

实用模糊数学

SHIYONGMOCHUSHUXUE

苌 庐 编著



内 容 简 介

本书从初等集合论出发,系统地介绍了模糊数学的基础知识,并结合实例阐述了模糊数学在农业、林业、气象、环境、地质地理、医学、经济管理、人才评价、物理、信息检索、科研成果评价、美学、语言、哲学、文学等方面的应用情况。

本书通俗易懂,趣味性强,融科学性与应用性于一体。既可作为模糊数学入门的科普读物,又可作为理论与实践相结合的方法论图书。

适合具有高中及高中以上文化程度的读者阅读。

实用模糊数学

蔡 护 编著

科学技术文献出版社出版

中国空间技术研究院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

787×1092毫米 32开本 10.875印张 236千字

1989年10月北京第一版第一次印刷

印数: 1—4000册

科技新书目: 202—118

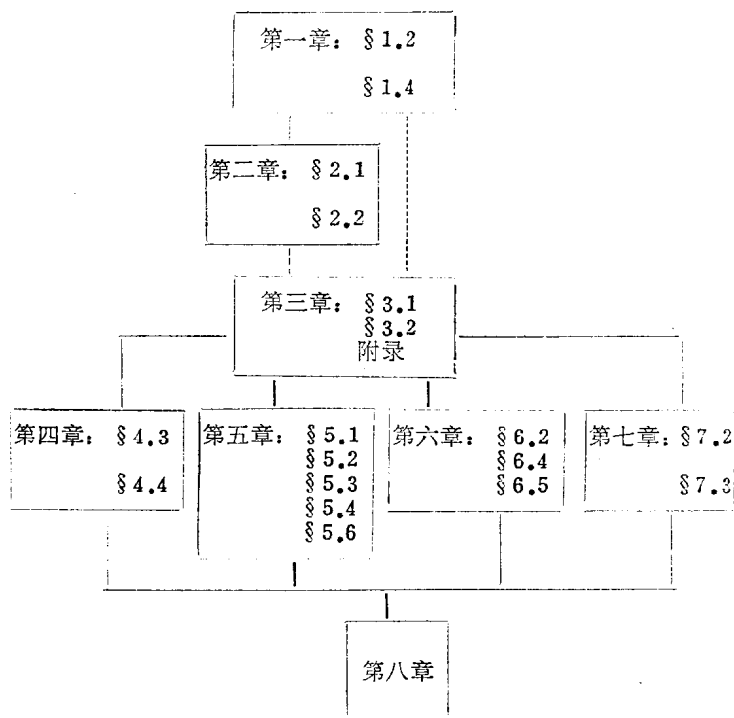
ISBN 7-5023-0867-9/O·58

定价: 4.60元

前 言

当你一目十行，走马观花地初览了全书时，你可能有这样一种印象：书中文字粗俗、罗嗦，甚至在某些地方故意咬文嚼字。一点不错！当我萌发写作本书的意图时，抑或是受一种天真幼稚的冲动支配着，抑或并不准备出版而只作为日后参加工作之用。但是我还是借我粗笨之笔完成了它的写作，并力图使它出版。因为在我看来，无论是对自然科学工作者还是社会科学工作者或其他喜欢数学的广大读者，在没有更多的数学知识的情况下，最终还是有启发作用的。出于这种原因，我并不以此书给读者造成那种印象而抱憾，况且我也无力用自己贫乏的知识来进一步给它编织花环了！我衷心希望未经数学训练的读者能够喜欢它，若此，甚感荣幸！

本书的编排体例是以未经专门数学训练的读者和具有高中以及高中以上文化程度的读者为对象，以强化趣味性和通俗易懂为原则的。书中说明模糊数学的基础理论时，都是结合例子进行的。全书共分八章，其中第二、三章为基础知识；第一、四、五、六、七章各自成体系；第八章是综述，要求具备前面各章知识，有一定深度，但在深刻理解前面知识的前提下并不感到困难。全书的阅读顺序结构如下（框中所列各节为较重要者）：



当然对于有一定高等数学知识的读者，阅读顺序并不受此限制，可根据自己的兴趣和工作需要选择部分章节学习，不理解之处可查阅前面的基础知识。在我看来，读者欲用模糊数学知识这一工具攻他山之石，关键在于充分理解它，在理解了之后借鉴其方法结合其它科学知识再创造性地融合自己的经验去运用它。勿容置疑，读者要深入研究探讨该学科的理论，该书可谓技穷力竭了，但书末参考书目还是有一定帮助的。书中文字，我作了尽可能的简化处理，但有些地方

