科學圖書大庫

理論力學原理及習題

譯者 楊 廉

徐氏基金會出版

科學圖書大庫

理論力學原理及習題

譯者　楊　廉

徐氏基金會出版

徐氏基金會科學圖書編譯委員會
監修人　徐銘信　發行人　王洪鎧

科學圖書大庫

—

中華民國六十八年二月二十八日再版

理論力學原理及習題

基本定價　3.90

譯者　楊　廉　台北工專教授

本書如發現裝訂錯誤或缺頁情形時　敬請「刷掛」寄回調換。謝謝惠顧。

(67)局版臺業字第1810號

出版者　財團法人 臺北市徐氏基金會　臺北市郵政信箱53-2號　電話 7813686 7815250號
發行者　財團法人 臺北市徐氏基金會　郵政劃撥賬戶第１５７９５號
承印者　大興圖書印製有限公司 三重市三和路四段一五一號　電話9719739

原　序

在十七世紀牛頓列出其著名之力學定律。這些非常簡單的定律用以描述及預測在宇宙中可觀察物體之運動，包括太陽系中行星之運動。

早在廿世紀初期已發現由牛頓引證之不同理論結果與電磁學及原子現象由精確實驗所求出的結果不相符合。此種矛盾導出愛因斯坦的相對力學，革新了空間與時間的觀念，而引導出量子力學。凡物體運動之速率小於光速甚多或其大小大於分子及原子甚多時，牛頓力學亦稱古典力學仍極適用。由此原因，其在科學及工程仍保有其重要性。

本書之目的在提出牛頓力學的說明及其應用。本書計劃用作所有現行標準教本之補充或力學之正式課本。本書對學習物理，工程，數學，天文，天體力學及空氣動力學等學生及任何門類需瞭解力學基本定律公式者可證明極爲有用。

每章開始對適當定義，定律及定理作一明確之陳述，加以證明及其他敘述之材料。隨後分類列出已解及補充習題。已解習題說明並擴大理論，深入精確之處，否則學生將繼續不安之感，且對有效學習極具重要之基本定律予以複習。甚多定理之證明及基本定律之引證均包括在已解習題之內。大多數補充習題備有答案，爲每章全部材料之完全複習。

所列課目包括質點，一組質點及剛體之動力學及靜力學。向量方法，有助於自己熟習簡易記數符號及幾何及物理意義，首先予以介紹且用之於全書，向量計算列於第一章中，可於開始時學習之，或於需要時再提及。已加材料包括羅雲方程式及漢彌登理論，列有牛頓力學之相當公式極具實用及理論價值。

已包括較大部課程爲多之材料。此可使本書具伸縮性，備爲較有用之參考書及鼓勵對課目之更多興趣。

目　次

第一章　向量、加速及加速度

力學，運動學，動力學及靜力學

力學為物理學之一部門，涉與自然物體位置之運動或變化。常再劃分為

1. 運動學，涉與運動之幾何學。
2. 動力學，涉與運動之物理原因。
3. 靜力學，涉與無明顯運動下之情況。

力學的公理基礎

力學公理之發展，與其他科學相同，應包括下列基本要素：

1. 未下定義之項目或觀念。此屬需要，因任何定義必需以未下定義之事項為基本。

2. 未證明之學說。此為基本之說明，常用數學之形式，希將經研究之現象作有效之敘述。通常此種說明稱之為公理或假定，以實驗觀測或其摘要為基本。此情況下，常稱之為定律。

3. 已下定義之項目或觀念。此項定義係利用未下定義之項目或觀念而獲得。

4. 已證明之學說。此常稱之為定理，係由定義或公理而證得。

歐氏幾何中，有一"想向之公理"，即點與線為未下定義之觀念。

數學方式

將眞正自然物體，用適當數學方式來代替，常可將物理現象的數學敘述予以簡化。例如敘述地球繞太陽公轉時，實用上，吾人常視地球及太陽為一點。

空間，時間及物質

由日常生活經驗，吾人對下列項目或觀念的意義，均具有某些思想，但却甚難簡明陳述其完全適合之定義。故吾人可視之為未下定義之觀念。

1. 空間。此與點，位置，方向及位移等觀念有密切關係。在空間量度包含吾人假定熟習之長度與位移之觀念。長度的單位為呎，米，哩等等。本書

中吾人假定其爲歐氏空間，卽歐氏幾何之空間。

2. 時間。此項觀念從吾人經驗由某一事件發生之前，後或同時所發生之其他事件而得來。時間之量度，例如可用鐘來完成之。時間的單位爲秒，小時，年等等。

3. 物質。自然物體係由"物質之小點"所組成，例如原子和分子。由此吾人獲得一物質物體的觀念，稱之爲質點，可視爲佔住空間一點或隨時間而移動者。一質點"物質的量"的量度，稱爲質量。質量的單位爲克，仟克等等。除非特別說明，吾人恒假定一質點之質量係不隨時間而變化者。

