



中学知识表解丛书

北京市海淀区、西城、东城、宣武、崇文等区特、高级教师集体编写

初中知识表解

数 学



总主编 / 张德政

中央民族大学出版社

中学知识表解丛书

北京市海淀、西城、东城、宣武、崇文等区特级、高级教师集体编写

总主编 张德政

副主编 程 迟 杨惠娟

初中知识表解

数 学

本册主编 冯士腾

本册编著 冯士腾

许俊岐

孙曾国

方立风

中央民族大学出版社

责任编辑:吴宝良 满福玺 吴云 杨玉 方光柱 黄修义
封面设计:杨艳君

图书在版编目(CIP)数据

初中知识表解/张德政主编. —北京:中央民族大学出版社,2002.1
ISBN 7-81056-599-0

I. 初... II. 张... III. 课程-初中-教学参考资料 IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 093997 号

初中知识表解

出版者:中央民族大学出版社
北京市中关村南大街 27 号 邮编:100081
电话:68472815 传真:68932447
印刷者:北京密云红光印刷厂
发行者:新华书店
开本:787×1092(毫米) 1/16 印张:34.375
字数:837 千字
版次:2002 年 1 月第 1 版 2002 年 3 月第 2 次印刷
书号:ISBN 7-81056-599-0/G·134
印数:5001—8000
定价:47.50 元(共 5 册)

版权所有 翻印必究

前 言

上世纪50年代初，我在上中学时，父亲从旧书店里给我买了一本《表解的英文法》(OUTLINES AND SCHEMES OF ENGLISH GRAMMAR, 梁铭东编著, 北平文化学社1932年版, 原为括号式表解。)书中对英语语法知识进行了形象性的整理, 形式新颖, 引起我很大兴趣。后来我在从教过程中也常用这种形式传授知识, 感觉学生接受起来效果较好, 从而萌发了编写一套中学各科知识表解的想法。

90年代初, 我因病在同仁医院住院, 来探视的一位出版界的朋友委托我编一套知识表解丛书, 勾起了我几十年的宿愿, 欣然答应下来。我们共同商定了书的体例、篇幅、内容, 邀请了北京市二十几位特级、高级教师, 开会商议此事。为了编写方便, 甚至还特意设计并印制了一种专用的四开稿纸。奋斗数月, 终于编写出了《中学知识表解丛书》, 1993年出版。用这种形式整理、编写中学各科知识, 当时在全国范围内还是比较早的。出版后受到读者欢迎, 相当畅销。此书初次出版至今已有九年, 其中有过一次修订。但长长九年, 教学大纲及教材, 比之以前有了很大的变化。为了使丛书更加完善, 更符合新的要求, 丛书进行了第三次“修订”——其实, 说是改写还更为确切: 因为很多篇章都已由作者反复推敲, 根据新的情况进行重写, 丝毫看不到从前的痕迹了。

《中学知识表解丛书》包括初中和高中两个系列。每个系列各有语文、数学、英语、物理、化学5个分册, 共10册。每个分册几乎涵盖了该学科初中三个学年或高中三个学年的全部知识。

用简明清晰的图表形式对知识进行表解是对知识的一种高度概括, 为学生提供了生动、直观、鲜明的形象识记, 是记忆掌握的基础。利用此法进行教学及复习, 有增进理解、相互联系、加深记忆、强化学习效果的作用, 比之一般的死记硬背, 更能事半功倍。

丛书根据各学科的特性, 对知识进行系统整理、分类列表, 令知识形象化、图表化、系统化。通过综合概括、突出要点, 使知识的内在关系一目了然, 加强学生对知识整体结构的认知, 从而巩固学到知识, 提高逻辑思维及分析解题的能力。

丛书的内容紧扣有关教学大纲的要求以及最新版教材, 可做为学生课堂学习的辅导读物和复习资料; 特别是每个分册都对该学科三年来的知识做了全面系统的整理, 尤其对毕业班学生进行总复习, 有提纲挈领、融会贯通、易查易记的作用, 可有效地提高应试能力。各科教师也可用来作为教学参考。

参加本丛书具体编写工作的老师, 是北京市一些参与新教学方法试验的、有丰富经验及著述的特级、高级教师。他们是: (按姓氏笔画为序)

王卫东 北京海淀区八一中学高级教师

王钦虞 高级教师, 北京海淀区八一中学原学科教研室主任, 海淀区语文学科带头人

方立风 高级教师, 北京五十中数学教研组组长

田富春 北京海淀区八一中学高级教师, 海淀区语文学科带头人

- 冯士腾 特级教师，北京宣武区数学会理事长，宣武区教育学会副会长
吕立人 高级教师，北京十四中语文教研组长，宣武区语文学科带头人
许俊岐 高级教师，北京五十中数学教研组长
孙曾国 北京师大二附中高级教师
李 英 北京十四中高级教师
李 文 北京市海淀区首都师大附中高级教师，北京市教研员
杨惠娟 北京教育学院崇文分院高级教师
邱德泉 高级教师，北京教育学院崇文分院物理教研室主任，崇文区物理学科带头人
何泰石 北京工商干部管理学校高级教师
何淑敏 北京十四中高级教师
张小梅 北京海淀区八一中学高级教师
张德政 高级教师，北京教育学院宣武分院原教科室主任
陈友琦 高级教师，北京海淀区清华附中物理教研组长，海淀区物理学科带头人
林家骧 北京三十一中高级教师
黄绪励 北京教育学院宣武分院高级教师
薛继达 北京十四中高级教师
霍玉良 北京师大附中高级教师，北京市中青年骨干教师