可能仍然较为晦涩；也有的地方，虽然也作了简化处理，但那种解释只是纯粹出于我自己的理解，至于正确与否，有待读者鉴证识别。

书籍里充满着生活，它是一种在理性支配下的生活，对于跋涉者来说，如果不只是仅仅限于猎奇的话，那末其中每一步都是艰苦的，但却有余味无穷的欢乐。这是我的体会，希望读者在阅读本书时也能觉察到作者跳动的脉搏！

在本书的编写过程中，笔者根据相当部分的高中生、大学生及研究生的意见作了调整，并对文字描述作了简化处理，谨此表示谢意。笔者要特别感谢的是北京农业大学基础部裴鑫德教授和北京师范学院数学系郑崇友副教授在百忙之中抽出了宝贵的时间为书稿审阅校对，并作了具体指导，殷殷之心，铭感不忘。另外，笔者采用了许多报刊杂志上有关模糊数学方面的应用实例，有的在未经作者的许可下作了部分改动，但仍署作者之名，为此，笔者表示诚挚的感谢。

笔者自惭浅陋，见闻未周，谬误之处，望读者不吝指教！

作者

1988年4月

主 要 运 算 符 号

$\in$ 表示元素与集合的属于

$\bar{\in}$ 或 $\notin$ 不属于

$\subseteq$ 包含

$\not\subseteq$ 不包含

$\subset$ 真包含

$\cup$ 并

$\cap$ 交

$=$ 等于

$\neq$ 不等于

$\equiv$ 恒等于

∇ 恒不等于

$\triangleq$ 定义

$\wedge$ 取小运算

$\vee$ 取大运算

$\prod_{i=1}^n$ n 项 因子连乘积

A^c ($\tilde{A}^c$) 集合 A (模糊集 $\tilde{A}$) 的补集

$(r_{ij})_{m \times n}$ m 行 n 列矩阵

$\cdot$ 概率积

$\int$ 积分号

$\hat{+}$ 概率加

$\oplus$ 有界加

$\otimes$ 或 $\odot$ 有界积

$\ominus$ 有界减

$\dot{\varepsilon}, \varepsilon^+$ Einstein 算子

$\dot{\nu}, \nu^+$ ν 算子

y_p, Y_p Yager 算子

$\sum_{i=1}^n$ n 项和

Max 取大运算

Min 取小运算

$\sim$ 等价于

$\times$ 四则运算中表乘积, 向量空间中表直积

$>$ 大于

$\nless$ 不大于

$<$ 小于

$\nless$ 不小于

lim 极限

$\tilde{A}$ 模糊集

$\text{Min}(a, b) = a \wedge b$

$\text{Max}(a, b) = a \vee b$

$+$ 加号

$\circ$ 算子符号的统称

目 录

第一章 总论	(1)
§ 1.1 日常生活中的模糊性现象	(2)
§ 1.2 现象模糊性实质	(3)
§ 1.3 人工智能与模糊性	(6)
§ 1.4 模糊数学的应用前景	(7)
第二章 预备知识	(10)
§ 2.1 经典集合初步	(10)
§ 2.2 向量与矩阵初步	(19)
§ 2.3 映射与关系	(29)
§ 2.4 基础概率论	(33)
§ 2.5 简短的结论	(43)
第三章 模糊集基础	(45)
§ 3.1 模糊集合及其表述方法	(45)
§ 3.2 隶属度函数的确定方法	(52)
§ 3.3 模糊集合的运算	(79)
附录 经典集合、模糊集合与可拓集合的比较	(85)
第四章 模糊识别	(92)
§ 4.1 概述	(92)
§ 4.2 模糊集合的模糊性度量	(94)
§ 4.3 模糊集合间的相似性	(95)
§ 4.4 识别原理	(106)
§ 4.5 模糊识别应用实例	(114)
§ 4.6 模糊识别应用前景	(119)
第五章 模糊聚类分析	(125)
§ 5.1 分解定理	(125)

