高等学校教学用書

电学原理

下册

伊·耶·塔姆著

人民教育出版社

高等学校教学用書

电学原理

下册

伊·耶·塔姆著
錢尙武 赵祖森譯

人民教育出版社

本书原系根据苏联技术理論书籍出版社（Гостехиздат）出版的伊·耶·塔姆（И. Е. Тамм）著“电学原理”（Основы теории электричества）1949年版譯出。中譯本分訂为上下两册，于1953年起出过几版，譯者是錢尙武、赵祖森两同志。在修訂本出书前，复經赵祖森同志根据1957年版作全面的修訂。原书曾經苏联高教部审定为綜合大学教学参考书，可供我国高等学校参考。

电 学 原 理

下 册

伊·耶·塔姆 著

錢尙武 赵祖森 譯

人民教育出版社出版 高等学校教材編輯部 北京宣武門內承恩寺7号

（北京市书刊出版业营业許可証出字第2号）

上海大东集成联合印刷厂印刷

新华书店上海发行所发行

各地新华书店經售

統一书号 13010·496 开本 850×1168 1/32 印張 9 9/16

字数 252,000 印数 5,001—35,000 定价（4）¥0.90

1958年8月新1版

1960年5月第2版（修訂本） 1960年6月上海第3次印刷

下册目录

第五章　磁质(可以磁化的媒质)

§ 60. 磁质的磁化。分子电流和傳导电流

1. 正象把电介質放入自由电荷(見 § 21 这一术語的定义)的場中时由于其极化而引起此場的改变一样,把磁質(例如鉄)放入电流的磁場中时，由于本身的磁化也要引起这一磁場的改变。这里磁質是指一切能够磁化的物体[1]，换句話說，所有的物体，只要它的存在能使磁場的形状发生变化或激起磁場，都叫做磁質。一切电介質随着外电場的消失而退极化[2]，然而，只有大多数磁質在外磁場的作用下磁化，并且在外磁場消失时完全退磁(順磁質和反磁質的暫时磁化或感应磁化)。此外，和电介質不同，有一类磁質(所謂鉄磁質)即使在外磁場消失之后也仍然保持它的磁化(所謂永久磁化或剩磁化)，也就是它的存在不仅能使电流的磁場变形，而且能独立激发磁場，而不管有沒有电流存在(所謂永磁体)[3]。

① 实质上所有的物体都具有或多或少的磁性(固然在多数情形下表現得很弱)。

② 見 § 22 上册 101 頁,在某些电介質中,特别是在介質混有外来杂質的情形下,发生的所謂剩余电极化現象,按其物理本性来說与鉄磁質的剩余磁性沒有絲毫共同的地方。剩余电极化是由于漏电流和极化电流的出現(不良絕緣体)使自由电荷重新分布引起的。热电現象和鉄电現象(見 § 29 上册 129 頁)是例外，它們的电介質的性質在許多方面的确和鉄磁質的磁性相似。

③ 鉄磁質保持剩余磁化的能力主要是因为它們的微观不均匀性(剩余彈性应变、多晶結构,化学不純)，例如在沒有內应变的鉄磁单晶体中几乎就完全缺乏这种性能。因而，严格說来，鉄磁質的基本特性不是剩余磁性(磁滞)，而是磁化强度和磁場强度关系的非綫性(关于这一点詳見 §§ 72 和 108)，这种性質甚至在很弱的場中也显現出来，而在鉄磁質微观不均匀性增加时表現得愈发显著。

2. 磁化了的磁質的場，和任何的磁場一样，是由磁質內环流着的电流造成的[①]。

我們首先来研究不导电的、由中性分子(气体、液体)或者由紧縛于一定位置的离子(离子晶体点陣或非晶固体电介質)构成的磁質。虽然在这种媒質中平均电流密度等于零，电荷不能在其中移动一宏观距离，然而在各个分子或离子內部有和某种电流分布相当的电子运动。这些电流称为分子电流；在未磁化的磁質中它們完全杂乱无章地分布着，因而它們的磁場平均說来彼此抵消。但磁化了的磁質中分子电流的分布是有規則的，因而这些电流的合磁場不等于零。