長度，質量及時間常稱之爲因次，其他物理的量，均由之而導出。單位和因次的討論詳附錄A。

無向量和向量

物理的各種量，諸如長度，質量和時間，只需用一單獨實數來表明之者（與量度之單位有別，因其應事先決定者）。此種量稱之爲無向量，其實數稱之爲量的大小。一無向量分析上用英文字母 t，m 等代表之。

其他物理的量，諸如位移，需用方向和大小來表明之者，稱之爲向量。一向量分析時以粗線條字母如**A**代表之，如圖 1—1。幾何上，以箭頭 PQ 表示之，P 被稱爲起點，Q 爲端點。向量的大小或其長度用 $|\mathbf{A}|$ 或A來表示。

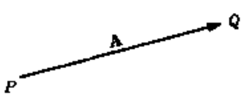

圖 1—1

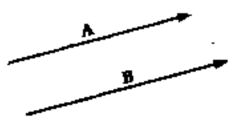

圖 1—2

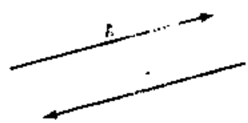

圖 1—3

向量代數學

代數中熟習的實數加減乘法之運算，具適當之定義，能推廣應用於向量代數中。下列爲基本定義：

1. 無論**A**與**B**兩向量之起點爲何，如其大小和方向相同，則該兩向量相等。因此在上圖 1—2 中，$\mathbf{A}=\mathbf{B}$。

2. 一向量與向量**A**之方向相反，但具相同長度時，以 $-\mathbf{A}$ 表示之如上圖 1—3。

3. 下圖 1—4(a)中，向量**A**與**B**之和或合向量爲向量**C**，係將**B**之起點

移至A之端點，再連接A之起點和B之端點而形成之向量。〔詳下圖1－4(b)〕。吾人寫為C＝A＋B。此定義相當向量加法的平行四邊形定律，如圖1－4(c)所示。

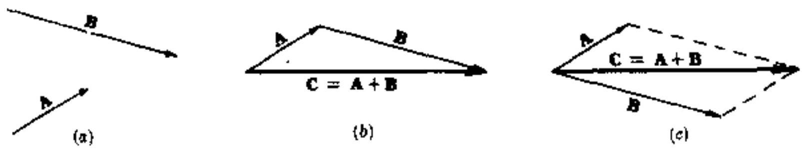

圖 1－4

直接推廣以求多於兩向量之和。例如，下圖1－5示如何可獲得向量A，B，C及D之和或合向量E。

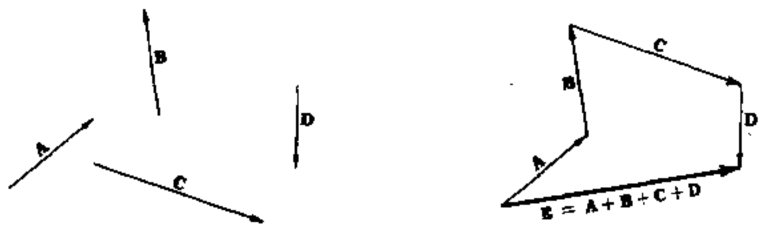

圖 1－5

4. 向量A和B之差以A－B代表之，其差為向量C，則當C加B時應為A。A－B相當於A＋（－B）之定義。如A＝B，則A－B為零或零向量，以0代表。其大小為零，方向未確者。

5. 向量A乘以一無向量p時為向量pA或Ap，其大小為A大小之$|p|$倍，方向與A同或相反，視p為正或負而定。如$p=0$，$p\text{A}=0$，為零向量。

向量之代數定律

如A，B及C為向量，p及q為無向量，則

1. $A+B=B+A$　　加法的交換律
2. $A+(B+C)=(A+B)+C$　　加法的結合律
3. $p(qA)=(pq)A=q(pA)$　　乘法的結合律
4. $(p+q)A=pA+qA$　　分配律
5. $p(A+B)=pA+pB$　　分配律