张德政
2001年冬

目 录

第一编 代数	(1)
第一章 代数初步知识	(1)
表 1 代数初步知识	(1)
第二章 有理数	(3)
表 2 有理数的意义	(4)
表 3 有理数的运算	(5)
表 4 有理数的应用	(6)
第三章 整式的加减	(7)
表 5 整式的加减	(7)
第四章 一元一次方程	(9)
表 6 方程的有关概念及一元一次方程	(9)
第五章 二元一次方程组	(11)
表 7 二元一次方程组及其解法	(11)
表 8 二元一次方程组典型例题	(12)
表 9 一次方程、方程组的应用	(13)
第六章 不等式	(14)
表 10 不等式的有关概念	(14)
表 11 一元一次不等式和一元一次不等式组	(15)
第七章 整式的乘除	(16)
表 12 整式的乘除	(16)
表 13 整式的应用	(17)
第八章 因式分解	(18)
表 14 因式分解的概念和方法	(18)
表 15 因式分解方法的应用	(20)
第九章 分式	(21)
表 16 分式的有关概念和性质	(21)
表 17 分式的运算	(22)
表 18 分式的应用	(23)
第十章 数的开方	(25)
表 19 数的开方	(26)
第十一章 二次根式	(28)
表 20 根式的概念和性质	(28)
表 21 根式的运算	(29)
第十二章 一元二次方程	(30)
表 22 一元二次方程的概念和解法	(31)
表 23 根与系数的关系	(32)
表 24 可化为一元二次方程的方程	(33)
表 25 方程(组)典型例题	(33)
表 26 列方程(组)解应用题的一般步骤及题型分析	(35)
表 27 列方程(组)解应用题	(35)
第十三章 函数及其图像	(37)
表 28 平面直角坐标系的有关概念	(38)

表 29	函数的有关概念	(38)
表 30	函数分类及图像	(39)
表 31	一元二次不等式的图像解法	(42)
表 32	函数及其图像典型题	(43)
表 33	函数及其图像的应用	(44)
第十四章	统计初步	(46)
表 34	统计初步知识	(46)
第二编	几何	(48)
第一章	线段、角、相交线、平行线	(48)
表 35	线段、射线、直线及其性质	(49)
表 36	角的分类和关系	(49)
表 37	垂线和斜线	(50)
表 38	平行线的性质和判定	(51)
表 39	综合应用	(52)
第二章	三角形	(54)
表 40	三角形的边角关系	(55)
表 41	三角形的“四心”	(56)
表 42	全等三角形的性质与判定	(57)
表 43	特殊三角形的性质和判定	(58)
表 44	基本作图	(60)
表 45	线段的垂直平分线和角平分线的性质	(61)
表 46	轴对称和轴对称图形	(62)
表 47	三角形中位线定理及其应用	(62)
表 48	综合应用	(63)
第三章	四边形、多边形和勾股定理	(65)
表 49	特殊四边形的性质和判定	(66)
表 50	平行线等分线段	(68)
表 51	四边形的应用	(69)
表 52	多边形面积公式及其应用	(72)
表 53	勾股定理	(74)
表 54	综合应用	(75)
表 55	特殊四边形的应用	(77)
第四章	相似形	(79)
表 56	比例线段	(79)
表 57	相似形判定定理	(79)
表 58	相似形应用举例	(81)
表 59	相似三角形	(83)
表 60	相似多边形	(84)
表 61	相似形综合应用	(84)
第五章	解直角三角形	(88)
表 62	锐角三角比	(88)
表 63	解直角三角形应用举例	(90)
第六章	圆	(92)
表 64	圆的基本性质	(92)
表 65	直线和圆的位置关系	(93)
表 66	圆和圆的位置关系	(95)
表 67	和圆有关的角	(95)
表 68	圆和多边形	(96)
表 69	圆幂定理及其应用	(98)
表 70	圆的综合应用	(104)

