

研究生教学用书

教育部研究生工作办公室推荐

非线性振动

Nonlinear Vibrations

4

刘延柱 陈立群 编著

高等教育出版社

研究生教学用书

教育部研究生工作办公室推荐

非线性振动

Nonlinear Vibrations

刘延柱 陈立群 编著

高等教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

非线性振动/刘延柱,陈立群编著.—北京:高等教育出版社,
2001.8

研究生教学用书

ISBN 7-04-009932-2

I.非... II.刘... III.非线性振动—研究生—教材 IV.0322

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 035204 号

非线性振动

刘延柱 陈立群 编著

出版发行 高等教育出版社

社 址 北京市东城区沙滩后街 55 号 邮政编码 100009

电 话 010-64054588 传 真 010-64014048

网 址 <http://www.hep.edu.cn>

<http://www.hep.com.cn>

经 销 新华书店北京发行所

印 刷 国防工业出版社印刷厂

开 本 787×960 1/16

版 次 2001 年 8 月第 1 版

印 张 24.75

印 次 2001 年 8 月第 1 次印刷

字 数 390 000

定 价 33.90 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换。

版权所有 侵权必究

内 容 提 要

本书为教育部研究生工作办公室推荐的研究生教学用书。书中系统地叙述非线性振动的基本理论、研究方法以及各种典型的非线性振动现象。本书采用研究方法与振动类型两种体系兼顾的叙述方式,并注意兼顾传统的非线性振动理论与近代非线性动力学的最新发展。全书除绪论以外共分六章。在第一章非线性振动的定性分析方法和第二章非线性振动的近似解析方法中,系统地叙述了非线性振动理论的两类基本研究方法。在第三章自激振动和第四章参数振动中,则综合应用上述两类研究方法讨论两种重要的非线性振动类型。第五章分岔理论基础和第六章混沌振动是关于近代非线性动力学研究成果的系统介绍。虽然关于单自由度系统的讨论占书中的主要篇幅,但各相应章节都包含多自由度系统内容。书中的公式推导力求简练化,并注意解释各种非线性振动现象的物理意义,以及与实际工程技术问题的紧密联系。在附录中给出一些重要定理和方法的数学证明。各章均附有例题和习题,书末给出习题答案。

本书可作为理工科高等院校非线性振动研究生课程的教材,也可供机械、航空、自动控制、无线电、电子学等领域内的工程技术人员参考。

前 言

随着科学技术的发展,机械振动问题已成为各个工程领域内经常出现的重要问题。电子计算机的广泛使用和动态测量技术的进步为复杂振动问题的解决提供了有力的工具。因此,振动力学已成为工程技术人员必须具备的理论知识。机械、航空、土建、水利等工程专业的本科生在振动力学或与振动力学有关的其他课程中,已经获得了以线性振动理论为主要内容的振动力学基本知识。在线性常系数常微分方程理论上建立起来的线性振动理论是对振动现象的近似描述。线性振动理论只能在振幅足够小的特定情况下反映振动的客观规律。但实际的机械系统存在着各种非线性因素,在许多情况下,线性理论不能解释像自激振动、参数振动、多频响应、超谐和亚谐振动、内共振、跳跃现象和同步现象等复杂的振动现象。而上述各种非线性振动现象在现代工程技术中愈来愈频繁地出现。这就要求未来的工程师们不仅要掌握线性振动理论的基本知识,而且也要了解非线性振动的基本理论和分析、计算方法,以解决工程技术中的实际振动问题。

作者在所编著的教材《振动力学》(高等教育出版社1998年出版)中曾试图使学生在本科生阶段就能了解非线性振动的初步知识,并在研究生阶段学习更系统深入的非线性振动理论。本书就是为此目的编写的研究生教材。主要内容来自《振动力学》的提高部分,以及作者于1963年在清华大学为工程力学专业编写的非线性振动讲义。在此基础上,根据国务院学位委员会学科评议组的审定意见,作了必要的补充和加深。除非线性振动的传统理论以外,对反映近代非线性动力学研究成果的分岔和混沌理论的内容,也作了适当的扩充。

