光学问题300例

鲍培谛
蔡海涛

四川科学技术出版社

光学问题300例

鲍培谛　蔡海涛

四川科学技术出版社

1991·成都

新登记证号：（川）004号

责任编辑：刘阳青
封面设计：朱德祥
技术设计：康永光
责任校对：又　菁

光学问题300例

鲍培谛　蔡海涛

四川科学技术出版社出版发行　（成都盐道街三号）
新华书店重庆发行所经销　四川科学技术出版社资中印刷厂印刷
开本 787×1092毫米 1/32 印张6.75插页2 字数 140 千
1991年11月第一版 1991年11月第一次印刷 印数 1—1870 册

ISBN 7-5364-1974-0/O·41　定价：3.05元

前　　言

为了帮助学生开拓思路，扩大视野，从多种角度加深对普物“光学”教材的理解，训练和培养学生的综合能力，我们编写了《光学问题300例》。

此书按教学大纲要求，配合由郭永康、鲍培谛编写的《光学教程》(四川大学出版社1989年出版)，分析解答了形式新颖、特点各异的光学问题300例。其中包括对概念、定律的理解、运用；对实验现象的分析鉴别；对与自然现象、生产实践相关的问题的讨论等。所拟问题，主要精选自国内外光学书刊、各类光学试题，此外还有相当数量较为新颖的自编题。层次有浅有深，并尽量把一些现代光学的新信息反映在有关例题中。对问题的分析处理，着重于交待思路，启发学生思维，使他们能举一反三，将基础知识灵活运用于解题、实验、实践等诸方面。

在编写本书过程中，郭永康先生提出不少宝贵意见，特此表示感谢。

疏漏之处，敬请读者指正。

编　　者

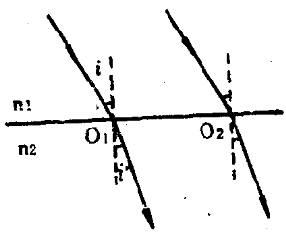
1990年10月

目　录

一、几何光学的基本原理
及傍轴成象理论

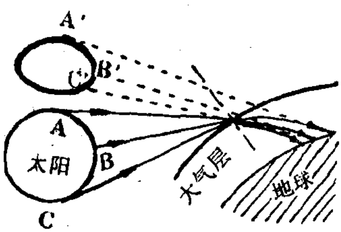
1．当一束光从空气进入水中时，光束的截面积发生怎样的变化？

答：一束光线从空气射入水中，$n_1<n_2$。由折射定律 $n_1\sin i=n_2\sin i'$，应有 $i'<i$。如图，光束在空气中横截面积为 $\pi(\overline{O_1O_2}\cos i/2)^2$，在水中为 $\pi(\overline{O_1O_2}\cos i'/2)^2$。因为 $i'<i$，于是 $\cos i'>\cos i$，所以光束在水中的截面积将大于在空气中的截面积。



2．为什么日出或日落时太阳看起来是扁的？

答：日出或日落时，太阳位于地平线附近，来自太阳顶部、中部和底部的光线射向地球大气层的入射角依次增大（如图）。同时，大气层密度不均匀，折射率n随接近地面而逐渐增大。



当光线穿过大气层射向地面时，由于n逐渐增大，使其折射角逐渐减小，光线

的传播路径就发生了弯曲。我们沿着光线看去，看到的发光点位置就会比其实际位置抬高。另一方面，折射光线的弯曲程度还与入射角有关。入射角越大的光线，弯曲越厉害，视觉位置就被抬得更高。因为从太阳上部到下部发出的光线，入射角依次增大，下部的视觉位置就依次比上部抬高得更多。所以，日出和日落时太阳看起来呈扁椭圆形。

3．一束在空气中波长为5893Å的钠黄光，从空气进入水中时，它的波长将变为多少？在水中观察这束光时，其颜色会改变吗？

答：根据光在媒质中的波长$\lambda' = \lambda/n$，水的折射率$n = 4/3$，则钠黄光在水中的波长为$\lambda' = \dfrac{5893\,\text{Å}}{4/3} = 4420\,\text{Å}$；光的颜色是由光波的频率决定，在不同媒质中，光的频率是不变的。所以在水中观察这束光，其颜色不变，仍为黄色。

4．同一物体经针孔或平面镜所成的象有何不同？

答：由反射定律可知，平面镜的物象之间是关于镜面对称的。例如右旋坐标系经平面镜成的象为左旋坐标系，因此象同物左右互易而上下并不颠倒。即物体经平面镜生成等大、正立的虚象。