在能傳导电流的磁質(金属、电解溶液之类)中显然必須区分傳导电流 $\mathbf{j}_{傳导}$ 及分子电流 $\mathbf{j}_{分子}$，前者和运送宏观电流的电荷(金属中的自由电子，电解溶液中的离子和离子化气体中的离子)之运动相当，后者存在于电解溶液的中性分子、构成金属坚固結晶架子的紧縛着的离子等等內：

$$\mathbf{j}_{微观}=\mathbf{j}_{傳导}+\mathbf{j}_{分子}, \tag{60.1}$$

式中指标“微观”表示媒質中真正的电流微观密度，以別于平均宏观密度 $\mathbf{j}$。

虽然并不一定可以确切地将电流分成两类[②]，但是因为这种区分使得从电子論的概念来推导場的宏观方程式的方法大为簡化，我們将保留这一分类[③]。为了做到这一点，只要假定，分子电流和傳导电流有所不同，它是封閉在微观的微小空間容积內的。

3. 要建立磁質的理論，首先就必須用适当的方法定量地表征出媒質中分子电流的分布。分子电流密度 $\mathbf{j}_{分子}$ 在物理无限小范圍內的平均

① 电子的自旋磁矩也可以归結为相应电流的作用(見本节末)。

② 例如自由电子在金属中造成的电流一般說来不能整个归入傳导电流內，因为，例如，反磁金属的磁化主要是由自由电子的序化运动引起的，而和宏观电流的轉移无关。

③ 当然，論証場的宏观方程式的正确性也可以不需要这种特殊假定(見§91末)。

值不能作为这样的表征。因为，那怕閉合电流組的磁矩和磁場决不是一定等于零，但电流在这一电流組的整个范圍內的平均值却是等于零的①。特别是在任一分子中流着的諸电流的矢量和恒等于零。

在§§ 56 和 57 中我們見到，閉合电流組在大小充分小的条件下，可以单用它的磁矩表征出来：

$$\mathbf{M}=\frac{1}{2c}\int[\mathbf{R}\mathbf{j}]dV\text{。}$$

显然，分子电流的分布也应該用它們的磁矩表征出来。正如等于单位体积电介质电矩的电极化强度矢量 $\mathbf{P}$ 作为电介质电极化的量度一样，等于单位体积磁質分子电流磁矩的磁化强度矢量 $\mathbf{I}$ 就作为磁質磁化的量度：

$$\mathbf{I}=\frac{1}{2c}\int[\mathbf{R}\mathbf{j}_{\text{分子}}]dV, \tag{60.2}$$

式中积分遍及单位体积磁質。在§ 57 中已經指出过，如果电流組是閉合的，这一积分的值就和矢徑 $\mathbf{R}$ 起点的选择无关。

如果磁質由单个分子所組成（例如，气态的磁質），那么它的磁化强度 $\mathbf{I}$ 也可以定义为单位体积磁質內分子的磁矩的矢量和：

$$\mathbf{I}=\sum\mathbf{M}, \tag{60.3}$$

式中 $\mathbf{M}$ 表示磁質单个分子的磁矩。不难理解，在由单个分子构成的磁質中，方程式(60.3)和方程式(60 2)等效。

最后，如果磁質的磁化在磁質各部分并不是一样的，那么磁化强度矢量 $\mathbf{I}$ 可以定义成分子电流磁矩的（对物理无限小体积 ΔV 的）平均密度：

$$\mathbf{I}=\frac{1}{2c}\overline{[\mathbf{R}\mathbf{j}_{\text{分子}}]}=\frac{1}{2c\Delta V}\int_{\Delta V}[\mathbf{R}\mathbf{j}_{\text{分子}}]dV\text{。} \tag{60.4}$$