非线性振动理论的叙述可以不同的研究方法为主线,也可以不同的振动类型为主线。本书采用两种主线相结合的叙述方式。全书除绪论以外共分六章。在第一章非线性振动的定性分析方法和第二章非线性振动的近似解析方法中,系统地叙述了非线性振动理论的两类基本研究方法。在第三章自激振动和第四章参数振动中,则综合应用上述两类研究方法讨论这两种重要的非线性振动现象。第五章分岔理论基础和第六章混沌

振动是关于近代非线性动力学研究成果的系统介绍。虽然关于单自由度系统的讨论占书中的主要篇幅,但各相应章节都包含多自由度系统内容。在编写过程中,作者力图贯彻理论联系实际的原则,尽量使正文中的公式推导简练,注意解释非线性振动现象的物理意义,以及与实际工程技术问题的紧密联系。一些重要定理和方法的数学证明则放在附录中给出。各章均附有例题和习题,书末给出习题的参考答案。

本书的第一至四章由刘延柱编写,第五、六章由陈立群编写。全书由刘延柱定稿。书稿承蒙陆启韶教授详细审阅并提出许多宝贵意见,戈新生教授协助书稿的校对工作,与本书相关的研究工作得到国家自然科学基金和上海市科技发展基金的资助,作者谨表示衷心感谢。限于水平,书中的错误和不足之处恳请读者指正。

作 者

2001年4月

主要符号表

a	振幅
A	振幅
\mathbf{A}	在零点计算的雅可比矩阵
B	激励幅值
c	粘性阻力系数
cc	左边各项的共轭复数
C	平面域的边界曲线
Codim g	函数 g 的余维数
d	维数
d_c	关联维数
d_i	信息维数
d_H	豪斯多夫维数
d_L	李雅普诺夫维数
d_p	点状维数
d_q	q 阶广义维数
D	平面域
D_n	第 n 阶偏微分算子
$\mathbf{D}_x f(x_0, \mu_0)$	f 关于 x 的雅可比矩阵
E	保守系统的总机械能
E^c	中心子空间
E^s	稳定子空间
E^u	不稳定子空间
F	激励力的幅值
g_l	约化函数
h	闭轨迹的特征指数
$h(x, \mu)$	戈鲁比茨基-沙弗范式
H	哈密顿函数

H_n^l	从 \mathbb{R}^n 到 \mathbb{R}^n 的所有 l 次齐次多项式构成的线性空间
j	庞加莱指数
J	雅可比矩阵
k	线性弹簧的刚度系数
$\text{Ker } A$	矩阵 A 对应的线性变换的核空间
L^*	矩阵 L 的复共轭转置
m	质量
$M(\tau)$	梅利尼科夫函数
P	庞加莱映射
$R_x(\tau)$	自相关函数
$\text{range } A$	矩阵 A 对应的线性变换的值域
s	频率比
S	曲面或空间,吸引盆
S^\perp	空间 S 的正交补空间
S_j	第 j 个奇点
T	周期运动的周期
T_n	第 n 阶尺度的时间变量
V	保守系统的势能
$W^c(x_0)$	平衡点 x_0 的中心流形
$W^s(x_0)$	平衡点 x_0 的稳定流形
$W_{\text{loc}}^s(x_0)$	平衡点 x_0 的局部稳定流形
$W^u(x_0)$	平衡点 x_0 的不稳定流形
$W_{\text{loc}}^u(x_0)$	平衡点 x_0 的局部不稳定流形
α	不确定指数
Γ	相空间中的闭轨迹
ε	小参数
$\Phi_x(\omega)$	功率谱
θ	相位差
λ	本征值
λ_1	最大李雅普诺夫指数
$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$	李雅普诺夫指数
μ	小参数

