

数学工具软件丛书

Maple 6

实例教程

精英科技
孙 非 编著



中国电力出版社
www.infopower.com.cn

数学工具软件丛书

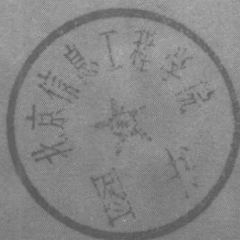
0245

1

Maple 6

实例教程

精英科技
孙 非 编著



15614/05

中国电力出版社



Z062887

内 容 提 要

本书的目的是使读者通过学习相关函数的实际应用举例, 迅速掌握 Maple 6 的使用方法, 从而能方便、快捷地解决数学问题。本书共分 8 章, 依次介绍了 Maple 6 的基本知识、初等数学运算、线性代数运算、微积分运算、解微分方程、金融数学、Maple 6 程序设计及 Maple 6 的绘图功能等。本书的附录还列出了 Maple 基本程序库以及 Maple 6 的网络资源。

本书内容丰富, 叙述详尽, 适于科研工作者、数学爱好者及广大在校师生阅读, 可为您提供解决数学问题的捷径。

图书在版编目 (CIP) 数据

Maple 6 实例教程/精英科技 编著. —北京: 中国电力出版社, 2001

(数学工具软件丛书)

ISBN 7-5083-0566-3

I. M… II. 精… III. 科学计算程序, Maple 6 IV. 01-39

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2001) 第 12485 号

中国电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号 100044 <http://www.infopower.com.cn>)

三河市实验小学印刷厂印刷

各地新华书店经售

*

2001 年 5 月第一版 2001 年 5 月北京第一次印刷

787 毫米×1092 毫米 16 开本 24 印张 544 千字

定价 35.00 元

版 权 所 有 翻 印 必 究

(本书如有印装质量问题, 我社发行部负责退换)

前 言

Maple 是由加拿大 Waterloo Maple Inc. 从 1984 年开始推出的数学计算软件, 是世界上流行的符号计算软件之一。Maple V 第六版(release 6)更被称为世界上第一种综合分析计算系统。它具有强大的交互式工程数学计算功能, 丰富的函数包能满足用户各方面的需求; 简单灵活的二、三维作图及动画制作技术, 使得它成为国外最普及的数学教学软件; 它在统计学、经济结算方面的程序库也十分有特色, 被广泛应用在了很多领域。近些年国内流行的 Matlab 语言中的符号计算部分, 其核心就是由 Waterloo 公司提供的 Maple 内核, 可见其功能的强大。在同 NAG (Numerical Algorithms Group) 公司达成了合作协议后, Maple 的最新一版: Maple 6 极大提高了自身的数值计算能力, 又对原有的内部函数进行了一定的调整, 同时增加了与 Excel® 的接口, 扩展了 Maple 的使用范围。

本书的目的并非全面介绍 Maple 语言及 Maple 6 的所有功能, 而是将主要目标集中于使读者能方便、快捷地解决所遇到的问题。读者可以按章节顺序阅读全书, 从而系统的了解 Maple 6 的功能; 更可以按照目录寻找与需要解决的问题相关的部分, 通过阅读相关函数的实际应用举例, 迅速掌握其使用方法, 完成自己所预期的目标。