第一编 代 数

第一章 代数初步知识

本章知识结构

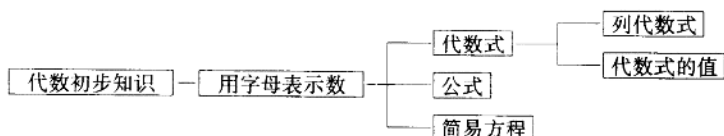



表 1

代数初步知识

概念	定义与性质	应 用		
		问 题	思路与方法	解 答
代数式	用运算（加、减、乘、除、乘方、开方）符号把数或表示数的字母连结而成的式子，叫做代数式，单独的一个数或字母也是代数式。	1. 说出下列代数式的意义： (1) $3a+2b$; (2) $a+\frac{c}{a+b}$; (3) a^2-b^2 .	在代数式里出现的乘号，往往省略不写；出现除法运算时，一般按照分数的写法来写。	(1) $3a$ 与 $2b$ 的和； (2) a 与 c 除以 $a+b$ 的商的和； (3) a 、 b 的平方的差。
代数式	在解决一些实际问题时，需要先问词表列数量有关的式子，用含有字母的式子表示出来，这就叫做代数式。用数值代替代数式里的字母，按照代数式指明的运算，算出结果，叫做代数式的值。代数式不表示实际意义。要研究数量关系和数量变化，常常要用到代数式。	2. 用代数式表示： (1) 长为 a 米，宽是长的 $\frac{1}{5}$ 的长方形的周长； (2) 飞机的速度是汽车速度的 40 倍，自行车的速度是汽车的 $\frac{1}{3}$ ，如果自行车的速度是 v 千米/小时，那么飞机和汽车的速度各是多少？ (3) 比 x 大 3 的数与比 y 小 3 的数的积。	从量与量之间的关系进行思考。注意：运算顺序和运算符号。 大 = 小 + 差 小 = 大 - 差 (分清大、小、差)	(1) $2\left(a+\frac{1}{5}a\right)$; (2) 汽车的速度是 $3v$ 千米/小时，飞机的速度是 $120v$ 千米/小时； (3) $(x+3)(y-3)$.
		3. (1) 当 $x=3$, $y=1$, $z=2$ 时，求 $x-(x-y)(x-z)$ 的值； (2) 当 $a=5$, $m=\frac{1}{2}$ 时，求 $4a+\frac{100m}{3a}$ 的值。	求代数式的方法是：一代入，二计算。	(1) $x-(x-y)(x-z)=1$; (2) $4a+\frac{100m}{3a}=23\frac{1}{3}$.

(续上表)

概念	定义与性质	应 用		
		问 题	思路与方法	解 答
公 式	用字母表示数的一类重要应用就是公式.	4. 梯形的上底是 a , 下底是 b , 高是 h , 面积是 S , 如果 $a = 3\text{cm}$, $b = 5\text{cm}$, $S = 16\text{cm}^2$, 求高 h .	(1) 写出梯形面积公式; (2) 代入计算.	$\frac{(a+b) \times h}{2}$ $= S$ $h = 4\text{cm}.$
代 数 式	在小学已经学过各种有关面积、体积公式, 如三角形面积公式: $S = \frac{1}{2} \times \text{底} \times \text{高};$ 梯形面积公式: $S = \frac{(\text{上底} + \text{下底}) \times \text{高}}{2};$ 柱体体积公式: $V = \text{底面积} \times \text{高}.$ 等等很多实际问题的解决, 都要用到公式.	5. 一个塑料板, 形状与尺寸如图 1 所示, 如果中间圆孔的半径为 r , 三角板的厚度为 h , 这个三角板的体积 V 是多少? 设 $a = 6\text{cm}$, $r = 0.5\text{cm}$, $h = 0.2\text{cm}$, 求 V (π 取 3.14, 结果小数点以后保留 1 位.)  图 1	(1) 这是中间挖掉一个圆柱的三棱柱体; (2) 柱体的体积等于底面积 \times 高; (3) 所要求的 V 中, 其底面积应是: $\frac{1}{2}a^2 - \pi r^2.$	$V = (\frac{1}{2}a^2 - r^2\pi) \times h$ $= (\frac{1}{2} \times 6^2 - 0.5^2 \times 3.14) \times 0.2$ $\approx 3.4\text{cm}^3$ 说明: 应用公式解题, 包含了列代数式和求代数式的值.
简 易 方 程	方程是含有未知数的等式, 使方程左右两边相等的未知数的值叫做方程的解. 求方程的解的过程叫做解方程. 解简易方程的基本方法是: 将方程两边同时加上 (或减去) 一个适当的数; 将方程两边同时乘以 (或除以) 一个适当的数, 最终求出方程的解. 利用方程解应用题, 关键是列方程, 先要选取适当的未知数, 然后利用题中的相等关系列出方程.	6. 根据下列问题, 设适当的未知数, 列出方程: (1) 将 180cm 长的绳子截成两段, 其中短的一段是长的一段的 $\frac{1}{3}$ 长, 短的一段长多少? (2) 将 180cm 长的绳子截成三段, 其中第二段是第一段的 3 倍长, 第三段比第二段短 30cm, 第二段长多少? 7. 解下列方程: (1) $3x + 25 = 67;$ (2) $\frac{1}{3}x + \frac{1}{6} = \frac{5}{6};$ (3) $35 = 6x - 13;$ (4) $\frac{1}{7} = \frac{1}{2}x - \frac{5}{14}.$	(1) 两边都减去 25; (2) 两边都乘以 6; (3) 两边都加上 13; (4) 两边都乘以 14.	(1) 设短的一段长 $x\text{cm}$, 得 $x + 3x = 180;$ (2) 设第二段长 $x\text{cm}$, 得 $\frac{1}{3}x + x + x - 30 = 180.$ (1) 两边都减去 25, 得 $3x = 42$, 两边都除以 3 得 $x = 14;$ (2) $x = 2$ (3) $x = 8;$ (4) $x = 1.$