物体经针孔成象时，物点和象点之间相对于针孔对称。例如右旋坐标系经针孔所成的象仍为右旋坐标系，因此象同物的上下左右都是互易的，而且成象的大小与针孔到接收屏的距离有关。即物体经针孔生成倒立实象。

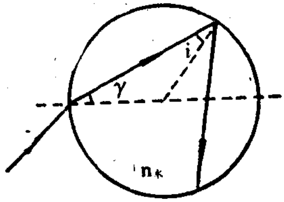
5．在夜晚的江面上，为什么路灯生成的倒影是拉得很长的一条光带？

答：江面上荡漾的水波相当于若干互成微小角度的平面

镜。路灯在这无数平面镜上分别生成一个个虚象，连串起来，就是一条很长的光带。

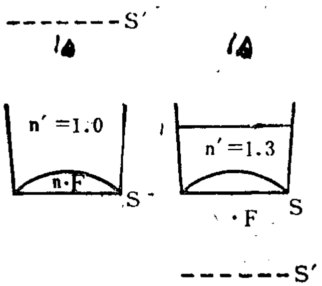
6．下雨后，树叶上的水珠为什么显得很亮？要使光线在水珠内作全反射，问水珠内的入射光线和通过入射点的直径之间的夹角不能小于多少度？

答：雨后树叶上的水珠之所以显得亮，是因为光线在水珠内发生了全反射。要使光线在水珠内发生全反射，则应使光线从水珠内射向空气的入射角i大于其全反射临界角i_c。如图，光线从水珠内射向空气的入射角i，正是水珠内入射光线与通过入射点的直径间的夹角γ。因此$\gamma = i_c = \sin^{-1}\frac{n_2}{n_1} = \sin^{-1}\frac{4/3}{1} = 48.5°$。



7．有一玻璃酒杯，杯底呈凸形球面，球面下嵌有一画，空杯看去，与普通酒杯无异，注入酒后杯底呈现出美丽的画面，这是为什么？试解释之。

答：这种玻璃酒杯的凸形底面相当于一个单折射球面，它的下面本来就嵌有图画S，如图(a)。未盛酒时，对这个单折射球面有：$r<0$，$n>n'=1.0$，则单球面的物方焦距$f=\frac{-n}{n'-n}r<0$。



(a)　(b)

选择适当的球面曲率半径r，使$|f|<|s|$，这时图画S在

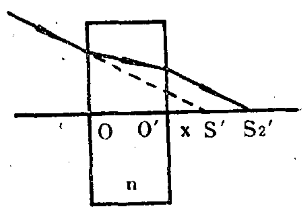
物方焦点F外侧。由$s' = \frac{s+f'}{sf'}$可知，将生成一倒立放大实象S′在杯上方远处。人眼靠近杯看时，它是人眼的虚物，故看不见。倒入酒后，如图(b)，$n > n' = 1.3$，由于n'增大，单球面的焦距$|f|$会变大，使得$|f| > |s|$，即画图S位于F内侧。由$s' = \frac{s+f'}{sf'}$可知，将在单球面下方生成一个放大虚象S′，这时人眼就能看见画面了。

8．晴天时，利用日光和一块凹面镜就能点火，利用凸面镜能点火吗？

答：不能。因光线经凸面镜反射后，必然成为发散的反射光线，不可能有交点。发散光线的反向延长线的交点为凸面镜的虚焦点，它位于凸面镜后方。由于虚焦点不是实际光线的会聚点，故凸面镜不能将日光会聚点火。

9．实物点S经薄透镜L成一实象点S′，若将一表面平行的玻璃板垂直于光轴插入自透镜出射的光路中，问象点S将怎样变动？

答：象点将远离透镜，即$S_2' > S'$，如图。从透镜出射的会聚光线经玻璃板折射后方向不变，但有一个侧向位移，因而使象点变远。



10．薄透镜的焦距与它所在媒质是否有关？凸透镜一定是会聚透镜吗？凹透镜一定是发散透镜吗？

答：由薄透镜焦距公式：$f = -n/\left(\frac{n_0 - n}{r_1} + \frac{n' - n_0}{r_2}\right)$

和$f'=n'/(\frac{n_0-n}{r_1}+\frac{n'-n_0}{r_2})$可见，f及f′与组成透镜的两个单球面曲率半径$r_1$、$r_2$有关，与透镜材料折射率$n_0$有关，还与它所在的物方和象方的折射率n和n′有关。当$f'>0$（或$\Phi>0$）时，是会聚透镜；当$f'<0$（或$\Phi<0$）时，是发散透镜。凸透镜或凹透镜究竟属于哪种，主要由其焦距f′（或光焦度Φ）的正负决定，亦即由上述几个因素决定。例如，一个凸透镜（$r_1>0$，$r_2<0$）在空气中（$n_0>n=n'=1$）是会聚透镜；当把它置于某媒质中，使$n_0<n=n'$时，它的象方焦距f′将为负值，成为一个发散透镜。因此，并非凸透镜就一定是会聚透镜、凹透镜一定是发散透镜。