本书共分为 8 章, 第 1 章“Maple 6 基本知识”的目的是让读者对计算机代数系统, 以及 Maple 的全貌有一个全面的了解; 第 2 章“初等数学运算”主要介绍了如何利用 Maple 解决初等数学中可能遇到的各种问题, 同时在 2.1 节对 Maple 的工作簿 (worksheet) 做了简要介绍, 方便读者开始初步的 Maple 应用; 第 3 章“线性代数”则说明了 Maple 如何处理各种基本线性代数问题, 并在最后举例介绍了一些特殊函数矩阵、行列式的生成方法; 第 4 章“微积分运算”循序渐进地介绍了如何利用 Maple 解决同微积分相关的各类问题; 第 5 章“微分方程”是对第 4 章内容的补充, 分常微分方程与偏微分方程两部分介绍了如何利用 Maple 对它们进行求解; 第 6 章“金融数学专题”则重点介绍了 Maple finance 程序库中的函数, 为普通用户解决日常生活中遇到的金融问题提供了一定的指导; 第 7 章“Maple 6 程序设计”的目的是帮助用户生成自定义函数, 将经常使用的工作化简成函数形式来调用, 同时这一章还介绍了 Maple 6 同 FORTRAN、C 的代码转换, 以及同 MATLAB、Excel 的接口; 第 8 章“Maple 的绘图功能”系统地描述了如何利用 Maple 自带库函数绘制二、三维函数曲线, 以及如何利用 Maple 的内部函数生成特殊图形。本书的附录列出了 Maple 基本程序库列表以及 Maple 6 的网络资源, 希望能为读者了解 Maple 提供一定的辅助资料。

在本书的写作过程中, 得到了多方人员的大力支持, 在此一并致谢!

由于作者水平有限, 以及创作时间的紧促, 本书肯定存在着疏忽与错误之处, 衷心希望各界专家、读者和用户朋友不吝赐教, 为我们提供宝贵意见, 使我们能够在今后更好地为广大读者服务!

电子邮件: Maple_6@263.net

目 录

前 言

第 1 章 Maple 6 基本知识	1
1.1 计算机符号代数系统	1
1.2 Maple 6 概述	2
1.3 Maple 6 的数据类型	7
1.4 Maple 6 的语法规则	16
1.5 Maple 6 的函数与函数库调用	20
第 2 章 初等数学运算	26
2.1 Maple 6 的工作簿	26
2.2 数值计算	29
2.3 多项式及其运算	33
2.4 初等代数变换	39
2.5 三角函数及其变换	41
2.6 初等代数方程	46
第 3 章 线性代数	59
3.1 向量运算	59
3.2 矩阵的生成与修改	68
3.3 矩阵的运算及其特征值求解	80
3.4 解线性方程组	94
3.5 线性代数的实际应用	105
3.6 特殊函数矩阵	118
第 4 章 微积分运算	125
4.1 极限	125
4.2 序列与级数	130
4.3 微分	140
4.4 不定积分与定积分	147

4.5	积分变换与特殊函数.....	155
4.6	数值积分	161
第 5 章	微分方程	171
5.1	常微分方程	171
5.2	偏微分方程	204
第 6 章	金融数学专题	213
6.1	复利计算	213
6.2	按年支付问题	216
6.3	现金流动及相关问题.....	218
6.4	分期付款问题	223
第 7 章	Maple 6 程序设计	229
7.1	简单的 Maple 6 程序设计	229
7.2	选择结构	243
7.3	循环结构	246
7.4	程序调试器 debugger.....	256
7.5	文件输入/输出	273
7.6	代码转换	282
7.7	Maple 与其他软件的接口	287
第 8 章	Maple 的绘图功能	294
8.1	绘图功能概述	294
8.2	二维图形绘制——PLOT 及相关函数的应用.....	305
8.3	三维图形绘制——PLOT3D 及相关函数应用.....	321
8.4	特殊图形绘制——PLOTTOOLS 程序库简介.....	338
8.5	其他绘图相关函数	345
附录 1	Maple 函数库列表	354
附录 2	Maple 基本函数及其功能	356
附录 3	Maple 的网络资源	371
附录 4	参考文献	376

第1章 Maple 6 基本知识

提起计算机,人们最先想到的就是它强大的数值计算功能,仅仅是市场中出售的个人计算机(PC),就已经具有每秒钟计算 1000000000 (10 亿)次加法的能力。虽然这只是其中央处理器的时钟频率,同它的实际四则运算本领还有差异,但也足以让人脑望尘莫及。可以说计算机的发展已经圆满地完成了其设计的最初使命:将人类从繁重的数值计算中解脱出来。然而仅仅在数学领域,就还有如公式的推导、化简,多项式求和,函数展开等等枯燥复杂的工作需要得到计算机的帮助。这些工作都被统称为符号代数或符号计算。符号代数所涉及的内容十分庞大,从初等代数的一阶方程、方程组,到高等数学中的微分方程、线性代数,几乎涉及到了整个数学领域。实际上符号代数的定义即根据代数规律计算得到的准确结果,而不是依靠浮点数近似来表示的计算结果。随着符号处理系统的发展,这些以前被视为需要人工智能才能完成的工作,已经被计算机出色地解决,这又使得人类摆脱了一项繁琐的任务,为进一步发挥人类的创造性思维提供了基础。