μ	分岔参量
μ_0	分岔值
σ	移位自同构
Σ_A	符号空间
ψ	相角
ω	周期运动的角频率
ω_0	线性系统的固有频率

责任编辑	黄毅
封面设计	李卫青
责任绘图	尹莉
版式设计	史新薇
责任校对	殷然
责任印制	杨明

目 录

绪论	1
§ 0.1 非线性振动的研究对象	1
§ 0.2 非线性振动的研究方法	2
§ 0.3 非线性振动的发展简史	4
§ 0.4 单自由度线性振动的主要结论	6
第一章 非线性振动的定性分析方法	8
§ 1.1 稳定性理论的基本概念	8
§ 1.2 相平面、相轨迹和奇点	19
§ 1.3 奇点的分类	35
§ 1.4 极限环	43
习题	53
第二章 非线性振动的近似解析方法	57
§ 2.1 谐波平衡法	57
§ 2.2 正规摄动法	63
§ 2.3 林滋泰德-庞加莱法	67
§ 2.4 平均法	73
§ 2.5 多尺度法	83
§ 2.6 渐近法	95
§ 2.7 多自由度系统的自由振动和受迫振动	109
习题	123
第三章 自激振动	126
§ 3.1 自激振动概述	126
§ 3.2 工程中的自激振动	128
§ 3.3 自激振动的定性分析	135
§ 3.4 自激振动的定量计算	138
§ 3.5 自激系统的受迫振动	143
§ 3.6 多自由度系统的自激振动	147
习题	150
第四章 参数振动	152
§ 4.1 参数振动概述	152

§ 4.2	工程中的参数振动	154
§ 4.3	弗洛凯理论	157
§ 4.4	稳定图	160
§ 4.5	非线性参数振动	170
§ 4.6	多自由度系统的参数振动	172
	习题	176
第五章	分岔理论基础	179
§ 5.1	分岔现象	179
§ 5.2	李雅普诺夫-施密特约化	188
§ 5.3	中心流形方法	194
§ 5.4	庞加莱-伯克霍夫范式	207
§ 5.5	奇异性理论	216
§ 5.6	霍普夫分岔及其控制	224
§ 5.7	闭轨迹的分岔	231
§ 5.8	分岔问题的数值方法	243
	习题	247
第六章	混沌振动	250
§ 6.1	混沌振动概述	250
§ 6.2	工程中的混沌振动	260
§ 6.3	混沌振动的数值识别	266
§ 6.4	混沌振动的解析预测	286
§ 6.5	哈密顿系统的混沌振动	302
§ 6.6	混沌振动的控制	312
	习题	317
附录		320
	附录一 李雅普诺夫稳定性定理的证明	320
	附录二 闭轨迹稳定性定理的证明	322
	附录三 小参数法的数学根据	324
	附录四 平面霍普夫分岔定理的证明	333
	附录五 混沌的拓扑描述	338
	附录六 梅利尼科夫函数的推导	347
	附录七 什尔尼科夫定理的证明思路	349
	习题答案	353
	参考文献	359
	索引	366
	外国人名译名对照表	375

Synopsis	377
Contents	379
作者简介	382

绪 论

§ 0.1 非线性振动的研究对象

在自然界、工程技术、日常生活和社会生活中,普遍存在着物体的往复运动或状态的循环变化。这类现象称为**振荡**。例如大海的波涛起伏、花的日开夜闭、钟摆的摆动、心脏的跳动、经济发展的高涨和萧条等形形色色的现象都具有明显的振荡特性。**振动**是一种特殊的振荡,即平衡位置附近微小或有限的振荡。如声波和超声波、工程技术中的机器和结构物的机械振动、无线电和光学中的电磁振荡等。从最小的粒子到巨大的天体,从简单的摆到复杂的生物体,无处不存在振动现象。有时人们力图防止或减小振动,有时又力图制造和利用振动。尽管振动现象的形式多种多样,但有着共同的客观规律和统一的数学表达形式。因此,有可能建立统一的理论来进行研究,即**振动力学**。振动力学是力学、声学、无线电、电子学、自动控制理论等学科,以及机械、航空、土木、水利等工程学科的理论基础之一。它应用数学分析、实验量测和数值计算等方法,探讨振动现象的机理和基本规律,为解决与振动有关的实际问题提供理论依据。