仿照电极化强度 $\mathbf{P}$，磁化强度 $\mathbf{I}$ 也可以称为磁极化强度。

---

① 因为根据§ 57 中的証明，从(57.7)可得到(57.6)。

4．以研究恒定閉合分子电流为基础去建立磁質理論可能引起两种怀疑。

首先，从关于原子构造的初步概念这种观点来看，原子內部和分子內部电子的运动并不完全和恒定电流相当，因为电子的場不是恒定不变的，而是和电子繞其軌道（环繞原子核或者沿着分子內复杂的軌道等等）轉动的周期相应，在周期性地变化着的。

从波尔原子理論的观点看来，这一困难是可以消除的，这是因为电子沿軌道轉动的周期非常小，可以和光振动周期（10^{-14}—10^{-15}秒）相比拟，因而在作宏观的观察时，我們覺察的只是此場的时間平均值。因此，在建立宏观理論时，我們可以用恒定閉合电流（“分子电流”）来代替原子內运动的电子，假如这种分子电流的恒定場和电子場在一周期时間內的平均值相同的話。

然而近代的量子力学完全消除了这一困难，它表明，电子在原子內沿一定軌道运动这种直观的概念只是实际情形的十分粗略的第一次近似，并表明处在稳定态的原子的磁場是恒定的，且可以归結为（以一定密度 $\mathbf{j}$ 分布在原子或分子中的）恒定閉合电流的場。

其次，还可以引起怀疑的是，原子和分子的磁性不仅决定于其中电子的运动，并且还决定于电子的自旋。的确，电子的自旋磁矩常常比拟成磁偶极子。然而，在§58中已經指出过，按照量子力学，由电子自旋磁矩激起的磁場也可以归結为以一定方式分布在空間中的电流的場。

无論如何，和任一电流場一样，自旋激发起的磁場是渦旋場，它应該用矢势 $\mathbf{A}$ 来表示，而不用标势 ψ 来表示（見§71）。

因此，磁質的磁性是由分子电流所引起的这一断言获得确証。然而，为了某些目的，最好将磁化强度 $\mathbf{I}$ 看成由两部分合成的，一部分是和电子的平动（軌道运动）相当的电流的磁矩，另一部分是电子的偶极自旋磁矩。这样的区分絲毫不改变以下几节中的討論（用来推导磁質內磁場的普遍方程式），但对研究回轉磁效应（§71）和鉄磁質磁化的机

构(§72)很有用。

§ 61. 有磁質时磁場的矢势。体分子电流和面分子电流的平均密度

1. 按照 (60.1)，将任意媒質中的总密度 $\mathbf{j}_{微观}$ 分成傳导电流密度 $\mathbf{j}_{傳導}$ 和分子电流密度 $\mathbf{j}_{分子}$，我們就得到磁場矢势的下列表示式：

$$\mathbf{A}=\frac{1}{c}\int\frac{\mathbf{j}_{微观}\,dV}{R}=\frac{1}{c}\int\frac{\mathbf{j}_{傳導}\,dV}{R}+\frac{1}{c}\int\frac{\mathbf{j}_{分子}\,dV}{R}。$$

用 $\mathbf{A}_0$ 和 $\mathbf{A}'$ 表示傳导电流和分子电流的矢势

$$\mathbf{A}_0=\frac{1}{c}\int\frac{\mathbf{j}_{傳導}\,dV}{R},\qquad \mathbf{A}'=\frac{1}{c}\int\frac{\mathbf{j}_{分子}\,dV}{R},\tag{61.1}$$