注意上列定律中，僅確定一向量與一無向量或更多無向量之乘法。以後

當再確定向量間之乘積。

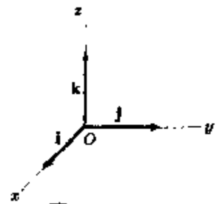

圖 1－6

單位向量

向量具單位長度者，稱之為單位向量。如A為一向量，其長度A＞O，則A/A＝a為一單位向量，其方向與A相同，及A＝Aa。

直角單位向量

直角單位向量 i ， j 及 k 為相互垂直之單位向量，其方向分別與直角坐標中正 x ， y 及 z 軸相同（見圖 1－6 ）。除特別說明外吾人恒採用右手直角坐標制。此制之名稱係由右旋線螺絲由 Ox 旋轉 $90°$ 到 Oy ，將向正 Z 方向前進之事實而得來。通常三向量A，B及C，具相同之起點而不在同一平面內，可稱之形成右手制或右旋制，只要右旋螺絲由A旋轉到B小於 180° ，而向C方向前進（見下圖 1－7 ）。

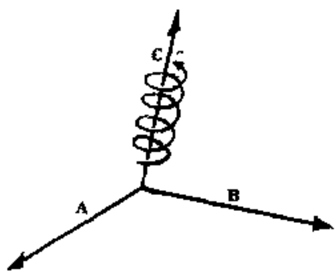

圖 1－7

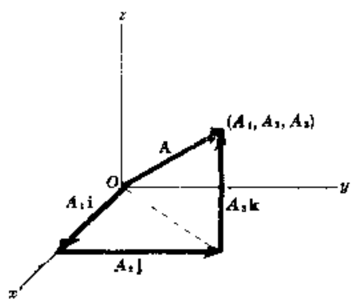

圖 1－8

一向量之分量

在三度空間，任一向量可使其起點置於直角坐標制之原點而表示之（見上圖 1－8 ）。A之起點在原點時，令（ A_1 ， A_2 ， A_3 ）為其端點。則 $A_1\mathbf{i}$ ， $A_2\mathbf{j}$及 $A_3\mathbf{k}$被稱為A分別沿 x ， y 及 z 方向之直角分向量，或簡稱為分向量。A_1，A_2 及A_3則稱之為A分別沿 x ， y 及 z 方向之直角分量，或簡稱分量。 $A_1\mathbf{i}$,$A_2\mathbf{j}$, 及 $A_3\mathbf{k}$ 之合成或合向量為A，故吾人可寫為

$$\mathbf{A} = A_1\mathbf{i} + A_2\mathbf{j} + A_3\mathbf{k} \tag{1}$$

A之大小為 $$A = |\mathbf{A}| = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + A_3^2} \tag{2}$$

特別當位置向量或半徑向量 r 由 O 至（x, y, z）可寫爲

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \tag{3}$$

及其大小 $r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

點或無向量積

兩向量 A 及 B 之點或無向量積，以 A・B 表示（讀作 A 點 B），其定義爲 A 及 B 之大小和兩者夾角餘弦之積。符號表示爲

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = AB\cos\theta, \qquad 0 \leqq \theta \leqq \pi \tag{4}$$

注意 A・B 爲一無向量，不是向量。

下列定律爲有效可證明者：

1. $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = \mathbf{B}\cdot\mathbf{A}$　　點積之交換律
2. $\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}+\mathbf{C}) = \mathbf{A}\cdot\mathbf{B} + \mathbf{A}\cdot\mathbf{C}$　　分配律
3. $p(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}) = (p\mathbf{A})\cdot\mathbf{B} = \mathbf{A}\cdot(p\mathbf{B}) = (\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})p$，式中 p 爲一無向量。
4. $\mathbf{i}\cdot\mathbf{i} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{j} = \mathbf{k}\cdot\mathbf{k} = 1, \quad \mathbf{i}\cdot\mathbf{j} = \mathbf{j}\cdot\mathbf{k} = \mathbf{k}\cdot\mathbf{j} = 0$
5. 如 $\mathbf{A} = A_1\mathbf{i} + A_2\mathbf{j} + A_3\mathbf{k}$ 及 $\mathbf{B} = B_1\mathbf{i} + B_2\mathbf{j} + B_3\mathbf{k}$，則

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_1B_1 + A_2B_2 + A_3B_3$$
$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{A} = A^2 = A_1^2 + A_2^2 + A_3^2$$
$$\mathbf{B}\cdot\mathbf{B} = B^2 = B_1^2 + B_2^2 + B_3^2$$