1.1 计算机符号代数系统

随着计算机科学的飞速发展,以及工程计算的迫切需求,计算机符号代数系统(Computer Algebra System, CAS)得到了广泛的应用及拓展。一般按功能的不同,将此系统划分为两大类:专用系统和通用系统。

专用符号代数是系统是为了解决物理、化学或数学中某一方面问题而编写的。例如天体物理方面的 CAMAL; 针对核物理的 SCHOOHSCHIP; 应用于物理化学,计算分子结构、反应动力学的 GAUSSIAN; 以及分析微分方程的 DELIA 等等。专用系统由于一般使用针对不同问题的特有符号系统和数据结构,因此各个软件都具有很高的效率和独有的特色。虽然本书主要介绍通用系统中的 Maple 软件,但希望读者根据需要选择适合自己实际工作的软件,有时候适当的专用软件能起到事半功倍的效果。

通用符号系统则是针对普遍的应用领域而开发出来的,包含大量的数据结构与数学函数包。通用系统软件的执行方式一般有两种,一种是输入一条命令、输出一条结果式的命令行方式。虽然不同软件的执行命令不尽相同,但一般都具有数值计算、符号计算、图形处理这 3 种功能;另一种是类似 FORTRAN、C 语言的编程模式。不同的软件编程语言也不尽相同,但能够实现的功能类似。

概括起来,计算机符号代数系统可以应用到以下的领域:

(1) 公式推导的工具。符号系统可以出色地完成科研、工程中所遇到的复杂公式推导

与验证等工作，不仅可以避免人工推导过程中可能会出现错误，而且显著地提高了工作效率。

(2) 数学实验。由于推导工作的简化，可以通过对符号的变换与处理，为数学研究提供一种类似“实验室”的环境，通过不同的方法寻找可能出现的结果。

(3) 辅助教学。符号代数系统的易学易用为学生和老师提供了很好的学习帮助系统。许多问题借助计算机将得到更快更好的解决。同时也为制作课件和练习系统提供了方便。

1.2 Maple 6 概述

1.2.1 Maple 的发展历史

- 1980 年，加拿大教授 Keith Geddes 与 Gaston Gonnot 在 Waterloo 大学开始设计开发一种数学软件，并被赞助者很快推广到欧美各大学使用。最早使用 B 语言编写，但很快便改用 C 语言。
- 1984 年，Watcom Inc. 代理销售 Maple 3.3。
- 1987 年，Maple 4.0、4.1、4.2 相继发布。
- 1988 年，Waterloo 大学成立自己的公司并直接销售 Maple。
- 1989 年，发布 Maple 4.3。
- 1990 年，包含新图形用户界面(GUI)，添加了三维图形绘制功能的 Maple 5 发布。
- 1994 年，Maple 5 Release 3 发布，并开始兼容 Microsoft® 的 Word 文件。
- 1996 年，Release 4 发布。
- 1997 年，Release 5 发布。此版本进一步完善了图形界面，并提供了与 MATLAB 的信息交流界面。
- 1998 年，相继发布 Release 5.1、Release 5.2。
- 2000 年 1 月，在与英国剑桥的“the Numerical Algorithms Groups(NAG)”签定合作协议，获得 NAG 函数库后，增强了数值计算功能的 Maple 6 被推向市场。
- 2000 年 4 月，适合在校学生使用的版本上市。