§ 5.2	模糊关系	(127)
§ 5.3	模糊矩阵	(136)
§ 5.4	模糊聚类	(146)
§ 5.5	模糊聚类应用实例	(164)
§ 5.6	指标体系的选择与模糊聚类应用动态	(174)
第六章	模糊综合评价	(179)
§ 6.1	概述	(179)
§ 6.2	经典的综合评价方法简介	(182)
§ 6.3	模糊变换	(184)
§ 6.4	权数的确定方法	(191)
§ 6.5	模糊综合评价	(216)
§ 6.6	模糊综合评价应用实例	(227)
第七章	模糊统计判决与模糊优化	(243)
§ 7.1	基础模糊概率	(243)
§ 7.2	模糊统计判决	(247)
§ 7.3	模糊优化	(264)
§ 7.4	模糊积分评判简介	(277)
附录	实数集的确界	(282)
第八章	模糊数学在其它方面的应用述评	(283)
§ 8.1	模糊数学与语言学、美学、哲学	(284)
§ 8.2	模糊数学与文献检索	(290)
§ 8.3	模糊数学与农业	(292)
§ 8.4	模糊数学与气象	(297)
§ 8.5	模糊数学与林业	(302)
§ 8.6	模糊数学与人员功能测评和人才考核	(314)
§ 8.7	模糊数学与地质、地理制图	(319)
§ 8.8	模糊数学与物理学、医学、环境	(324)
主要参考资料		(333)

第一章 总 论

数学是关于数量的科学，它所研究的对象是现实世界的空间形式和数量关系。在科学的发展历程中，每次重大的变革或革命都有数学的烙印，数学的影响是比较深刻的〔1〕。现在，社会日趋信息化、复杂系统化、分工细化和综合化，数学在其中的运用更是日新月异，引入瞩目。各种边缘中介性学科的产生诸如协同论、突变论、耗散结构理论都毫不例外地孕育产生了新颖的数学方法，对现实的某些物象运动规律作了客观的解释。大家知道，数学本身从常数数学——经典精确数学——随机数学——模糊数学的序列诠释中的发展，都是因为社会、经济、技术的发展和需要在社会人的实践中由感性知识上升到理性知识或理性知识的创造性应用的结果，进而受到广泛的重视，也一度成为时代背景条件下研究的热点。那么，可以预见，模糊数学也将会以它别具一格的姿态受到社会的青睐。

模糊数学是美国加利福尼亚大学控制论专家查德（L. A. Zadeh）于1965年首先提出的。到现在20余年的发展过程中，其理论方法日臻完善，已广泛地渗透到自然科学和社会科学各领域中。由于模糊数学在处理客观实际问题时既能与精确数学结合又有区别于精确数学“非此即彼”的“亦此亦彼”的特性，因而为它的广泛应用找到了理由，也使它成为国际上目前较为敏感的新兴学科。模糊数学拓宽了经典精确数学的基础，找到了一条解决概念划分上不确定性现象的描

述方法，二者的结合使数学本身又升华了一个新的层次。而且，它为人工智能仿真提供了颇有诱惑力的科学方法，它的产生是历史发展的必然结果。

§ 1.1 日常生活中的模糊性现象

作为繁杂有序社会里的一个分子——人，其思想在新事物产生和发展时，往往表现出对旧事物的依恋和对新事物的怀疑，模糊数学在它诞生时也受到了这样的待遇，但社会实践的发展检验并证实了它的科学性。相信读者在没有理解模糊数学究竟是什么的条件下，不会产生认为它有悖于传统的偏见。事实上，在日常生活中，我们遇到的大量现象都表现出了模糊性的特点。诸如“我吃得太多了”、“那幢楼房真漂亮”、“大胡子”、“小姑娘”，河水的“深浅”、人的“胖瘦”、颜色的“浓淡”等等。但是在谈到水的深度时，试想什么样的深度是深与浅的界限呢？5米相对于1米是深，相对于10米则是浅。自然，因为没有一个具体的参照深度，我们对5米、1米、10米都没法用“深”与“浅”的量词来孤立地度量。又如我们在文艺欣赏中经常会遇见这样一些表述：

“那幅水彩画给人一种美的享受”、“这部影片的主题是悲剧性的；那部影片的主题是喜剧性的”、“粉红粉红的色彩配上那朵淡紫色的丁香和湛蓝湛蓝的天空，那意境该有多迷人啊！”，这些都给人的思想蒙上了一种难以言尽的意象面纱。但是这里到底什么是美、什么是悲剧、什么是喜剧，粉红粉红的色彩是一种什么样的色彩等等，我们却常常只有一种“只可意会、不可言传”的感觉，难以约定一个标准界线

