2.000) = -0.048 \text{ dB}$$

分贝误差与相对误差关系:在数值上前者约为后者的 $20\lg e$ 或 $10\lg e$ 倍($e=2.7182818\cdots$) 即 8.69 倍或 4.34 倍,或后者的百分数的 $\frac{1}{12}$ 或 $\frac{1}{23}$ 。

1.4.4 误差的性质及分类

产生误差的原因有多种,根据其来源可分为:

- (1) **器具误差** 由于测量仪器(计量器具)本身所具有的不准确性带来的误差;
- (2) **方法误差** 由测量方法不完善所引起的误差,如使用了某些简化假设下的数学模型;
- (3) **调整误差** 由于测量前未能将计量器具或被测对象调整在正确使用位置或状态所造成的误差,例如倾斜误差、零位误差,等等;
- (4) **观测误差** 测量过程中由于观测者主观判断所引起的误差,如读数误差(包括估读误差,也称内插误差)、视差等;
- (5) **环境误差** 测量时环境状态变化所引起的误差。如果这种变化在规定的工作条件允许范围以内称为基本误差。若超出了这一范围,所增加的误差称为附加误差。例如,温度误差、湿度误差、电源电压误差,等等。

上述第(3)、(4)两项又合称人员误差。

从所产生误差的统计特征来看,可以分为:

(1) **系统误差** 在偏离规定测量条件时或由于测量方法所引入的因素,按某确定的规律变化所引起的误差,包括已定系统误差和未定系统误差。前者指符号和绝对值或规律已经确定的系统误差;后者指符号或绝对值未能确定的系统误差。**已定系统误差可以通过修正消除。**

(2) **随机误差** 在实际测量条件下,多次测量同一量值时,误差的绝对值和符号以不可预定的方式变化着的误差。

(3) **粗大误差** 超出规定条件下预期的范围的误差,有时简称粗差。处理数据时,这种误差会明显地歪曲测量结果。所以允许剔除少量这种含有粗大误差的数据,但应有充分理由。

必须指出,上述分类定义是排中的,非此即彼的;但某种因素所造成的误差归入哪一类则是变动的。应当理解,从误差定义出发,每一个测量值只有一个误差值。上述种种原因产生的误差都只是构成这个具体的误差值中的一部分。只做一次测量完全无法区别它们各自占有多少比例,以及是否为主要成分。只有通过多次测量,包括改变条件加以比较即统计地观察才能得出较为可靠的结论。一般说来,各种影响因素都有系统的和随机的成分,而且这种系统性和随机性又随条件而可能互相转化。以温度影响为例,如果在恒温室测量某一量,由于恒温条件不可能绝对理想,将显示出较多的随机误差成分。如果两个恒温室的平均温度有 0.5°C 的差异,则两室所测出的数据就会有系统性的差异。若不加恒温条件而测定某个量时,温度从测第一个数据到最后一个数据有某种显著的升高或降低的趋势,则产生的误差就有较大的系统误差。如果能记录各数据读数同时的温度,它就是能通过一定处理来确定的已定系统误差,如果未能记录读数时刻的相应温度,它就是未定系统误差。若这种变化的温度时高时低,则随机误差就占了主要地位。又例如在人员误差问题上,操作者未调整零点,但记载了零读数。这时就是一种可修正的已定系统误差,如果因疏忽未记载零读数,则会产生未定系统误差。如若调了零点,而实际上存在着某种零点漂移,则造成的误差的性质就由零点漂移的倾向性来确定。如是缓慢的渐进性的或者周期性的漂移,就是未定系统误差,如是比较急剧的,难以确定的变化,就会造成随机误差。而如果这种漂移源于某一突然的外来因素,则又可能造成粗大误差。以观测误差为例,某一工作人员习惯性的视差造成他所读数估值偏高或偏低,但有多人参加判读时,这种误差就可以有某种程度的抵消。所以有些系统误差可以采取随机化测量来抵消,而有些系统误差在进一步判明原因后,采取例如控制更稳定的环境,加强屏蔽,电源滤波和接地,用光调制来抵消背景杂散光干扰等等方法可使其减小到更低的量级上。在数据处理上可以利用差分、平滑、滤波、相关等行之有效的方法。无论如何,测量的准确有赖于取得尽可能多的信息,如增加测量次数,同时取得更多环境参数影响量等等。另一方面,还可以从方案、方法上考虑,减少测量次数而达到所需测量准确度,从而使完成给定的测量任务花费最小的代价。用好误差理论要紧密联系实际,勇于实践,并且随时具体分析,总结经验。