第二章 有理数

本章知识结构

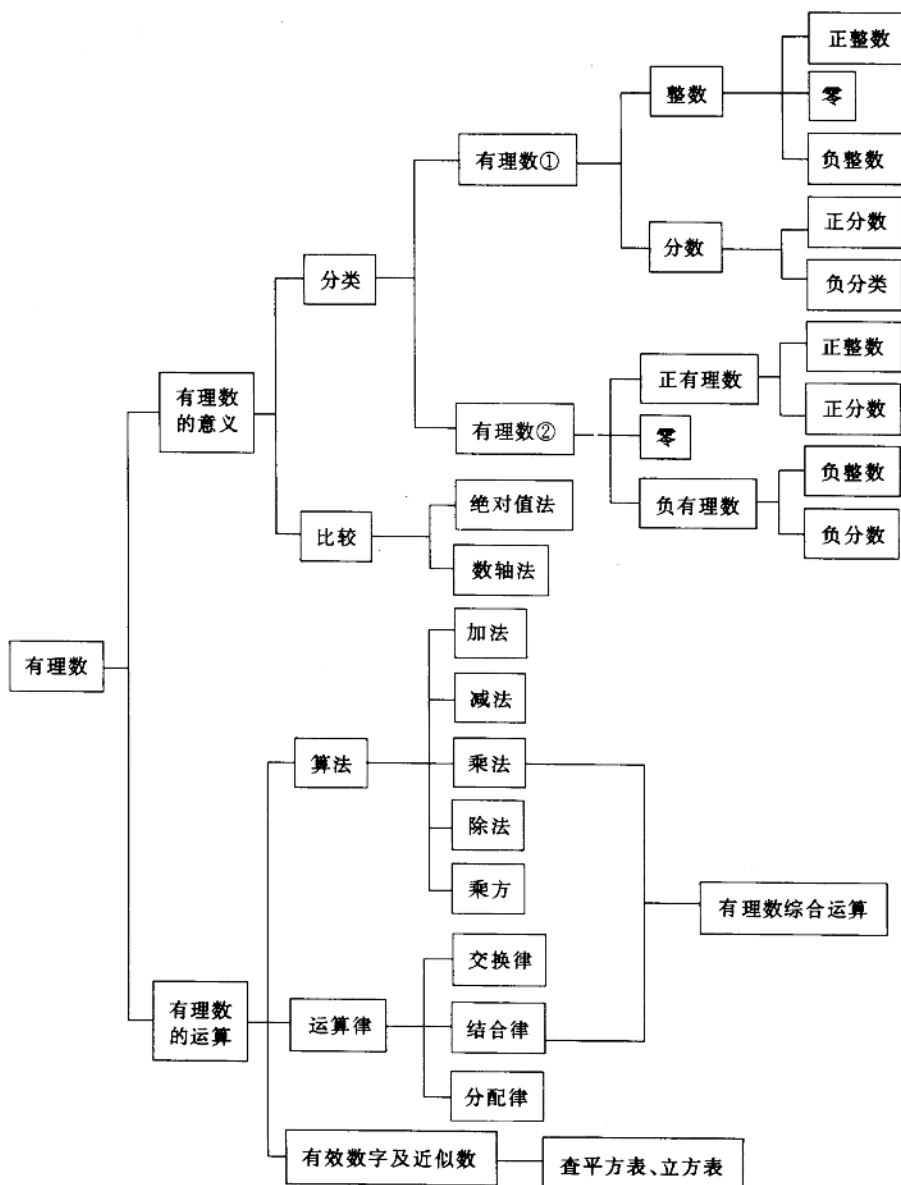


表 2

有理数的意义

概念	定义与性质	应 用		
		问 题	思路与方法	解 答
整 数	正整数、负整数和零统称为整数.	1. 判断下列各小组是否正确: (1) 当 $x=2$ 时, $3x-8>2$ () (2) 当 $x=1$ 时, $5x-4>-2$ () (3) 当 $x=5$ 时, $-13>2x+4$ () (4) 当 $x=\frac{1}{2}$ 时, $-7<2x-1$ ()	先计算代数式的值,再比较两个有理数的大小.	(1) \times (2) \checkmark (3) \times (4) \checkmark
分 数	正分数、负分数统称为分数. 整数和分数统称有理数.	2. 填空: (1) 如果 $-x = -\frac{1}{2}$, 那么 $x =$ _____; (2) 如果 $-x = 5$, 那么 $x =$ _____.	根据“数 a 的相反数是 $-a$ ”.	(1) $x = \frac{1}{2}$; (2) $x = -5$
数 轴	规定了原点、正方向和单位长度的直线叫数轴. 所有的有理数都可用数轴上的点表示. 在数轴上表示的两个数, 右边的数总比左边的数大. 正数都大于 0, 负数都小于 0, 正数大于一切负数.	3. 用“ $>$ ”、“ $=$ ”或“ $<$ ”号填空: (1) $ 0.35 $ _____ $ -2.8 $; (2) $ - \frac{1}{15} $ _____ $ \frac{1}{16} $; (3) $ 0.08 $ _____ $ -0.003 $; (4) $ -7 $ _____ $ 7 $.	根据绝对值的概念, 有如果 $a > 0$, 那么 $ a = a$, 如果 $a < 0$, 那么 $ a = -a$, 如果 $a = 0$, 那么 $ a = 0$.	(1) $<$ (2) $>$ (3) $>$ (4) $=$
相 反 数	只有性质符号不同的两个数叫互为相反数. 0 的相反数是 0. 一般地, 数 a 的相反数是 $-a$. 这里 a 表示任意一个数.	4. 分别根据以下条件计算 $ a + b $ 的值: (1) $a = -2.8, b = 0$; (2) $a = 2.9, b = -5.1$; (3) $a = -\frac{3}{5}, b = -\frac{4}{5}$; (4) $a = -\frac{1}{3}, b = \frac{1}{30}$.	先计算 $ a , b $, 然后再进行 $ a + b $ 的计算.	(1) 2.8; (2) 8; (3) $\frac{7}{5}$; (4) $\frac{11}{30}$.
绝 对 值	一个正数的绝对值是它本身, 负数的绝对值是它的相反数, 0 的绝对值是 0. 一个数 a 的绝对值就是数轴上表示数 a 的点与原点的距离. 数 a 的绝对值记作 $ a $. 两个负数, 绝对值大的反而小.	5. (1) 已知 a 的相反数是 $-\frac{3}{4}$, 则 $a =$ _____, $ a =$ _____; (2) 当 $a < 5$ 时, $ a-5 =$ _____.	数 a 的相反数是 $-a$.	(1) $a = \frac{3}{4}, a = \frac{3}{4}$; (2) $-(a-5)$.

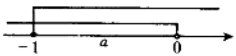
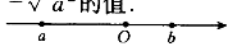
表 3

有理数的运算

法则、性质、运算律	应 用		
	问 题	思路与方法	解 答