对之予以刻划。只要我们稍加观察，就会发现在我们日常生活中，存在着大量的诸如上面所列举的模糊语言，所以说，模糊语言是司空见惯的现象。

不仅在语言方面如此，而且在现实的物理世界中，也有许多事物区别的界限并不是绝对分明的和固定不变的。如文昌鱼，无脊椎、无骨骼，但有脊索，就打破了脊椎动物与无脊椎动物的界线；总鳍鱼，有鳃，可在水中呼吸，又有肺，亦可在陆地生活，也打破了鱼类和两栖类的界限；病毒，有生命现象，属于生物范畴，但没有细胞核和组成细胞内含物的基本细胞器，具有非生物特性，它使生命与非生命的界限变得模糊了；由于存在兼有自养和异养特性的裸藻、盘藻和团藻，使植物与动物概念的集合变得不分明了；由于存在随年龄的增长或季节的推移而发生性别变化的信良、沙蚕、牡蛎，使雌雄性别绝对“神圣”的划分也变得黯然失色了，如此等等。由此可见，无论在生活中，还是在物理世界中，模糊性现象是大量存在的，并没有难得遇到的例外，只是尚没有上升到用什么具体理论来描述的高度。对本节的内容，就初涉模糊数学的读者来说，我们可以用宋朝大文学家苏轼的一首诗表述：“横看成岭侧成峰，远近高低各不同；不识庐山真面目，只缘身在此山中。”那么，试问现象模糊性的实质又是什么呢？

§ 1.2 现象模糊性实质

世界上的许多事物，包括人脑的思维和控制作用，都有模糊和非定量化的特性。模糊的事物是经常遇到的，对这类

事物，仅用经典的数学方法去处理是很难获得令人满意的效果的。人们在思考和推理问题时，常常自觉不自觉地使用了模糊数学原理和方法。例如我们到商店买一件衣服，如果那件衣服合身，颜色中看，款式新颖，那么我们就买下它，否则就不买；再如，我们也经常遇到这样的推理：

大前提 具有社会责任心的人大多有大海般的心胸。

小前提 伟人们是具有社会责任心的人。

结论 所以，伟人们大多有大海般的心胸。

这里，我们都应用了模糊逻辑推理。从形式逻辑学中我们已经知道，这些推理都是基于概念的前提进行的思维活动，因而我们探究模糊性时也应从概念入手。一个概念如“惰性气体”是由概念的“外延”和“内涵”所组成的。所谓“外延”是指适合这个概念的一切对象，它是从量的方面来反映的，如“惰性气体”这个概念的外延就是组成该“集合”的所有元素：氦、氖、氩、氪、氙、氡。所谓“内涵”是外延包括的一切对象所共同具有的本质属性，它是从质的方面来反映的，如“惰性气体”这个概念的内涵就是一切惰性气体“很难与其它元素化合”这个本质属性，它是该“集合”的定义。“男人”与“女人”，“铁”与“木头”，我们之所以很容易区别，就是因为这些集合有清晰的外延和内涵，能够明确地进行精确的划分。但是有些概念正如我们在§1.1中所举的例子一样，如“深浅”、“大胡子”、“小姑娘”，这些集合的边界并不是十分分明的，它们没有明确的外延和内涵，我们无法用什么具体的界限来精确地予以划分，亦即这些概念是模糊的。因此从上面简单的分析中我们可以抽象出

模糊性的概念，即，所谓模糊性是客观事物之间差异的中介过渡性所引起的划分上的一种不确定性，是概念的内涵和外延的不分明性。这就是事物现象模糊性的实质。

模糊性和精确性是对立统一、相互依存、可以互相转化的，模糊性并不是什么神秘的现象。精确的概念可以表达模糊的意思。例如唐代诗人李白的一首绝律（七绝）《望庐山瀑布》云：“飞流直下三千尺，疑是银河落九天。”很显然，诗中量词“三千尺”、“九天”并非确指，而是一种诗化了的脱离了具体内容的模糊性概念。因为诗人的巧妙应用，而使诗盎然有意，气势磅礴，充满奇趣，和谐自然如流水，仿佛身临其境，令人回肠荡气！同样，模糊的概念也能表达精确的意思。例如一个人有大胡子，这是一个确定无疑的事实，就结论本身而言，没有任何含糊之处，因而是精确的。因此，任何事物既具有模糊性的一面，又具有精确性的一面。模糊性是普遍的、绝对的；精确性是具体的、相对的，是包含了模糊性的精确性。模糊思维打破了形而上学对人们思想的束缚，使人们注意到世界上的事物有着相互区别、相互对立、“非此即彼”的明晰性形态，同时有着事物区别和对立并不绝对清晰、“亦此亦彼”、相互交织、渗透、穿插、复合、界限不分明过渡性形态，这是符合辩证法的“除了‘非此即彼！’，又在适当的地方承认‘亦此亦彼！’，并且使对立互为中介”，“一切差异都在中间阶段融合，一切对立都经过中间环节而互相过渡”理论（《马克思恩格斯选集》第三卷，P535）。这是模糊性实质在哲学上的意义。