1.4.5 精度与不确定度

精度属于日常用语,泛指测量结果的可信程度。从计量学与误差理论来看,规范化的术语有准确度、精密度、正确度和不确定度等。

(1) **准确度** 表示测量结果与真值之间的一致程度,反映了测量结果中系统误差与随机误差的综合。若已修正所有已定系统误差,则准确度可以用下面介绍的不确定度来表示。

(2) **精密度** 指在一定条件下进行多次测量时,所得测量结果彼此之间符合的程度,反映测量结果中的随机误差大小的程度。有人将它缩略为精度,是不妥当的,是将科学定义的术语

与日常用语混同起来,极易产生误解,最好不用此简称。

(3) **正确度** 表示测量结果中系统误差大小的程度,反映了在规定条件下,测量结果中所有系统误差的综合。

(4) **不确定度** 表征被测量的真值所处量值范围的评定,是测量结果中无法修正的部分,反映了被测量值的真值不能肯定的误差范围的一种评定。

过去,一般用精密度与准确度;两术语的正确理解应为“精密未必准确,准确则必须精密”。规范 JJG1001-91 坚持了这一理解。但多年来有“精密未必准确,准确也未必精密”的提法,流传甚广,以致又“创造”出一个既精密又准确的精确度来,实属蛇足。在已经有较多地方采用精确度这个词的情况下,上述规范也将其列为准确度的同义语,但拒绝了将准确度降为与正确度同义的观点。至于正确度含义是明确的,译法则从日语汉字借用,参照了英法语义,但至今用的场合不多。这主要因为原来将不确定度从性质上分为系统不确定度和随机不确定度在理论上是可行的,然而在实践上却很难区分。系统不确定度这个术语会引起误解,国际计量大会建议避免使用。这样正确度一词已失去基础。尤其是从汉语习惯来说,谁都知道,不正确比不准确更要严重得多,所以这是一种容易误解的译法。当然,历史上类似的误译多得很,既已列为名词术语的规范,在使用时只要注意其定义所规定的实质也是可以的。

从来任何规定同时就是否定,准确度和精密度都是以它们的反面即不准确和不精密的程度来表征的。例如,规定准确度为若干个某一计量单位或真值的百分之几时,意思是所测得值与真值之间的差,即误差的绝对值或相对误差的绝对值将不超过这个界限。这种表征方法意味着这个数值愈大,准确度或精密度反而愈低,即愈不准确或不精密。因此,我们总是说准确度或精密度优于某个指标值而不能说高于或大于这个指标值。

最初,这种指标是从误差的极限值概念出发的(从数学分析观点看实际是界而不是极限);即误差决不可能超过的值,用 δ_{lim} 来表示。但若从概率论观点看,任何界限都有可能被超过,只是概率的大小而已,于是不确定度概念便应运而生,逐步为人们所接受,这是一个合乎科学的潮流。不确定度由误差分析得出,可以用先验的分析方法,也可以用后验的方法,即根据实验结果来分析的统计方法。先验的方法也要依据以前的实验结果,不过在推断中主观臆断的成分较多,有时失之保守,有时却往往忽略了某个重要因素未加分析,但它仍是分析误差不可缺的一种方法。特别是在实验之前,要分配测量系统中各部分,为保证测量任务的要求精度所需的精度指标时往往还只能用这种方法。于是,相应地就有了 A 类不确定度和 B 类不确定度之分。

按照定义,A 类不确定度分量是统计方法算出的分量,根据测量结果的统计分布进行估计,并可用实验标准偏差 s (数学上称为样本标准偏差)及其自由度 ν 来表征。

B 类不确定度分量是用其他方法计算出的分量,根据经验或其他信息进行估计,并可用假设存在的近似的(等效的)“标准偏差”来表征,写作 u 。

当有多个不确定度分量时可相应地加上角标,而在求不确定度时可以利用求方和根方法得到。在分析误差时应尽可能利用实测数据,尤其是尽可能多的数据,包括每件参与实验的仪器的校准数据,以及可能产生影响的因素即通称影响量的监测数据。应注意计算公式中哪些因素被略去,这种因素会导致产生未定系统误差的成分,而被忽略的未定系统误差分析往往是对实验的精度极大的威胁,在后面章节中还将展开介绍。