就可以写出：

$$\mathbf{A}=\mathbf{A}_0+\mathbf{A}'。\tag{61.2}$$

在这些表示式中包含有电流的眞实微观密度，而在宏观的理論中我們应当运用微观量的平均值，因而应該将表示式 (61.1) 作相应的变换。

$\mathbf{j}_{傳導}$ 在物理无限小体积内的平均值显然是电流密度 $\mathbf{j}$：

$$\mathbf{j}=\bar{\mathbf{j}}_{傳導},\tag{61.3}$$

只有不是公开地考慮到分子电流的宏观理論才运用它。因此，在宏观理論中，我們可以在 $\mathbf{A}_0$ 的表示式中直接以 $\mathbf{j}$ 代替 $\mathbf{j}_{傳導}$：

$$\mathbf{A}_0=\frac{1}{c}\int\frac{\mathbf{j}\,dV}{R}。\tag{61.4}$$

据此，要决定分子电流矢势 $\mathbf{A}'$ 的平均值，就应該以宏观理論所运用的量，亦即磁化强度，来表示分子电流密度的平均值 $\bar{\mathbf{j}}_{分子}$。然而以下面的方法直接算出矢量 $\mathbf{A}'$ 的平均值比較簡单。

閉合电流組的矢势在它的空間大小充分小的条件下，按照(57.8)，等于 $[\mathbf{MR}]/R^3$，式中$\mathbf{M}$是电流組的磁矩。另一方面，按照 (60.2) 和

(60.4)，表征磁質內分子电流的、磁質体积元 dV 的磁矩等于 $\mathbf{I}dV$ ①。因此，磁質体积元 dV 所激发的場的矢势等于

$$\frac{[\mathbf{IR}]}{R^3}dV,$$

式中 $\mathbf{R}$ 是从体积元 dV 作到决定矢势值的那一"观察点"的矢徑。

最后，在所有磁質元中环流着的全体分子电流的矢势 $\mathbf{A}'$ 由下列积分来决定：

$$\mathbf{A}'=\int\frac{[\mathbf{IR}]}{R^3}dV, \tag{61.5}$$

这一积分显然可以遍及整个的无限空間(因为在磁質的外部 $\mathbf{I}=0$)。因此，分子电流場的矢势 $\mathbf{A}'$ 完全决定于媒質的磁化强度 $\mathbf{I}$。

2. 我們将上一表示式适当地稍加改写。按照方程式 $(43_3{}^*)$ 和 (10^*)，

$$\operatorname{rot}_q\left(\frac{1}{R}\mathbf{I}\right)=\left[\nabla_q\frac{1}{R}\cdot\mathbf{I}\right]+\frac{1}{R}\operatorname{rot}\mathbf{I}=\frac{[\mathbf{RI}]}{R^3}+\frac{1}{R}\operatorname{rot}\mathbf{I}②,$$

因此，上一方程式可以写成：

$$\mathbf{A}'=\int\frac{\operatorname{rot}\mathbf{I}}{R}dV-\int\operatorname{rot}_q\left(\frac{1}{R}\mathbf{I}\right)dV。$$

借助于矢量分析中的关系式 (56^*)，后一积分可以变换成沿着包含积分体积 V 的表面 S 的积分③：

$$\int_V\operatorname{rot}_q\left(\frac{1}{R}\mathbf{I}\right)dV=\oint_S\frac{[\mathbf{nI}]}{R}dS。$$

如果在場中沒有磁化强度矢量 $\mathbf{I}$ 的突变面，那么后一积分可以沿着包含整个場的无限远的表面去积，这时它就变为零(如果磁化强度在

① 我們要指出，磁化强度矢量 $\mathbf{I}$ 是宏观的量，因为，按照(60.4)，它等于物理无限小体积內磁矩的平均密度。

② 在表示式 $\operatorname{rot}_q\mathbf{I}$ 中的指标 q 可以略去而不怕誤解，因为矢量 $\mathbf{I}$ 只是矢徑 $\mathbf{R}$ 源点的函数。

③ 这一变换可以直接应用到我們的积分上，因为在求空間微商时，我們将 R 和 $\mathbf{I}$ 按矢量 $\mathbf{R}$ 源点(和积分体积元 dV 重合)的坐标去求微商(見 §21 上册 96 頁的注)。