6. 如 $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = 0$，且 A 及 B 均非零向量，則 A 及 B 互相垂直。

叉或向量積

A 及 B 的叉或向量積爲一向量 $\mathbf{C} = \mathbf{A}\times\mathbf{B}$（讀作 A 叉 B）。其定義爲 A × B 之大小爲 A 及 B 之大小和兩者夾角正弦之乘。$\mathbf{C} = \mathbf{A}\times\mathbf{B}$ 之方向係垂直於 A 和 B 之平面，使 A，B 及 C 形成右手制。符號表示爲

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B} = AB\sin\theta\,\mathbf{u}, \qquad 0 \leqq \theta \leqq \pi \tag{5}$$

式中 u 示 A × B 方向之單位向量。如 A = B 或 A 平行於 B，則 $\sin\theta = 0$，吾人稱 $\mathbf{A}\times\mathbf{B} = 0$。

下列定律爲確實可證明者

1. $\mathbf{A}\times\mathbf{B} = -\mathbf{B}\times\mathbf{A}$　　（叉積之交換律無效）
2. $\mathbf{A}\times(\mathbf{B}+\mathbf{C}) = \mathbf{A}\times\mathbf{B} + \mathbf{A}\times\mathbf{C}$　　分配律
3. $p(\mathbf{A}\times\mathbf{B}) = (p\mathbf{A})\times\mathbf{B} = \mathbf{A}\times(p\mathbf{B}) = (\mathbf{A}\times\mathbf{B})p$，式中 p 爲一無向量。

4. $\mathbf{i}\times\mathbf{i}=\mathbf{j}\times\mathbf{j}=\mathbf{k}\times\mathbf{k}=0$， $\mathbf{i}\times\mathbf{j}=\mathbf{k}$， $\mathbf{j}\times\mathbf{k}=\mathbf{i}$，$\mathbf{k}\times\mathbf{i}=\mathbf{j}$。

5. 如$\mathbf{A}=A_1\mathbf{i}+A_2\mathbf{j}+A_3\mathbf{k}$，及$\mathbf{B}=B_1\mathbf{i}+B_2\mathbf{j}+B_3\mathbf{k}$，則

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \end{vmatrix}$$

6. $|\mathbf{A}\times\mathbf{B}|$ =以A及B爲兩邊之平行四邊形面積。

7. 如$\mathbf{A}\times\mathbf{B}=0$且A及B爲均非零向量，則A及B相互平行。

三重積

無向量三重積下定義爲

$$\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C}) = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 & A_3 \\ B_1 & B_2 & B_3 \\ C_1 & C_2 & C_3 \end{vmatrix} \tag{6}$$

式中$\mathbf{A}=A_1\mathbf{i}+A_2\mathbf{j}+A_3\mathbf{k}$，$\mathbf{B}=B_1\mathbf{i}+B_2\mathbf{j}+B_3\mathbf{k}$，$\mathbf{C}=C_1\mathbf{i}+C_2\mathbf{j}+C_3\mathbf{k}$。代表以A，B，C 爲三邊之平行四邊體之體積，或體積之負值，視A，B，C 形成或不形成右手制而定。吾人知$\mathbf{A}\cdot(\mathbf{B}\times\mathbf{C})=\mathbf{B}\cdot(\mathbf{C}\times\mathbf{A})=\mathbf{C}\cdot(\mathbf{A}\times\mathbf{B})$。

向量三重積下定義爲

$$\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C}) = (\mathbf{A}\cdot\mathbf{C})\mathbf{B}-(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B})\mathbf{C} \tag{7}$$

因$(\mathbf{A}\times\mathbf{B})\times\mathbf{C}=(\mathbf{A}\cdot\mathbf{C})\mathbf{B}-(\mathbf{B}\cdot\mathbf{C})\mathbf{A}$，顯然$\mathbf{A}\times(\mathbf{B}\times\mathbf{C})\neq(\mathbf{A}\times\mathbf{B})\times\mathbf{C}$

向量之導數

如對每一無向量度數 u 有一相當之向量$\mathbf{A}(u)$，或簡寫爲A，則$\mathbf{A}(u)$稱之爲 u 的一（向量）函數。$\mathbf{A}(u)$的導數下定義爲

$$\frac{d\mathbf{A}}{du} = \lim_{\Delta u\to 0}\frac{\mathbf{A}(u+\Delta u)-\mathbf{A}(u)}{\Delta u} \tag{8}$$