1.2.2 Maple 6 的新特点

- 在同 NAG (Numerical Algorithms Group) 合作，并利用他们的函数库后，Maple 6 中有关线性代数计算的部分得到了显著提高，特别是针对包括浮点数矩阵、向量间的运算在内的数值计算精度及效率作了明显的优化。
- Maple 符号语言的细微调整及提高。
- 对图形处理用户界面进行了调整，添加了新的图形处理功能。
- 同 Microsoft® 的 Excel 2000® 进行了整合，可以在 Excel 2000 中调用 Maple 6 指令，

同时可以实现两软件间数据的相互拷贝。

- 添加了新的程序包，并对旧有程序进行了修改。
- 对符号语言的部分命令进行了调整，详情请参考联机帮助。

1.2.3 系统要求和安装配置

对 PC 机 Windows 用户：

- Intel Pentium 90 或兼容处理器。
- 65MB 硬盘空间。
- 16MB 内存（Windows 95/98 用户）或 32MB 内存（Windows NT 用户）。
- 8 位显示视配器，支持 256 色及 640×480 图像分辨率。
- Windows NT 4 (Service Pack 5)、Windows 95/98 或 Windows 2000 操作系统。
- 光盘驱动器（安装系统）。

Maple 6 分为单机版与网络版，由于两种程序的安装均遵循标准程序，本书将略过此处不提。需要注意的是相对于 Maple V Release 2，Maple 6 将不再提醒安装共享函数库。因为它已将相应的类库与程序相整和，不需要特别的调用过程。Maple 6 安装程序的另一个特点是会询问用户是否以多用户方式安装系统（见图 1-1），并为不同的用户建立各自的配置文件。本书将以单用户模式介绍系统的使用。

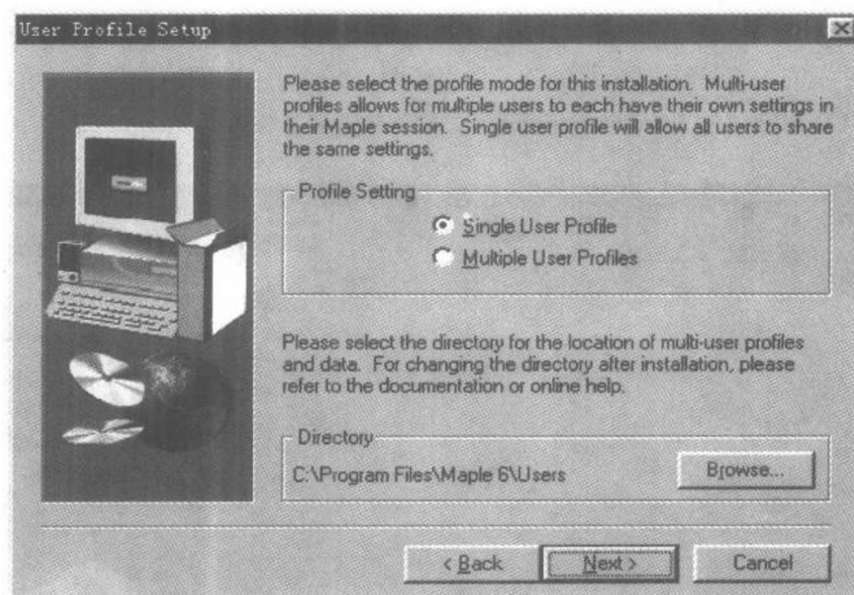


图 1-1 Maple 6 多用户安装选择

Maple 6 需要用户在向 Waterloo 公司购买使用协议后才可以使⽤。否则将出现如图 1-2 所示的警告信息。用户通过信件或在线注册的方式，会获得使⽤协议文件：license.dat。将其拷贝至 Maple 6 安装目录下的 license 子目录后，便可获得程序的使⽤权。