<p>同号两数相加，取原来的符号，并把绝对值相加；异号两数相加，取绝对值较大加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值；一个数同零相加，仍得这个数。</p> <p>减去一个数，等于加上这个数的相反数。</p> <p>同号两数相乘（除），取正号，异号两数相乘（除）取负号，并把绝对值相乘（除）；任何数同零相乘，都得零。</p> <p>几个非零数相乘（除），设负数的个数为 n，当 n 为奇数时积为负。</p> <p>求 n 个相同因数的积的运算，叫做乘方，乘方的结果叫做幂。在 a^n 中，a 叫做幂的底数，n 叫做幂的指数。</p>	<p>1. 计算：</p> <p>(1) $(+9) + (-3)$ $-(-7) - (+2)$;</p> <p>(2) $-4\frac{2}{3} + 1\frac{11}{12}$ $-17\frac{1}{4} - 2\frac{17}{18}$;</p> <p>(3) $-2 \times (0.1)^3$;</p> <p>(4) $32 - 32 \div (-2)^3$ $-(-4)^2 \times 5$;</p> <p>(5) $-1\frac{2}{3} \times (0.5 - \frac{2}{3})$;</p> <p>(6) $-2^3 \div \frac{9}{4} \times (\frac{2}{3})^2$;</p> <p>(7) $81.26 - 293.8 + 8.74 + 111$;</p> <p>(8) $-(56 - 17) + (56 - 9)$.</p>	<p>(1) 减法法则，省略加号。</p> <p>(2) 结合律，减少通分。</p> <p>(3) 先乘方。</p> <p>(4) 按加、减分段运算。</p> <p>(5) 先算小括号。</p> <p>(6) 遇除化乘。</p> <p>(7) 交换律、结合律。</p> <p>(8) 去括号法则。</p>	<p>(1) 11</p> <p>(2) $-22\frac{17}{18}$</p> <p>(3) -0.002</p> <p>(4) $32 + 4 - 80 = -44$</p> <p>(5) $\frac{5}{18}$</p> <p>(6) $-1\frac{47}{81}$</p> <p>(7) -92.8</p> <p>(8) 8</p>
<p>$a + b = b + a, a \times b = b \times a$; $(a + b) + c = a + (b + c)$; $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$; $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$; $\frac{a + b + c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$; $-(a + b - c) = -a - b + c$;</p> <p>$\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$ 或 $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ $\frac{c}{d} = \frac{c}{d} \times m$ $(m \text{ 是 } b, d \text{ 的最小公倍数})$ 平方表，平方根表。</p>	<p>2. 当 n 是正整数时，计算：</p> <p>(1) $(-1)^{2n}$;</p> <p>(2) $(-1)^{2n+1}$;</p> <p>(3) $(-1)^{n+1}$.</p>	<p>乘方运算符号法则。</p>	<p>(1) 1;</p> <p>(2) -1;</p> <p>(3) -1 (n 是偶数), 1 (n 是奇数)。</p>
	<p>3. 判断题：</p> <p>(1) 两个数的差一定小于被减数 ()</p> <p>(2) 一个数乘以 -1，就得到它的相反数 ()</p>	<p>(1) 举反例。</p> <p>(2) 两数积的符号法则，相反数定义。</p>	<p>(1) \times</p> <p>(2) \checkmark</p>