11．水中的球形空气泡能起透镜的作用，它是会聚透镜还是发散透镜？其焦距和气泡半径的关系如何？

答：水中球形空气泡是会聚厚透镜。

因厚透镜的光焦度$\Phi=\Phi_1+\Phi_2-\frac{d}{n_0}\Phi_1\Phi_2$，对水中球形气泡，有$n_1=n_2'=1$，$n_1'=n_2=n_0$，$r_1=R$，$r_2=-R$，代入光焦度公式即

$$\Phi=\frac{n_0-1}{R}+\frac{1-n_0}{-R}-\frac{2R}{n_0}\left(\frac{n_0-1}{R}\right)^2$$

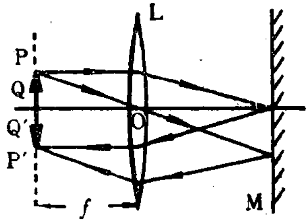
$$=\frac{2(n_0-1)}{n_0R}$$

所以$f'=\frac{1}{\Phi}=n_0R/2(n_0-1)$，这就是水中球形气泡的焦距与其半径的关系。

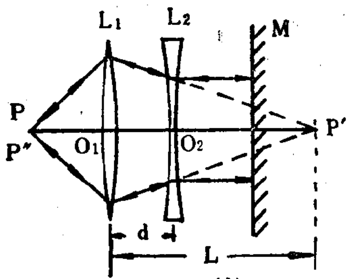
12．你能用些什么方法去测量薄凸透镜和薄凹透镜的焦距？

答：测量薄透镜的方法很多，如自聚焦法、共轭点法等。而用自聚焦法测薄透镜的焦距，是最简易可行的方法。现分别说明如下：

（1）测凸透镜焦距。如图（a），调节物体PQ的位



(a)



(b)

置，当物体置于透镜L的前焦面上时，从物体发出的光线经L变为平行光束，再经平面镜M反射，将在L的前焦面上生成与物体等大倒立的实象P′Q′。测出物距，则该物距就是透镜L的焦距，即$S=f$。该装置中，平面镜的位置对测量结果无影响，因进入M的是平行光束。

（2）测凹透镜焦距。如图（b），先将物点P置于主光轴上，测出P经一凸透镜L_1所成象点P′的象距$O_1P'=L$，再在L_1之后放上待测凹透镜L_2和平面镜M，移动L_2使最后成象点P″与物点P重合。测出此时两透镜之间距$O_1O_2=d$，则待测凹透镜焦距为$|f_2|=L-d$。此时P′点就是凹透镜的物方焦点，过P′的光线经L_2平行出射，再经M沿原路返回交于P″。

13．（1）置于空气中的两个光焦度大于零的薄透镜，可否组成一个光焦度小于零的共轴球面系统？（2）平行于

光轴的入射光通过一个光焦度$\Phi<0$的共轴球面系统后，能否在轴上得到亮实象？

答：（1）空气中的两个薄透镜组成一个共轴球面系统，其总光焦度$\Phi=\Phi_1+\Phi_2-d\Phi_1\Phi_2$。已知$\Phi_1>0$，$\Phi_2>0$，若要$\Phi<0$，则应有$\Phi_1+\Phi_2<d\Phi_1\Phi_2$，即使$d>\dfrac{\Phi_1+\Phi_2}{\Phi_1\Phi_2}$，这是可以实现的。因此空气中两个光焦度大于零的薄透镜，可以组成一个光焦度小于零的共轴球面系统。

（2）因为$\Phi<0$的共轴球面系统是一个发散系统，以平行于主光轴的光入射，经该系统后出射光线是发散的，不可能得到亮实象。

14．"根据光的可逆性，系统基点的位置与入射光是自左向右还是自右向左传播无关"。这种说法对吗？

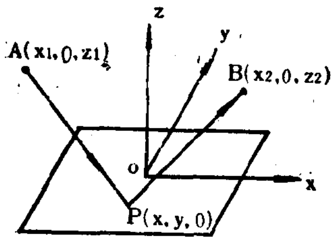
答：不对。光的可逆性指的是："当光线沿着和原来相反的方向传播时，其路径不变"。例如，以平行于主光轴的入射光线自左向右传播时，经透镜后它将在象方焦点F′上会聚；反过来，从象方焦点F′上发出的自右向左传播的光线，经透镜后将成为平行于主光轴的平行光。这就是光的可逆性。