根据描述振动的数学模型的不同,振动理论区分为**线性振动理论**和**非线性振动理论**。线性振动理论适用于线性系统,即质量不变、弹性力和阻尼力与运动参数成线性关系的系统,其数学描述为线性常系数常微分方程。不属于线性系统的系统为非线性系统,研究非线性系统的振动理论就是非线性振动理论。线性振动理论是对振动现象的近似描述,在振幅足够小的大多数情况下,线性振动理论可以足够准确地反映振动的客观规律。频率、振幅、相位、激励、响应、模态等都是在线性理论中建立起来的基本概念。

实际机械系统中广泛存在着各种非线性因素,如电场力、磁场力、万有引力等作用力非线性,法向加速度、科氏加速度等运动学非线性,非线性本构关系等材料非线性,弹性大变形等几何非线性等。因此,工程实际

中的振动系统绝大多数都是非线性系统。由于非线性微分方程尚无普遍有效的精确求解方法,而线性常微分方程的数学理论已十分完善,因此将非线性系统以线性系统代替是工程中常用的有效方法,但仅限于一定的范围。当非线性因素较强时,用线性理论得出的结果不仅误差过大,而且无法对自激振动、参数振动、多频响应、超谐和亚谐共振、内共振、跳跃现象和同步现象等实际现象作出解释。而上述各种实际现象在现代工程技术中愈来愈频繁地出现。早在1940年美国塔可马(Tacoma)吊桥因风载引起振动而坍塌的事故就是典型的非线性振动引起破坏的例子。因此,有必要发展非线性振动理论,研究对非线性系统的分析和计算方法,解释各种非线性现象的物理本质,以分析和解决工程技术中实际的非线性振动问题。

参数振动是一种特殊的振动形式,它的数学模型不一定是非线性微分方程,也可能是线性的,但系数不是常数,而是时间的周期函数,因此不属于线性振动理论的研究范围,也作为非线性振动的组成部分。

§ 0.2 非线性振动的研究方法

非线性振动理论的研究目的是基于非线性振动系统的数学模型,在不同参数和初始条件下,确定系统运动的定性特征和定量规律。非线性振动系统的数学模型为非线性微分方程。与线性微分方程不同,非线性微分方程尚无普遍有效的求解方法,很难得到精确的解析解。对于工程中的实际非线性振动问题,除采用实验方法进行研究以外,常用的理论研究方法为:几何方法、解析方法和数值方法。

几何方法是研究非线性振动的一种定性分析方法。传统的几何方法是利用相平面内的相轨迹作为对运动过程的直观描述。在常微分方程定性理论的基础上,根据相轨迹的几何性质判断微分方程解的性质。利用相平面内的奇点和极限环作为平衡状态和孤立周期运动的几何表述。因此,关于奇点的类型和稳定性的研究,关于极限环的存在性和稳定性的研究,以及稳定性随参数变化的研究,是传统几何方法讨论的主要内容。几何方法的局限性是不能得到非线性振动的定量规律,而且传统的几何方法通常难以推广到高维时变系统。尽管如此,几何方法仍在非线性振动研究中起着重要作用。几何方法不仅能得到直观的定性结果,而且可为其他研究方法提供理论依据。

在非线性振动理论的现代发展过程中,几何方法有了新的研究内容。现代几何方法也研究由数学抽象所得到的人为构建的几何结构,它具有与真实非线性系统类似的性质。例如在第六章关于混沌振动的讨论中,就充分利用抽象的几何概念解释和预测非线性振动系统的一些复杂的动力学行为。

解析方法是研究非线性振动的定量分析方法。即通过精确地或近似地寻求非线性微分方程的解析解,得到非线性系统的运动规律,以及对系统参数和初始条件的依赖关系。非线性微分方程的精确解通常涉及非初等函数(例如椭圆函数)的引入和研究。能够得到精确解的非线性系统称为**可积系统**,这种系统的数量极其有限。