§ 1.3 人工智能与模糊性

人类在同大自然的斗争中，创造并逐步发展了计算工具。我国春秋时代就有“筹算法”，唐末创造出算盘，南宋（1274年）已有算盘和歌诀的记载。随着生产的发展，计算日趋复杂，开始出现了比较先进的计算工具。1642年在法国制成了第一台机械计算机，1654年出现了计算尺，1887年制成手摇计算机，1946年出现了世界第一台电子计算机。电子计算机的问世使社会向信息化过渡得到强化，它与人脑相比较有以下几个显著优势：

1. 运算速度惊人。目前国外巨型计算机已达每秒几亿次；
 2. 精确性令人惊奇；
 3. 具有人的“记忆力”和逻辑判断能力；
 4. 具有控制、仿真、识别图象的能力；
- 如此等等。

早在1671年，著名数学家莱布尼兹说过：“让一些杰出的人才象奴隶般地把时间浪费在计算上是不值得的。”今天他渴望的愿望实现了。但是电子计算机是否可以完全取代人脑？答案是否定的。我们从下面的用计算机进行科技运算的工作流程中可以看出用计算机解决问题是有限制条件的：

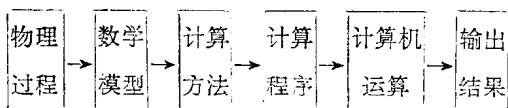


图1-3-1 用计算机进行科技运算的工作流程

1. 电子计算机必须依赖人编的程序才能工作；
2. 没有创造性，没有思维判断能力；
3. 必须借助人的命令才能运行，是完全由人控制的。

基于以上限制条件，尽管电子计算机解决了社会活动中许多为人所不能解决的问题，但它仍然取代不了人脑，而且在仿真人脑的模糊推理方面越来越显得呆滞而不能胜任。人脑既能处理精确信息亦能处理模糊信息，这两种功能交织在一起，使强悍的电子计算机也望人兴叹了。例如，如果某顾客要买一件“浅黄色的朴素的适合体型的裙子”，若让装有电脑的机器人去代顾客选购，必须先让它理解此语的含义，但电子计算机不能进行人脑的模糊思维的特点决定了机器人不可能对“浅黄色”、“朴素”、“适合体型的”的知觉形象作出判断。设想该机器人代顾客选购了一条裙子，其结果一定闹出了“女人错长了男人的胡子，而男人错穿了女人的裙子”一类的笑话。简单地说，机器人不会模仿人类“亦此亦彼”的思维过程。为了弥补电子计算机这种“残缺”的功能，有必要扩充经典的康托集合理论了。可以说，正是在这种用经典数学难以描述和量化模糊现象的困惑中，人们开始在数学结构的自身的改造上寻找着希望。

§ 1.4 模糊数学的应用前景

在没有深入到模糊数学的基础理论之前，我想谈一谈模糊数学的应用领域，以期读者对它的实践价值有一个肤浅的轮廓。至于模糊集合、经典集合和可拓集合的区别，我们将在第三章加以表述，这是有必要的。

模糊数学是研究和处理模糊现象的科学，它所揭示的是客观事物之间差异的中介过渡性引起的划分上的一种不确定性。它定义的具有描述事物渐变过渡能力的隶属度函数，使人们从“亦此亦彼”的事物中提取“非此即彼”的信息成为可能，而这使人们在认识事物的属性的程度上提高了准确度，也强化了自然的精神化。模糊数学从1965年诞生到现在，有关它的论文指数级增长^[2]，表明了它的强大生命力。

根据有关文献资料统计，模糊集合的应用取得进展的有如下方面：

1. 农业方面 作物引种；物种分类；土壤限制因子分析；农业区划；农业产量预测；土壤类型划分；幼苗鉴定；播种期的确定；病虫害的预测与控制；农业技术方案的评价；农业系统的模糊诊断；作物生长分析等等。

2. 气象方面 天气过程划分；长期天气预报；天气灾变预测；农业气候区划；气象因子分析；气象预报评价；气候识别等等。

3. 林业方面 树种识别；森林区划与分类；树种引种；森林优化；森林管理系统的评价；森林病虫害预测等等。

4. 环境方面 环境质量评价；污染区域划分与治理决策；环境污染主因子分析；确定环境单元质量的相似性等等。

5. 地质地理方面 岩石识别与划分；岩石硬度分析；古生物化石分析；矿产预测；地理位置分析与聚类；地层分析；地理制图；地震预测；地震旱涝异常的判别分析；测井技术的评价；水库优化等等。

6. 医学、化学方面 癌细胞识别；生物医学工程；职