而系统的基点一分为物方和象方基点，是反映系统成象规律的一些特殊点。它们的位置是根据符号规则及有关成象公式而确定的。而符号规则和成象公式的前提就是：假设光线自左向右传播。在这个前提下，才定出物方基点和象方基点位置。如果入射光线方向变了，相应的物方量和象方量（包括物象双方基点的位置）都应对调。所以系统基点的位

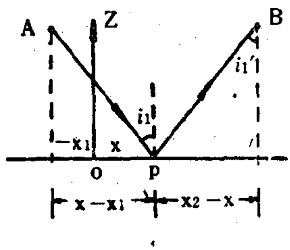
置与入射光传播方向有关。

15．试由费马原理导出光的反射定律。

解： 如图（a），A为点光源（x_1，0，z_1）；B为接收器（x_2，0，z_2）；P为光线入射点（x，y，0）。光线AP和PB的光程为



(a)



(b)

$$[AP]=nl_1=n\sqrt{z_1^2+(x-x_1)^2+y^2} \qquad (1)$$

$$[PB]=nl_2=n\sqrt{z_2^2+(x-x_2)^2+y^2} \qquad (2)$$

上式中n为光线所在空间的折射率，l_1、l_2分别为AP、PB的长度。

由费马原理，P点的位置应使光程〔l_1+l_2〕为极值，即应令

$$\frac{\partial}{\partial y}n(l_1+l_2)=0 \qquad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}n(l_1+l_2)=0 \qquad (4)$$

将（1）、（2）代入（3）式得

$$\frac{\partial}{\partial y}n(l_1+l_2)=n\left(\frac{y}{l_1}+\frac{y}{l_2}\right)=0$$

仅当$y=0$时，上式才为零。即入射线、法线及反射线必须在垂直反射面的平面、即入射面内。

将（1）、（2）代入（4）式得

$$\frac{\partial}{\partial x}n(l_1+l_2)=n\left(\frac{x-x_1}{l_1}+\frac{x-x_2}{l_2}\right)=0$$

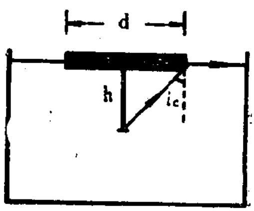
由图（b）可知

$$\frac{x-x_1}{l_1}=\sin i_1\quad,\quad\frac{x_2-x}{l_2}=\sin i_1'$$

仅当$i_1=i_1'$时，$\frac{\partial}{\partial x}n(l_1+l_2)$才为零。所以反射角等于入射角。

16．在圆柱形木塞的圆心，垂直于圆平面插入一根大头针，然后把木塞倒放浮在水面，调节针插入木塞的深度，使观察者在水面上方不论什么位置都刚好看不到水下的大头针。如果测得大头针露出来的长度为h，木塞直径为d，求水的折射率。

解：如图。若观察者在水面上方不论什么位置都刚好看不到水下的大头针，则需满足全反射条件。由全反射临界角$i_c=\sin^{-1}\frac{1}{n}$得

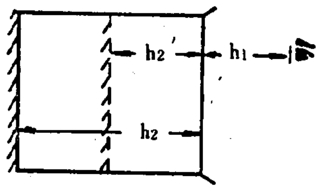


$$n=\frac{1}{\sin i_c}=\frac{\sqrt{h^2+(d/2)^2}}{(d/2)}$$

$$=\sqrt{\frac{4h^2+d^2}{d^2}}$$

17. 在充满水的容器底部放一平面反射镜，人在水面上正视镜子看自己的象。若眼睛高出水面$h_1=5.00cm$，水深$h_2=8.00cm$，求眼睛的象和眼睛相距多远？象的大小如何？设水的折射率$n=1.33$。

解：如图，人见水中镜离自己的距离为



$$h_1+h_2'=h_1+\frac{h_2}{n}$$

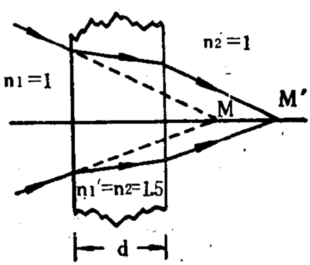
所以镜中眼距人眼的距离为

$$2\left(h_1+\frac{h_2}{n}\right)=2\left(5.00+\frac{8.00}{1.33}\right)=22.03\,(cm)$$