表 4

有理数的应用

问 题	数学思想 与方法	所用知识	解 答
1. 写出数轴上所给出的 a 的范围, 并比较下列三组数的大小; a 与 $-a$, a 与 $\frac{1}{a}$, $ a $ 与 a^2 .  图 2	数形结合	数轴, 相反数, 倒数, 绝对值, 平方数, 比较大小.	如图 2 所示, $-1 \leq a < 0$ $\therefore a < 0, -a > 0, \therefore a < -a$ $\therefore a < 0, \frac{1}{a} < 0$ 而 $ a \leq 1, \frac{1}{a} \geq 1, \therefore a \geq \frac{1}{a}$ $\therefore 0 < a \leq 1$ $\therefore a - a^2 = a (1 - a)$ ≥ 0 $\therefore a \geq a^2$.
2. 实数 a, b 在数轴上, 对应的位置如图所示, 求 $ a - b - \sqrt{a^2}$ 的值.  图 3	数形结合 转化思想	数轴, 绝对值, 算术平方根, 实数加减法.	如图 3 所示, $\therefore a < 0, b > 0$ $\therefore a - b < 0, a - b = b - a$ \therefore 原式 $= b - a - (-a) = b$.
3. 计算: $(\frac{19}{65} + \frac{23}{72})$ $\times (0.5 \times -\frac{1}{2})^5 - [2\frac{1}{3} -$ $24 \times (\frac{3}{8} + \frac{1}{6} - \frac{3}{4})] \div (-$ $3^2 + 8)$.	整体思想	运算顺序; 运算法则; 运算律; 括号的作用.	原式 $= 0 - [-2\frac{1}{3} - 9 - 4$ $+ 18] \div (-1)$ $= 2\frac{1}{3} + 5 = 7\frac{1}{3}$.
4. 比较大小: (1) -2^3 与 $(-2)^3$; (2) -3^2 与 $(-3)^2$; (3) $(-3 \times 2)^2$ 与 -3 $\times 2^2$; (4) $\frac{x^2}{x^2+1}$ 与 x^2+1 .	整体思想 设辅助数 法	乘法定义; 符号法则; 运算顺序, 比较大小. 非负实数; 真(假)分数.	(1) $\therefore -2^3 = -8, (-2)^3 = -8$ $\therefore -2^3 = (-2)^3$ (2) $\therefore -3^2 = -9, (-3)^2 = 9$ $\therefore -3^2 < (-3)^2$ (3) $\therefore (-3 \times 2)^2 > 0, -3$ $\times 2^2 < 0$ $\therefore (-3 \times 2)^2 > -3 \times 2^2$ (4) $\therefore \frac{x^2}{x^2+1} < 1, x^2+1 \geq 1$ $\therefore \frac{x^2}{x^2+1} < x^2+1$.
5. 已知 $ x =3, y$ 的平方等于 16, 求 $x+y$.	讨论不同 情况的思想	绝对值, 平方数, 加法法则.	$\therefore x =3, \therefore x = \pm 3$; $\therefore y^2=16, \therefore y = \pm 4$; \therefore 当 $x=3, y=4$ 时, $x+y=7$; 当 $x=-3, y=4$ 时, $x+y=1$; 当 $x=3, y=-4$ 时, $x+y=-1$; 当 $x=-3, y=-4$ 时, $x+y=-7$.