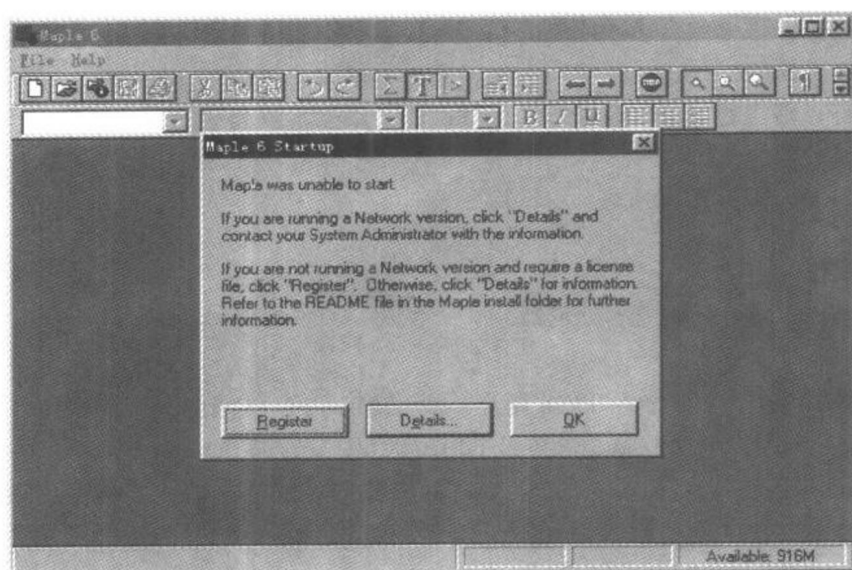


图 1-2 缺少 license.dat 的启动画面

1.2.4 获得帮助

Maple 自带完善的帮助系统，可以全方位的满足用户在不同情况的需求。本书不可能将 Maple 自带的所有命令全部介绍，所以熟练地使用帮助系统会有助于读者独立完成工作。用户可以通过不同的方法获取帮助信息。如果想对 Maple 进行系统地学习，可以先通过选择主菜单 HELP 选项中的 Introduction 获得对软件的初步了解（见图 1-3）。

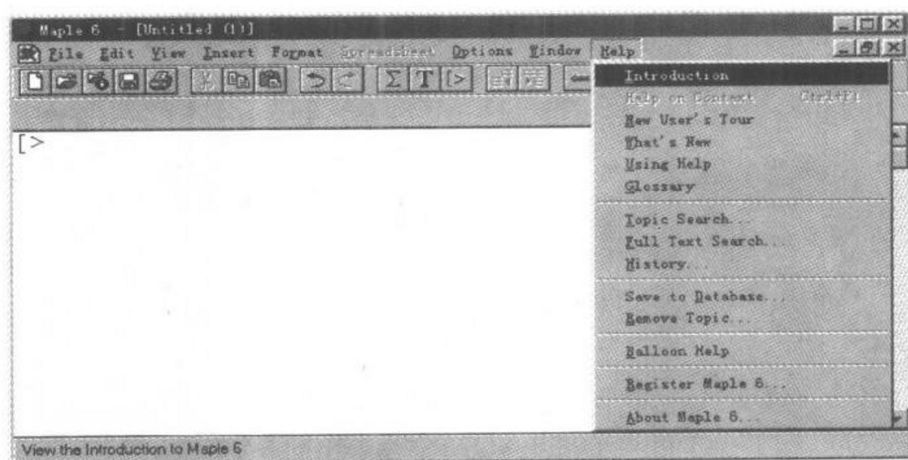


图 1-3 Maple 系统帮助菜单

如果了解 Maple 如何实现某种特定的功能，或是想进一步了解 Maple 程序的某一部分，则可以利用在 Topic Search 选项中输入关键词来获得帮助（见图 1-4）。