若此極限存在時。如$\mathbf{A}(u)=A_1(u)\mathbf{i}+A_2(u)\mathbf{j}+A_3(u)\mathbf{k}$，則

$$\frac{d\mathbf{A}}{du} = \frac{dA_1}{du}\mathbf{i}+\frac{dA_2}{du}\mathbf{j}+\frac{dA_3}{du}\mathbf{k} \tag{9}$$

同理，吾人能對高次導數下定義之。例如$\mathbf{A}(u)$之二次導數如存在，則寫作

$$\frac{d^2\mathbf{A}}{du^2} = \frac{d^2A_1}{du^2}\mathbf{i} + \frac{d^2A_2}{du^2}\mathbf{j} + \frac{d^2A_3}{du^2}\mathbf{k} \qquad (10)$$

例題，如$\mathbf{A} = (2u^2 - 3u)\mathbf{i} + 5\cos u\,\mathbf{j} - 3\sin u\,\mathbf{k}$，則

$$\frac{d\mathbf{A}}{du} = (4u-3)\mathbf{i} - 5\sin u\,\mathbf{j} - 3\cos u\,\mathbf{k}, \quad \frac{d^2\mathbf{A}}{du^2} = 4\mathbf{i} - 5\cos u\,\mathbf{j} + 3\sin u\,\mathbf{k}$$

雖然乘積因子之次序常甚重要，微積分中，一般熟習之微分法則，可推廣至向量中。例如 $\phi(u)$為一無向量函數，而$\mathrm{A}(u)$及$\mathrm{B}(u)$為向量函數，則

$$\frac{d}{du}(\phi\mathbf{A}) = \phi\frac{d\mathbf{A}}{du} + \frac{d\phi}{du}\mathbf{A} \qquad (11)$$

$$\frac{d}{du}(\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}) = \mathbf{A}\cdot\frac{d\mathbf{B}}{du} + \frac{d\mathbf{A}}{du}\cdot\mathbf{B} \qquad (12)$$

$$\frac{d}{du}(\mathbf{A}\times\mathbf{B}) = \mathbf{A}\times\frac{d\mathbf{B}}{du} + \frac{d\mathbf{A}}{du}\times\mathbf{B} \qquad (13)$$

向量之積分

令$\mathrm{A}(u) = \mathrm{A}_1(u)\,\mathbf{i} + \mathrm{A}_2(u)\,\mathbf{j} + \mathrm{A}_3(u)\,\mathbf{k}$ 為 u 之一向量函數。吾人確定$\mathrm{A}(u)$之非定積分為

$$\int \mathbf{A}(u)\,du = \mathbf{i}\int A_1(u)\,du + \mathbf{j}\int A_2(u)\,du + \mathbf{k}\int A_3(u)\,du \qquad (14)$$

如一向量函數$\mathrm{B}(u)$存在，且$\mathrm{A}(u) = \dfrac{d}{du}\{\mathrm{B}(u)\}$，則

$$\int \mathbf{A}(u)\,du = \int \frac{d}{du}\{\mathbf{B}(u)\}\,du = \mathbf{B}(u) + \mathbf{c} \qquad (15)$$

式中 c 為一任意常數向量，與 u 無關。定積分在極限 $u = \alpha$ 及 $u = \beta$ 間，與基本微積分情況同，得

$$\int_\alpha^\beta \mathbf{A}(u)\,du = \int_\alpha^\beta \frac{d}{du}\{\mathbf{B}(u)\}\,du = \mathbf{B}(u) + \mathbf{c}\Big|_\alpha^\beta = \mathbf{B}(\beta) - \mathbf{B}(\alpha) \qquad (16)$$

此定積分亦能下定義為一和之極限，類似基本微積分者。

速度

假定一質點沿一路徑或曲線C（下圖 1－9）移動。令在時間 t 時，P 點之位置向量為 $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$，而當時間為 $t + \triangle t$ 時，其點之位置向量為 $\mathbf{r} + \triangle\mathbf{r} = \mathbf{r}(t + \triangle t)$。則質點在$P$點之速度（稱為瞬時速度）當為

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\mathbf{r}(t+\Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} \qquad (17)$$

爲C在P點之一向量切線。

如$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x(t)\mathbf{i} + y(t)\mathbf{j} + z(t)\mathbf{k} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$，吾人能寫爲

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\mathbf{i} + \frac{dy}{dt}\mathbf{j} + \frac{dz}{dt}\mathbf{k} \tag{18}$$