更常用的解析方法是**近似解析方法**。近似解析方法主要适用于弱非线性系统,即与线性系统十分接近的非线性系统。通常是以线性振动理论中得到的精确解为基础,将非线性因素作为一种摄动,求出近似的解析解。最早的近似解析方法来源于天体力学中的摄动法,也称为小参数法,如正规摄动法和林滋泰德-庞加莱法。近似解析方法还包括其他形式,如谐波平衡法、平均法、多尺度法和渐近法等。这些近似解析方法原则上也可应用于特殊的强非线性系统。如果存在与之相近而又精确可积的非线性系统,则也可对精确的非线性解进行摄动。解析方法原则上对单自由度系统和多自由度同样适用。对于用非线性偏微分方程描述的无穷多自由度的连续体振动,可利用模态的正交性或伽辽金方法化作只含时间自变量的非线性常微分方程组,然后利用近似解析方法进行处理。也可直接对非线性偏微分方程进行摄动分析。任何一种近似解析方法所得到的结果都是近似的结果,必须与其他方法互相印证。解析方法的局限性是应用范围十分有限,仅用于讨论可积和接近可积系统的平衡和周期运动。而且解析方法得到的解未必具有稳定性,因此可能不是实际问题中能出现的运动。解析方法的优点是不仅能确定非线性系统的运动随时间变化的规律,而且能得到运动特性与系统参数之间的依赖关系,因此是非线性振动问题研究的重要方法。

数值方法是研究非线性振动系统的数值计算方法。数值方法通过数值求解非线性微分方程,得到非线性系统在特定的参数条件和初始条件下的运动规律。数值方法的基础是常微分方程组的初值问题的数值解法。数值方法既可以计算特定非线性系统的各种运动的时间历程,包括平衡、周期运动和非周期运动等,也可以通过数值计算确定参数对系统运

动的影响,以及通过对吸引盆及其边界的计算确定初始条件对系统运动的影响。由于处理非线性振动问题的数学工具尚不完备,数值方法起着非常重要甚至是不可替代的作用。数值方法在非线性振动中的突出作用是发现新现象,这已成为非线性振动现代发展的突出特点。数值方法还可以补充理论研究结果,使一些理论结果定量化,或揭示有关条件不成立时可能发生的情况。数值方法得到的直观的结果可为理论研究提供启示,激发灵感。此外,数值方法还具有检验理论结果的作用,在非线性振动问题研究中,数值计算和实验验证往往是理论分析的最终检验。

需要指出的是,数值研究只能在有限精度下进行。即使不考虑建立模型本身的误差,数值方法在应用过程中也不可避免地存在截断误差和舍入误差。数值运算如积分求解非线性微分方程等极限过程都是强制性取有限项近似,因此存在截断误差。在计算机中无限多位的实数是通过有限位的截尾数来近似的,因此存在舍入误差。截断误差和舍入误差对计算结果的影响称为计算机噪声。在数值研究过程中,计算机噪声通常可以通过改变计算精度、积分步长和计算方法加以考察。因此,对于数值计算结果的真实性的必须仔细分析,在可能条件下,必须结合理论和实验研究进行检验和诠释。

§ 0.3 非线性振动的发展简史

人类对振动现象的了解和利用有着漫长的历史,远古时期的先民已有利用振动发声的各种乐器。在我国,早在战国时期成书的《庄子》就已明确记载了共振现象。现代物理科学的奠基人伽里略(G. Galilei)对振动问题进行了开创性的研究。他发现了单摆的等时性并利用他的自由落体公式计算单摆周期。在17世纪,惠更斯(C. Huygens)注意到单摆大幅摆动对等时性的偏离以及两只频率接近时钟的同步现象,是对非线性振动现象的最早记载。

严格的非线性振动的理论研究开始于19世纪后期,由庞加莱(H. Poincaré)奠定了理论基础。他开辟了振动问题研究的一个全新方向,即定性理论。在1881年至1886年的一系列论文中,庞加莱讨论了二阶系统奇点的分类,引入了极限环概念并建立了极限环的存在判据,定义了奇点和极限环的指数;此外还研究了分岔问题。定性理论的一个特殊而重