第三章 整式的加减

本章知识结构

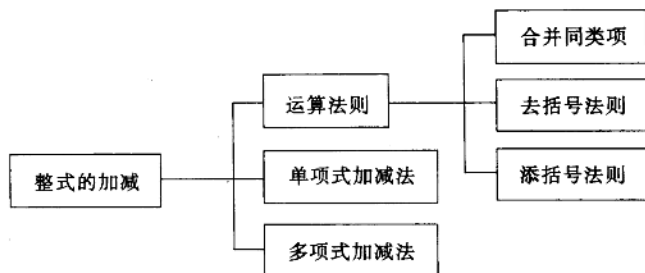


表 5

整式的加减

概念	定义及运算法则	应 用		
		问 题	思路与方法	解 答
整式及其加减	整式 $\left\{ \begin{array}{l} \text{单项式} \\ \text{多项式} \end{array} \right.$ 数与字母都是乘法运算关系的代数式叫单项式。单独一个数或字母也是单项式。一个单项式中，所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数，其中数字因数叫做这个单项式的系数。 几个单项式的代数和叫做多项式，其中每个单项式叫做多项式的项。次数最高的项的次数，叫做多项式的次数。多项式里不含字母的项叫做常数项。 按某一个字母的指数从大到小的顺序来排列的多项式，叫做按这个字母的降幂排列。按某一个字母的指数从小到大的顺序来排列的多项式，叫做按这个字母的升幂排列。 单项式和多项式统称整式。	1. 填空题： (1) $x^2y - 3y + 2x^2y^2$ 是 $\underline{\quad}$ 次 $\underline{\quad}$ 项式；	多项式的次数、项数的定义。	四；三
		(2) $2x^3 - x - 5$ 中的一次项系数是 $\underline{\quad}$ ，常数项是 $\underline{\quad}$ ；	单项式的次数、系数，多项式的常数项的定义。	-1 ； -5
		(3) 已知 $-2a^3b$ 和 $2a^{2m-1}b$ 是同类项，则 $m = \underline{\quad}$ ；	同类项的定义。	2
		(4) 一个多项式加上 $x^2 - 4x + 2$ ，得 $-5x^3 + 4x^2 - 4x + 3$ ，这个多项式为： $\underline{\quad}$ ；	多项式的加减法互为逆运算。	$-5x^3 + 3x^2 + 1$
		(5) $5a^n - 8a^{n+1} - 2a^n + 6a^n - a^{n+1}$ 可化简为 $\underline{\quad}$ ；	合并同类项。	$9a^n - 9a^{n+1}$
		(6) $5(a+b) - 7(a-b) - 6(b+a)$ 可化简为： $\underline{\quad}$ ；	把 $a+b$ 看成一个字母，合并同类项。	$-8a + 6b$

(续上表)

概念	定义及运算法则	应 用		
		问 题	思路与方法	解 答
整式及其加减	<p>如果两个单项式中 所含的字母相同,并且 各个字母的指数也分别 相同,那么这两个单项 式就叫做同类项.把同 类项合并成一项,叫做 合并同类项.合并同类 项时,只把同类项的系 数相加作为结果的系数, 字母和字母的指数不变.</p> <p>整式的加减运算, 实际上就是合并同类项. 进行整式的加减法 运算时,经常要用到去 括号法则和添括号法则.</p> <p>去括号法则: 括号前是“+”号, 把括号和它前面的“+” 号去掉,括号里各项都 不变符号; 括号前是“-”号, 把括号和它前面的“-” 号去掉,括号里各项都 改变符号.</p> <p>添括号法则: 添括号后,括号前 面是“+”号,括到括 号里的各项都不变符号; 添括号后,括号前 面是“-”号,括到括 号里的各项都改变符号.</p>	<p>2. 计算: (1) $4x^3 - (-6x^3)$ $+ (-9x^3)$;</p>	先化成代 数和.	x^3
		<p>(2) $-(7x^2 + 3$ $- 2x) + (-4 - 6x$ $- 2x^3)$.</p>	先去括号.	$-2x^3 - 7x^2$ $- 4x - 7$
		<p>3. 求当 $p=4$ 时 $p^2 + 3p^2 - p^2$ 的值.</p>	先化简, 后代入.	48
		<p>4. 计算: (1) $a^n - \frac{1}{3}a^n + b^n$ $+ \frac{1}{2}b^n$;</p>	合并同类项	$\frac{2}{3}a^n + \frac{3}{2}$ b^n
		<p>(2) $(a^n - a^{n+1}$ $+ a^{n+2}) - (2a^{n+2}$ $+ a^{n+1} - a^n)$;</p>	去括号	$-a^{n+2}$ $- 2a^{n+1} + 2a^n$
		<p>(3) $3(x^m + y^m)$ $- 2(y^m - \frac{1}{2}x^m) - (5x^m$ $- 7y^m)$.</p>	去括号	$-x^m + 8y^m$
		<p>5. 已知 a, b 互为相 反数, c, d 互为倒数, x 的绝对值等于 1, 计算 a $+ b + x^2 - cdx$ 的值.</p>	互为相反 数、互为倒数 的意义.	0 或 2
		<p>6. 长方形的一边等于 $4a + 5b$, 另一边比它小 $3b - 2a$, 计算长方形的周 长.</p>	先求另一 边的长, 然后 两边相加再乘 以 2.	$20a + 14b$