无限远处消失得比 $\frac{1}{R}$ 为快的話)。

不然的話，面积分还应該象平常那样还要扩展在 S_1' 面上，S_1' 是把矢量 $\mathbf{I}$ 的突变面 S_1 从积分体积 V 中划分出来的曲面。

紧縮 S_1' 面直到它和突变面 S_1 重合，重复(只有很少的改变)我們在 § 12 中所作的討論，就得到

$$\lim \oint_{S_1'} \frac{[\mathbf{nI}]}{R} dS = \int_{S_1} \frac{[\mathbf{n}_1\mathbf{I}_1] + [\mathbf{n}_2\mathbf{I}_2]}{R} dS = -\int_{S_1} \frac{[\mathbf{N}\cdot\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1]}{R} dS,$$

式中 $\mathbf{I}_1$ 和 $\mathbf{I}_2$ 是 $\mathbf{I}$ 在突变面两側的値，而 $\mathbf{N}$ 是此面上的法綫，从 1 指向 2。以 $\mathbf{n}$ 表示这一法綫，就得到：

$$\mathbf{A}' = \int \frac{\operatorname{rot} \mathbf{I}}{R} dV + \int \frac{[\mathbf{n}\cdot\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1]}{R} dS。 \tag{61.6}$$

因此，任意媒質中磁場的全矢势 $\mathbf{A} = \mathbf{A}_0 + \mathbf{A}'$ 在宏观理論中以宏观电流密度 $\bar{\mathbf{j}}$ 及表征媒質磁化的矢量 $\mathbf{I}$ 来表示：

$$\mathbf{A} = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{j}}{R} dV + \int \frac{\operatorname{rot} \mathbf{I}}{R} dV + \int \frac{[\mathbf{n}\cdot\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1]}{R} dS。 \tag{61.7}$$

3. 这一表示式是从 $\mathbf{A}'$ 的微观表示式 (61.1) 用直接取它的平均値的方法，亦即在 (61.1) 中以微观电流密度 $\mathbf{j}_{分子}$ 在物理无限小体积內的平均値 $\bar{\mathbf{j}}_{分子}$ 来代替 $\mathbf{j}_{分子}$ 时可得到，表示式：

$$\mathbf{A}' = \frac{1}{c} \int \frac{\bar{\mathbf{j}}_{分子}\, dV}{R}。 \tag{61.8}$$

把这个式子和分子电流矢势 $\mathbf{A}'$ 的宏观表示式 (61.6) 相比較，这一比較首先就指明，体分子电流的平均密度 $\bar{\mathbf{j}}_{分子}$ 和媒質的磁化强度有如下的联系：

$$\bar{\mathbf{j}}_{分子} = c \operatorname{rot} \mathbf{I}; \tag{61.9}$$

其次，从这一比較中得到結論，磁化强度矢量突变面的存在这一假定相当于假定除了体分子电流外还有**面分子电流**，面分子电流的平均密度和 $\mathbf{I}$ 的面旋度成正比：

$$\bar{\mathbf{i}}_{分子} = c \operatorname{Rot} \mathbf{I} = c[\mathbf{n}\cdot\mathbf{I}_2 - \mathbf{I}_1]。 \tag{61.10}$$

的确，在这一假定下，表示式 (61 8) 必須补充以考虑到面电流的这一項：

$$\mathbf{A}'=\frac{1}{c}\int\frac{\bar{\mathbf{j}}_{分子}}{R}dV+\frac{1}{c}\int\frac{\bar{\mathbf{i}}_{分子}}{R}dS,$$