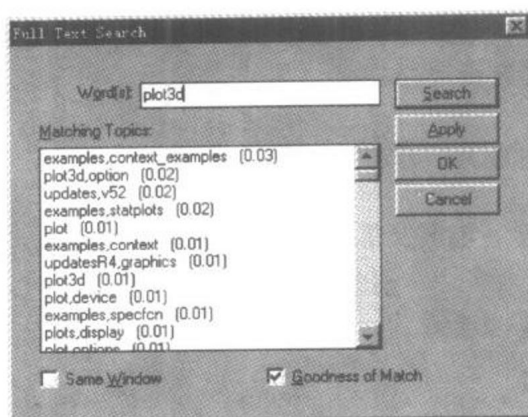


图 1-4 Topic Search 窗口

如果想了解有哪些主题涉及到了某个关键词，则可使用 Full text search（见图 1-5）。

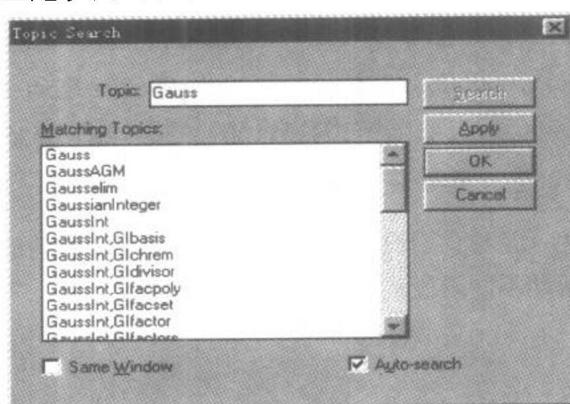


图 1-5 Full Text Search 菜单

如果想了解 Maple 软件中的各个按钮、菜单中选项的具体功能，则可以激活 HELP 菜单中的 Balloon help 选项（见图 1-6），这样用户就会得到鼠标指到位置所对应功能的简单描述。

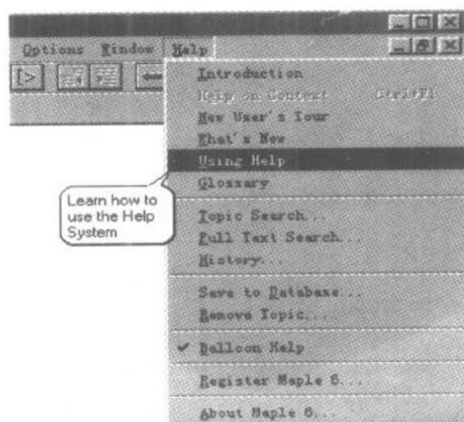


图 1-6 使用 Balloon Help

如果用户在使用 Maple 的过程中, 遗忘了如何设定某个函数的参数, 则可以直接输入“? +函数名”来获得对特定函数的帮助。

1.2.5 让你的 Maple 开始工作

首先, 让我们完成一项可能需要花费祖冲之几百年时间才能完成的工作: 求出 π 的 500 位有效数字。请在 Maple 中输入 “evalf(Pi,500);”, 注意, 需要以 “;” 作为结束标志, 然后回车。不超过一秒钟, 你就会看到:

```
> evalf (pi, 500);
3.1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164 \
062862089986280348253421170679821480865132823066470938446095505822317253 \
594081284811174502841027019385211055596446229489549303819644288109756659 \
334461284756482337867831652712019091456485669234603486104543266482133936 \
072602491412737245870066063155881748815209209628292540917153643678925903 \
600113305305488204665213841469519415116094330572703657595919530921861173 \
819326117931051185480744623799627495673518857527248912279381830119491
```

虽然 500 位有效数字可能对我们没有任何意义, 但 Maple 的功能可见一斑。

接下来, 让 Maple 帮助不同阶段的学生完成他们的作业。

一道小学四则运算: 求 $(11+(9-8)*7)/6$ 的值。

```
> (11+(9-8)*7)/6;

3
```

一道中学的因式分解: 展开 $(x+2)^4$ 。

```
> func:=(x+2)^4;
func := (x+2)^4
> expand(func);
x^4 + 8x^3 + 24x^2 + 32x + 16
```