第四章 一元一次方程

本章知识结构

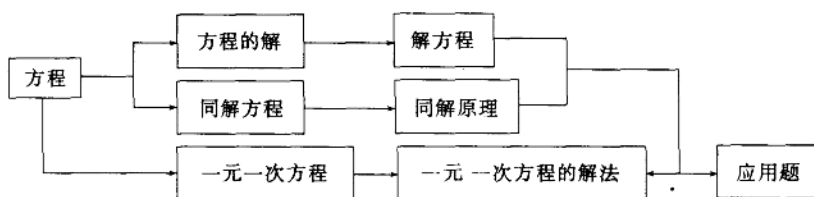


表 6 方程的有关概念及一元一次方程

概念	定义与性质	应 用		
		问 题	思路与方法	解 答
等式	表示相等关系的式子, 叫做等式. 等式有两个性质: (1) 等式两边都加上 (或减去) 同一个数或同一个整式, 所得结果仍是等式. (2) 等式两边都乘以 (或除以) 同一个数 (除数不能是 0), 所得结果仍是等式.	1. 判断题: (1) 方程一定是等式 () (2) 如果 $a = b$, 则 $ac = bc$ () (3) 移项就是把方程中的某一项从方程的一边移到另一边 () (4) 方程的解也叫方程的根 ()	由等式性质. 移项是根 据同解原理 1 的变形.	(1) \checkmark (2) \checkmark (3) \times (应改号) (4) \times
方程	含有未知数的等式, 叫做方程. 使方程左、右两边的值相等的未知数的值, 叫做方程的解. 求得方程的解的过程叫做解方程.	2. 下面的方程变形是同解变形吗? 为什么? (1) 由 $3x + 5 = 8$ 得到 $3x = 3$; (2) 由 $x^2 = x$ 得到 $x^2 + \frac{1}{x} = x + \frac{1}{x}$; (3) 由 $x^2 = x$ 得到 $x = 1$.	观察, 猜想, 判断, 根据同解原理.	(1) 是同解变形, 根据原理 1; (2) 非同解变形, 前一方程根 $x = 0$ 不适合后一方程; (3) 非同解变形 [理由同 (2)].
一元一次方程	只含有一个未知数, 并且未知数的次数是 1, 系数不等于 0 的方程, 叫做一元一次方程. 一元一次方程的标准形式是: $ax + b = 0$ (其中 x 是未知数, a, b 是已知数, 并且 $a \neq 0$). 解一元一次方程的步骤是: (1) 去分母; (2) 去括号; (3) 移项; (4) 合并同类项; (5) 系数化成 1.	3. 解方程: $\frac{3x+2}{4} - \frac{5x+1}{2} = 2 - \frac{7x-1}{3}$	按解一元一次方程的步骤进行.	去分母时用 12 乘方程中的四“项”.

(续上表)

概念	定义与性质	应 用		
		问 题	思路与方法	解 答
同解方程	<p>如果两个方程的解相同,那么这两个方程叫做同解方程.</p> <p>同解原理:</p> <p>(1) 方程两边都加上(或减去)同一个数或同一个整式,所得方程与原方程是同解方程.</p> <p>(2) 方程两边都乘以(或除以)同一个不等于0的数,所得方程与原方程是同解方程.</p>	<p>4. 检验 $x=2$ 是否方程 $6x=16-2x$ 的根.</p>	<p>只含有一个未知数的方程的解,也叫做方程的根.</p>	<p>\therefore 左边 $=6 \times 2=12$, 右边 $=16-2 \times 2=12$ $\therefore x=2$ 是原方程根.</p>
	<p>(1) 方程两边都加上(或减去)同一个数或同一个整式,所得方程与原方程是同解方程.</p> <p>(2) 方程两边都乘以(或除以)同一个不等于0的数,所得方程与原方程是同解方程.</p>	<p>5. 判断下列方程是不是同解方程:</p> <p>(1) $x-10=0$ 和 $x =10$;</p> <p>(2) $ax=a$ 和 $x=1$.</p>	<p>同解原理.</p>	<p>(1) 不是. (2) $a \neq 0$ 时,是同解方程, $a=0$ 时,不是.</p>
一元一次方程的应用	<p>列出一元一次方程解应用题的方法是:</p> <p>(1) 弄清题意和题目中的数量关系,用字母(如 x)表示题目中的一个未知数;</p> <p>(2) 找出能够表示应用题全部含义的一个相等关系;</p> <p>(3) 根据这个相等关系列出需要的代数式,从而列出方程;</p> <p>(4) 解这个方程,求出未知数的值;</p> <p>(5) 写出答案(包括单位名称).</p>	<p>6. 甲、乙两站间的路程为360km,一列慢车从甲站开出,每小时行驶48km;一列快车从乙站开出,每小时行驶72km.</p> <p>(1) 两列火车同时开出,相向而行,经过多少小时相遇?</p> <p>(2) 快车先开25分,两车相向而行,慢车行驶了多少小时两车相遇?</p>	<p>(1) 设两车行驶了 x 小时相遇,那么慢车行驶了 $48x$km,快车行驶了 $72x$km.</p> <p>(2) 设慢车行驶了 x 小时两车相遇,那么慢车行驶了 $48x$km;快车先行驶 $72 \times \frac{5}{12}$ km,然后在与慢车相向而行中,又行驶了 $72x$km.</p>	<p>(1) 依题意得 $48x+72x=360$, ($x=3$.)</p> <p>(2) 依题意得 $48x+72 \times \frac{5}{12}+72x=360$, 解得: $x=2\frac{3}{4}$.</p> <p>答:(1) 两车行驶了3小时相遇; (2) 慢车行驶了2小时45分两车相遇.</p>