因而，根据(61.9)和(61.10)这一表示式和(61.6)等效。

当然，物理量突变面和面电流存在的可能性这一假定是場的宏观解釋的特征，而和微观理論完全是背道而馳的。

正如我們所預料的，表示分子电流平均密度的公式 (61.9) 滿足电流閉合的条件，因为，按照(42_2*)

$$\operatorname{div}\bar{\mathbf{j}}_{分子}=c\operatorname{div}\operatorname{rot}\mathbf{I}=0\text{。}$$

其次，分子电流平均面密度的表示式和从体密度表示式用 (49.7) 类型的极限过渡法所能得到的公式相同。

我們要指出，按照方程式(61.9)，在均勻磁化的媒質中($\mathbf{I}$=恒量)，分子电流的平均密度等于零①。这是因为，如果媒質的相邻体积元的磁化是完全相同的，那么在媒質中决不会发生电流在某一确定方向占优势的情形。而在磁化后的磁質和眞空的接界处，按照方程式(61.10)，具有密度为 $\mathbf{i}=\pm c[\mathbf{nI}]$ 的面电流，这是因为在眞空中 $\mathbf{I}=0$。

将分子电流的分布和磁化强度矢量的空間微商(以及它的切向分量在突变面上的突变) 联系起来的方程式(61.9)和(61.10)，我們是用很迂回的方法得到的。希望直接从基本方程式(60.2) (这个方程式定出磁化强度矢量 $\mathbf{I}$ 并以 $\mathbf{j}_{分子}$ 表示 $\mathbf{I}$ 的值) 得到它們。在§67中，我們在某些使問題簡化的假定下去进行这一計算。

4. 我們来研究在整个体积中平行于軸綫发生均勻磁化的圓柱形磁体作为例子。体分子电流的平均密度到处等于零，因为在 $\mathbf{I}$=恒量时，$\operatorname{rot}\mathbf{I}=0$。在圓柱的两底上也沒有面分子电流，因为在这两底面上法綫平行于 $\mathbf{I}$。在圓柱側面上法綫垂直于 $\mathbf{I}$，因此在圓柱側面上面

① 和均勻极化电介質中束縛电荷的平均密度等于零相似。

分子电流将不为零，分子电流之值等于

$$\mathbf{i}_{分子}=cI \tag{61.11}$$

[在公式(61.10)中，我們令 $\mathbf{I}_1=\mathbf{I}$, $\mathbf{I}_2=0$，因为在磁体外部 $\mathbf{I}=0$]

这些圓形閉合面电流和磁化强度 $\mathbf{I}$ 的方向組成右螺旋系統。

因此，从电子論的观点看来，磁体相当于圓柱形无散电流(見§49)。同时从方程式(61.11)和方程式(49.14)的比較中得到結論，和該磁体相当的螺綫管中的电流强度 J 可以用下列等式来决定:

$$i=nJ=cI, \tag{61.12}$$

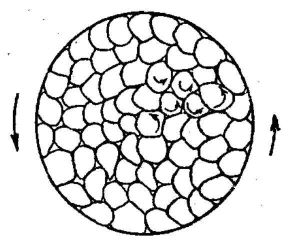

图 63.

式中 n 是螺綫管单位长度的綫繙数。在磁质和眞空的交界处面电流的产生可以用很簡单的討論来說明。图63十分概略地表示磁体的横截面。磁体內部全体分子电流可以概略地表示成在同一方向(例如逆时針方向)周流磁体每一細胞(分子)的、强度相同的电流的总合。磁体內部相邻分子的电流相互抵消，但在磁体的表面上它們組成沿磁体边界环繞着的圓形电流①。