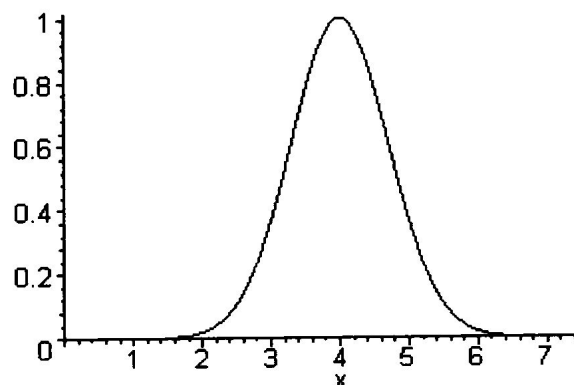
一道大学的微积分: 求 $\arcsin(5x^2-1)$ 的导数。

```
> func:=arcsin(5*x^2-1);
func := arcsin(5x^2-1)
> diff(func,x);
10 * x / sqrt(-25x^4+10x^2)
```

最后, 让 Maple 制作曲线与曲面。

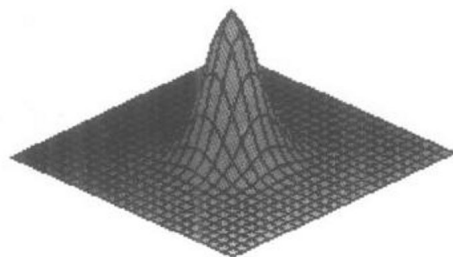
二维高斯曲线:

```
> plot(exp(-(x-4)^2), x=0..8);
```



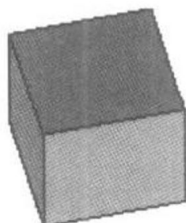
三维高斯曲面:

```
> plot3d(exp(-(x-4)^2-(y-4)^2), x=0..8, y=0..8);
```



正六面体:

```
> polyhedraplot([0,0,0], polytype=hexahedron);
```



1.3 Maple 6 的数据类型

Maple 数据类型除了简单的数值类型外, 还包括序列(Sequence)、集合(Set)、列表(List)、

系列(series)、表(table)等数据结构,不同的结构都有各自的应用领域。本节将分别对它们进行介绍。

1.3.1 简单数值类型

Maple 6 支持的简单数值类型包括整数、分数、浮点数和复数。由数字 0~9 以及表示指数的 e, 表示复数单位的 I 组合而成。不同于 C、FORTRAN 等程序语言对各种数据类型的长度限制, Maple 不限制整数的大小及浮点数小数点后的位数, 只要内存允许, 可以在 Maple 中计算出任意大小、任意精度的数值, 缺省显示小数点后的 10 位有效数字, 并可根据用户的需要随意调整显示位数, 如:

```
[> evalf(1/3);
                                     .3333333333
> evalf(1/3,20);
                                     .33333333333333333333
```

如果输入的是分式, Maple 将自动对其进行化简, 而且会精确保留其数值。如:

```
[> 2+656/32;
                                     45
                                     2
```

对于浮点数, Maple 将始终按照输入时的精度对它进行处理, 而且会将计算结果同算式中小数点后有效位数最多的一个因子保持精度一致, 如:

```
[> 1.1+2.22+3.333+4.4444;
                                     11.0974
```

在使用指数形式的表达式时, 注意指数要紧跟在“E”或“e”的后边, 如果分开, 系统会认为是在执行加减法运算, 如:

```
[> 5e+3;
                                     5000.
> 5e +3;
                                     8.
> .2e-2;
                                     .002
> .2e -2;
                                     -1.8
```

进行浮点数、分数的混合运算时, Maple 会以 10 位有效数字的浮点数作为默认的显示方式, 如:

```
[> 3.4+3/4+3^4;
      85.15000000
```

对于复数, Maple 会自动将“I”显示在其应该出现的位置, 而且可以通过“Re()”, “Im()”两个函数提取出复数的实部与虚部, 如:

```
[> evalf(-5^(1/3));
      -1.709975947
[> evalf((-5)^(1/3));
      .8549879733+1.480882610 I
[> Re(%),Im(%);
      .8549879733,1.480882610
```

上个例子中, 用到了“%”算符, 它代表上一行的结果。同时要注意例子中所提示的括号的作用。

除了虚数单位 I 以外, Maple 中还定义了一些数学常数, 这些数学常数都是精确的, 表示的意义与数学中定义的相同。例如圆周率 π \ 无穷大等。表 1-1 中列出了一些常用的数学常数。

表 1-1 Maple 中的数学常数

数学常数	意 义
I	虚数单位, $I=\sqrt{-1}$
Pi	圆周率
True	逻辑表达式的值, 真
False	逻辑表达式的值, 假
FAIL	Maple 中表示不确定的值或操作失败等
Catalan	Catalan 常数, 值为 0.915965594...
infinity	无穷大
gamma	欧拉常数, 值为 0.5772156649...