18. 一平行平面玻璃板的折射率为$n=1.5$，厚为d。一会聚光束入射到玻璃板上，如图。其顶点M距玻板前表面6 cm，此光束沿玻板所成的象M′与M相距$\frac{1}{8}$cm，求玻板的厚度d。

解：将本题视为一虚物经两个折射平面成象，如图所示。

对第一平面折射成象。已知$s_1=6$ cm，$r_1=\infty$，$n_1=1$，$n'=1.5$



由 $$\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=0$$

得 $$s_1'=9\,(cm)$$

对第二平面折射成象。

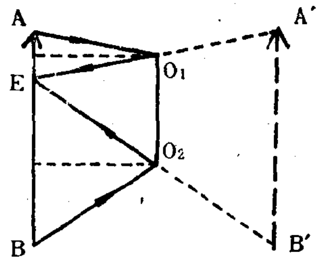
已知$s_2=s_1'-d=9-d$，

$n_2=1.5$，$n_2'=1$，$r_2=\infty$

由 $\frac{n'}{s'}-\frac{n}{s}=0$

得 $d=\frac{3}{8}=0.375\,(cm)$

19. 试用作图法证明，人通过一个平面镜看到自己的全身，则平面镜的长度至少要有人身高之半。



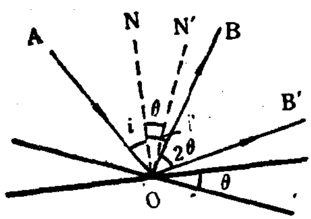
解：由反射定律，从人两端A、B两点发出的光线应都到达人眼E处。在镜上两个反射点之距

$$\overline{O_1O_2}=\frac{1}{2}\overline{AE}+\frac{1}{2}\overline{EB}=\frac{1}{2}\overline{AB}$$

即镜长至少为人身高的一半，如图。

20. 试证：当平面镜的法线以入射点为心，在入射面内转过θ角时，反射光线将改变2θ角。

证：因为入射光线方向不变，平面镜转过θ后，法线也转过θ至ON′位置。此时，入射角$\angle AON'=i+\theta$，反射角



$\angle B'ON'=i'+\theta=i+\theta$，所以，反射线转过的角度

$$\angle BOB'=\angle AOB'-\angle AOB$$
$$=2(i+\theta)-2i$$
$$=2\theta$$

21. 如图所示，一光线射入折射率为n的一球形水滴，求：（1）此光线在水滴内球面另一侧的入射角α；这条光

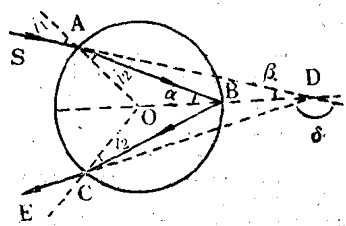
线是被全反射还是部分反射？（2）偏向角（出射光线与入射光线之间的夹角）δ的表示式。（3）偏向角δ为最小时，入射角i_1应为多少？

解：（1）设在A点的入射角为i_1，折射角为i_2；在C点的入射角为i_2，折射角为i_1；由折射定律$\sin i_1 = n\sin i_2$得

$$i_2 = \sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\sin i_1\right)$$

由图可知，$\alpha = i_2$。在B点由全反射角$i_c = \sin^{-1}\frac{1}{n}$可知，$\alpha < i_c$，即在B点处该光线是部分反射。

（2）出射光线CE与入射光线SA两延长线间夹角δ即偏向角，由图可见



$$\delta = \pi - 2\beta \qquad (1)$$

由△ABD可知，$i_2 = (i_1 - i_2) + \beta$，故

$$\beta = 2i_2 - i_1$$

将β代入δ表示式（1）得

$$\delta = \pi - 4i_2 + 2i_1$$

$$= \pi + 2i_1 - 4\sin^{-1}\left(\frac{1}{n}\sin i_1\right) \qquad (2)$$

（3）　将（2）式对i_1求导数，并令之为零得

$$\frac{d\delta}{di_1} = 2 - \frac{4\cos i_1}{(n^2 - \sin^2 i_1)^{1/2}} = 0$$

即　$\cos i_1 = \pm\sqrt{\dfrac{n^2-1}{3}}$

式中i_1即为最小偏向角对应的入射角。