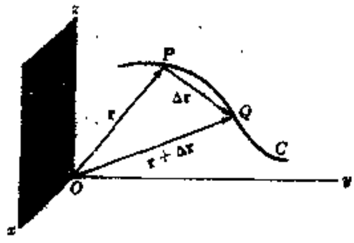

Fig. 1-9

速度之大小被稱之速率，當爲

$$v = |\mathbf{v}| = \left|\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} = \frac{ds}{dt} \tag{19}$$

式中s爲沿C由某起點至P點之弧長。

加速度

如$\mathbf{v} = d\mathbf{r}/dt$爲質點之速度，吾人確定質點$P$之加速度（亦稱爲瞬時加速度）爲

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\mathbf{v}(t+\Delta t) - \mathbf{v}(t)}{\Delta t} \tag{20}$$

以$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$表示則加速度爲

$$\mathbf{a} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}\mathbf{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\mathbf{j} - \frac{d^2z}{dt^2}\mathbf{k} \tag{21}$$

及其大小爲

$$a = |\mathbf{a}| = \sqrt{\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)^2} \tag{22}$$

相對速度及加速度

如兩質點P_1及P_2各以速度$\mathbf{v}_1$及$\mathbf{v}_2$，和加速度$\mathbf{a}_1$及$\mathbf{a}_2$移動，則向量

$$\mathbf{v}_{P_2/P_1} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 \quad \text{and} \quad \mathbf{a}_{P_2/P_1} = \mathbf{a}_2 - \mathbf{a}_1 \tag{23}$$

各爲P_2對P_1之相對速度及加速度

切線及法線加速度

假定質點P之位置向量$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$沿曲線$C$（圖 1－10）移動。吾人可視爲一直角坐標制沿質點而移動，而確定沿曲線C之單位切線向量$\mathbf{T}$，單位主

法線向量N及單位複法線向量B為

$$\mathbf{T} = \frac{d\mathbf{r}}{ds}, \quad \mathbf{N} = R\frac{d\mathbf{T}}{ds}, \quad \mathbf{B} = \mathbf{T}\times\mathbf{N} \tag{24}$$

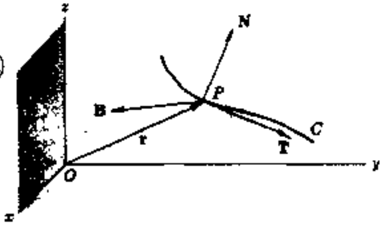

圖　1—10

s 為由某起點至 P 之弧長，R 為 C 在 P 點之曲率半徑。曲率半徑之倒數稱之為曲率，為 $k=1/R$。

吾人能示沿 C 之加速速（見習題 1.35）為

$$\mathbf{a} = \frac{dv}{dt}\mathbf{T} + \frac{v^2}{R}\mathbf{N} \tag{25}$$

右式之第一及第二項各稱之為切線加速度及法線或向心加速度。

圓週運動

假定質點 P 沿半徑為 R 之圓 C 上運動。如 s 為沿 C 由 A 至 P 之弧長及 θ 為在 O 點之相當角度，則 $s=R\theta$。因此切線速度及加速度分別為

$$v = \frac{ds}{dt} = R\frac{d\theta}{dt} = R\omega \tag{26}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2} = R\frac{d^2\theta}{dt^2} = R\alpha \tag{27}$$

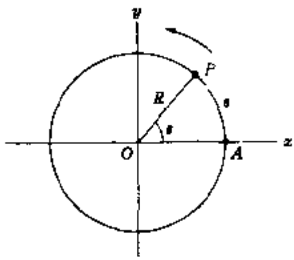

圖　1—11

吾人稱 $\omega=d\theta/dt$ 及 $\alpha=d^2\theta/dt^2$ 各為角速度及角加速度。（25）式中之正向加速度應為 $v^2/R=\omega^2R$。

對時間之導數表示法

吾人常慣於將點置於一符號上以表示其對時間 t 之導數，一點為一次導數，兩點為二次導數等等。因此，例如 $\dot{\mathbf{r}}=d\mathbf{r}/dt$，$\ddot{\mathbf{r}}=d^2\mathbf{r}/dt^2$，$\dot{\mathbf{v}}=d\mathbf{v}/dt$ 等等。

梯度　散度及旋度（Gradient, Divergence and Curl）

直角坐標制中之每一點（x，y，z）　相當於向量A，吾人稱 A＝A（x，y，z）為 x，y，z　之向量函數。亦稱A（x，y，z）為一向