为要使这一討論在量的方面更加精确，我們来研究包含在垂直于圓柱軸的两平面間的磁体薄层。如果这一薄层的高度等于 l，截面等于 S，体积 $V=lS$，而薄层內各分子的磁矩之和等于 $\sum\mathbf{M}$，那么

$$\mathbf{I}=\frac{1}{V}\sum\mathbf{M}。$$

利用方程式(56.2)，以各該分子电流的强度和面积来表示每一分子的磁矩，就得到:

$$\mathbf{I}=\frac{1}{cV}J\sum\mathbf{S},$$

① 关于磁体內部的場和等效螺綫管內部的場之区别这一問題将在§74中加以研究。

为簡便計,我們假定式中所有分子电流都是綫电流,而且它們的强度都相同。如果我們改变分子电流的强度 J 和面积而使它們的乘积保持不变,分子的磁矩就不会改变。按照图 63 选擇这些量,使得相邻的分子电流彼此緊貼。这时 $\sum S$ 数値上等于磁体的截面积 S,而

$$I=\frac{JS}{cV}=\frac{JS}{cSl}=\frac{1}{c}\frac{J}{l}。$$

按定义在所研究薄层表面上流动的电流的强度 J 和此层高度 l 之比,等于电流的面密度 i。因此,上一方程式和方程式(62.11)及(61.12)相同。

§62. 磁質中宏观磁場的微分方程式。磁質中的磁場强度和磁感应矢量

1. 在这一节中我們提出这样一个問題,即用将眞实微观場方程式平均的方法去推出表征場的量 **H** 和 **j** 这些平均的宏观値的方程式。同时我們以一个假定为出发点,即假定对于眞实的微观場来說如果将 $\mathbf{j}_{微观}$ 了解成場中該点电流密度的眞实"微观"値,則恒定电流磁場的基本方程式(47.1)和(47.3):

$$\operatorname{div}\mathbf{H}_{微观}=0\ 和\ \operatorname{rot}\mathbf{H}_{微观}=\frac{4\pi\mathbf{j}_{微观}}{c},$$

是严格正确的。但我們的問題是要找出一个用来确定矢量 $\mathbf{H}_{微观}$ 在物理无限小体积内的平均宏观値(这一平均値我們用 $\overline{\mathbf{H}}_{微观}$ 来表示)的方程式(見 §25)。因为,按照方程式(25.2),对坐标的微商的平均値等于被微商量的平均値的微商,所以从場的微观方程式得到下列結論:

$$\operatorname{div}\overline{\mathbf{H}}_{微观}=0, \tag{62.1}$$

$$\operatorname{rot}\overline{\mathbf{H}}_{微观}=\frac{4\pi\overline{\mathbf{j}}_{微观}}{c}。 \tag{62.2}$$

按照(60.1),任意媒質中的电流密度由傳导电流及分子电流所組成。按照(61.3),$\mathbf{j}_{傳导}$ 的平均値是导体中通常的宏观电流密度 $\mathbf{j}$,而平均値

$\bar{\mathbf{j}}_{分子}$，按照(61.9)，可以用磁化强度的旋度来表示。因此，

$$\bar{\mathbf{j}}_{微观}=\bar{\mathbf{j}}_{傳導}+\bar{\mathbf{j}}_{分子}=\mathbf{j}+c\,\mathrm{rot}\,\mathbf{I}。\tag{62.3}$$

将此式代入(62.2)中，就得到：

$$\mathrm{rot}\,\overline{\mathbf{H}}_{微观}=\frac{4\pi}{c}\mathbf{j}+4\pi\,\mathrm{rot}\,\mathbf{I}。\tag{62.4}$$

方程式(62.1)和(62.4)是任意磁媒質中磁場的基本微分方程式。

2．按定义，宏观电場的强度等于微观电場强度 $\mathbf{E}_{微观}$ 的平均值。用相似的方法去定义宏观磁場强度是完全自然的。

然而在历史上根深蒂固的倒是另一种規定方法，这种規定从分子中存在有磁荷这一概念的观点看来是十分自然的(見 § 73)；卽，磁質中宏观場的强度(这一强度我們今后就以字母H来表示)由下列关系来决定：

$$\mathbf{H}=\overline{\mathbf{H}}_{微观}-4\pi\mathbf{I}。\tag{62.5}$$

而微观場强度的平均値称为**磁感应强度**矢量而以字母 $\mathbf{B}$ 来表示：

$$\mathbf{B}=\overline{\mathbf{H}}_{微观}.\tag{62.6}$$

方程式(62.4)可以写成如下：

$$\mathrm{rot}(\overline{\mathbf{H}}_{微观}-4\pi\mathbf{I})=\frac{4\pi}{c}\mathbf{j},$$