1.3.2 序列

序列是数学中的一个重要概念。一个序列可以理解成数字按照一定规律排成的有限或无限长的列表。Maple 中以“seq()”生成一个序列, 如:

```

[ > seq(i,i=1..10);
      1,2,3,4,5,6,7,8,9,10
[ > seq(i,i)="Maple";
      "M","A","P","L","E"
[ > seq(i^2,i=1..10);
      1,4,9,16,25,36,49,64,81,100
[ > seq(i,i=1+2*x+3*x^2+4*x^3);
      1,2x,3x^2,4x^3
[ > seq(degree(i,x),i=1+2*x+3*x^2+4*x^3);
      0,1,2,3

```

Maple 中的序列还涉及到一个有用的算符 “\$”:

```

[ > x$4;
      x, x, x, x
[ > diff(ln(x),x$4);
      -6  $\frac{1}{x^4}$ 
[ > seq(diff(ln(x),x$n),n=1..5);
       $\frac{1}{x}, -\frac{1}{x^2}, 2\frac{1}{x^3}, -6\frac{1}{x^4}, 24\frac{1}{x^5}$ 

```

从这个例子，读者可以发现 “\$” 算符的作用类似于编程中的循环次数。第 1 条命令相当于重复显示 4 次 x ，第 2 条命令，相当于求 $\partial \ln(x) / \partial^4 x$ ，或者说 $\ln(x)$ 对 x 求 4 次偏导数。第 3 条命令则求出 $\ln(x)$ 对 x 的 1、2、3、4、5 阶偏导数。由此可见，“\$” 符号相当于对重复命令的化简，灵活的使用会有效地提高工作效率。

1.3.3 集合

Maple 中的集合对应着数学中的“集合”概念。不同的是 Maple 集合中的元素会按照一定顺序储存，而且系统会自动删除相同的元素。集合以 “{ }” 来定义，集合中的元素以 “,” 分割。如：

```

[ > S1:={1,a,2,b,3,c};
      S1:={1,2,3,a,b,c}
[ > S2:={4,a,5,B,6,c};
      S2:={4,5,6,a,c,B}

```

```
[> S3={c,b,a,3,2,1};
      S3:= {1,2,3,a,b,c}
```

在这个例子中，我们用不同的顺序定义了 3 个集合，但读者会发现显示的顺序有一定的规律，即先数字，后字符，并按照 ASCII 字符顺序排列。

接下来，介绍一些对集合操作的命令，包括提取集合元素的“op”，判断集合是否相等的“evalb”，判断某元素是否属于集合的“member”，以及对集合的并(union)、交(intersect)、差(minus)运算。读者可以自行从例子中判断每个命令的使用方法。

```
[> op(S1);
      1,2,3,c,b,c
[> op(2,S1);
      2
[> evalb(S1=S2);
      false
[> evalb(S1=S3);
      true
[> member(a,S1);
      true
[> member(B,S1);
      false
[> S1 union S2;
      {1,2,3,4,5,6,a,b,c,B}
[> S1 intersect S2;
      {a,c}
[> S1 minus S2;
      {1,2,3,b}
```

注意利用“op”命令选取集合元素的时候，对应的位置是经过系统排序后的元素位置，这同用户建立集合时的输入顺序有所不同。

1.3.4 列表

列表同集合类似，也是一组元素的组合。相对于集合，列表更像行列式中的一列元素，它是 Maple 处理向量、矩阵、张量等的基础。列表用“[]”表示，元素以“,”分隔。Maple 将列表理解成数字对象的有序集合，不干涉其生成顺序与包含元素的内容。

请注意以下的例子：