因此用新的符号来写它具有下列形式：

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H}=\frac{4\pi}{c}\mathbf{j},\tag{62.7}$$

而方程式(62.1)和(62.5)具有下列形式：

$$\mathrm{div}\,\mathbf{B}=0,\tag{62.8}$$

$$\mathbf{B}=\mathbf{H}+4\pi\mathbf{I}。\tag{62.9}$$

方程式(62.7)，(62.8)和(62.9)是一組場的基本微分方程式，只要以联系磁化强度 $\mathbf{I}$ 和磁場强度 $\mathbf{H}$ 的方程式补充进去就可以了。这些量之間的联系我們将在下一节中加以研究。在沒有磁化媒質的情形下 $\mathbf{I}=0$；$\mathbf{H}$ 和 $\mathbf{B}$ 就沒有区别，而方程式(62.7)和(62.8)与早先推出的眞

空中的磁場方程式(47.1)和(47.3)相同。

以后如果沒有相反的規定,我們将磁場强度 H 了解成決定于关系式(62.5)并满足方程式(62.7)和方程式(62.9)的矢量。

在形式上比較电場方程式和磁場方程式时:

$$\operatorname{div}\mathbf{D}=4\pi\rho,\qquad \operatorname{rot}\mathbf{E}=0,\qquad \mathbf{D}=\mathbf{E}+4\pi\mathbf{P},$$

$$\operatorname{div}\mathbf{B}=0,\qquad \operatorname{rot}\mathbf{H}=\frac{4\pi}{c}\mathbf{j},\quad \mathbf{B}=\mathbf{H}+4\pi\mathbf{I}$$

就会产生一种印象,一方面,量 E 和量 H 相似,另一方面 D 和 B 相似,而实質上,剛才已經指出过,磁感应强度 B 和宏观电場强度 E 相似(B 等于微观磁場强度的平均值),宏观磁場强度 H 和电感应强度 D 相似①。例如,这表現在电流所受的力决定于磁感应强度 B 而电荷所受的力决定于电場强度 E(我們在 §65 中就会看到)这一点上。

3. 最后让我們指出,在根深蒂固的表示法中,方程式 $\mathbf{H}_{微观}=\operatorname{rot}\mathbf{A}$ [比較方程式(46.2)](用这一方程式就可能将場强的决定归結为矢势的計算)可以写成如下:

$$\mathbf{B}=\operatorname{rot}\mathbf{A}, \tag{62.10}$$

当然,式中 A 必須了解成矢势的平均宏观値。方程式(62.8)可以看成方程式(62.10)的直接結果。而宏观場强度矢量 H,一般說来,不是无散的,因而不能表示成輔助矢势的旋度。

最后,矢势宏观值的微分方程式

$$\nabla^2\mathbf{A}=-\frac{4\pi}{c}\bar{\mathbf{j}}_{微观}=-\frac{4\pi}{c}(\mathbf{j}+c\operatorname{rot}\mathbf{I}) \tag{62.11}$$

可以或者由方程式(46.5)的平均,或者直接从(61.7)[用的方法和 §46 中从(46.1)得到方程式(46.5)的方法相同]得到。

4. 至于磁場的边界条件,则只要利用从有限厚度薄层的情形(薄

① 这一情况特別表現在如下的一点上,在相对論中将电磁場方程式用四維空間的公式来表示时,就必須,一方面将矢量 E 和 B,另一方面将矢量 H 和 D 成对地結合在两个四維的二級張量中[比較方程式(117.7)]。