

中学数学基础

ZHONGXUE SHUXUE JICHU

$$y=f(x)$$



公式和数表

胡显承 钱文侠 梁绍鸿

米道生 孟广烈

编

人民教育出版社

内 容 提 要

这套《中学数学基础》目前包括《代数》(上、下册)、《几何》、《三角》、《解析几何》、《公式和数表》,以及前五册的习题解答各一本,这套丛书是在一九七五年出版的一套《初等数学》的基础上编写的。其中代数、几何、三角是重新编写的;解析几何是在原书的基础上,对部分内容进行了修改,增加了习题数量;公式和数表只改正了原书中的错误。这套丛书加强了基本理论的内容;增加了习题数量;引入了一些近代数学的初步知识。

《公式和数表》这一册汇集了《中学数学基础》的部分公式和常用的数表。

这套《中学数学基础》可供广大青年自学之用,也可供中小学教师阅读和参考。

公 式 和 数 表

胡显承、钱文侠

梁绍鸿、米道生、孟广烈等编

*

人民教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

北京新华印刷厂印装

*

开本 787×1092 1/32 印张 2.75 字数 30,000

1980年5月第1版 1983年12月第8次印刷

印数 2,180,001—2,630,000

书号 7012·0126 定价 0.22 元

目 录

I 公 式

代数	1	二、三角函数的定义	14
一、乘法和因式分解	1	三、基本关系	15
二、比例	1	四、诱导公式	15
三、一元二次方程	2	五、特殊角的三角函数值	15
四、不等式	3	六、和差角公式	16
五、指数	3	七、倍角公式	16
六、对数	4	八、半角公式	16
七、复数	5	九、和差与积的关系	17
八、行列式	6	十、三角形的边角关系	17
九、线性方程组的解	7	解析几何	18
十、数列	8	一、两个基本问题	18
十一、排列组合和二项式定理	9	二、直线的斜率 k	18
十二、平面向量	10	三、直线的方程	19
几何	11	四、直线问题	19
一、平面图形	11	五、二次曲线	20
二、立体图形	12	六、坐标变换	21
三角	14	七、参数方程	22
一、弧度和度的关系	14	八、极坐标	23

II 数 表

一、常数表	25	十二、正弦对数和余弦对数表	68
二、平方表	26	十三、正切对数和余切对数表	73
三、平方根表	29	十四、指数函数 e^x 表	80
四、立方表	34	十五、指数函数 e^{-x} 表	81
五、立方根表	40	十六、度、分、秒化弧度表	82
六、阶乘数表	47	十七、弧度化度、分、秒表	83
七、倒数表	48	十八、等分圆周表	84
八、正弦和余弦表	52	十九、常用计量单位表	85
九、正切和余切表	55	附 拉丁字母和希腊字母	88
十、常用对数表	60	数学符号	89
十一、反对数表	64		

I 公 式

代 数

一、乘法和因式分解

1. $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
2. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
3. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
4. $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
5. $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
6. $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
7. $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$
8. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
9. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
10. $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$
11. n 是偶数时,

$$a^n - b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} - b^{n-1})$$
12. n 是奇数时,

$$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$$

二、比 例

1. 设 $a:b=c:d$, 即 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (a, b, c, d 全不为零), 则

$$(1) ad = bc \quad (\text{内项积等于外项积})$$

$$(2) b:a=d:c$$

37778

$$(3) a:c=b:d$$

$$(4) \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \quad (\text{合比})$$

$$(5) \frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \quad (\text{分比})$$

$$(6) \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d} \quad (\text{合分比})$$

2. 设 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$, 则

$$\frac{a}{b} = \frac{a+c+e}{b+d+f} \quad (\text{等比})$$

3. 如果 y 和 x 成正比(可以写成 $y \propto x$), 那么

$$\frac{y}{x} = k \text{ 或 } y = kx \quad (k \text{ 是比例常数})$$

4. 如果 y 和 x 成反比(可以写成 $y \propto \frac{1}{x}$), 那么

$$y: \frac{1}{x} = k \text{ 或 } xy = k \quad (k \text{ 是比例常数})$$

三、一元二次方程

1. 一般形式 $ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$

2. 根的公式

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

3. 根和系数的关系

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

4. 判别式 $b^2 - 4ac > 0$ 二实根不等

$$b^2 - 4ac = 0 \quad \text{二实根相等}$$

$$b^2 - 4ac < 0 \quad \text{二虚根共轭}$$

四、不 等 式

1. 基本性质

(1) 如果 $a > b$, 那么 $a \pm c > b \pm c$.

(2) 如果 $a > b, c > 0$, 那么 $ac > bc$, $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$.

(3) 如果 $a > b, c < 0$, 那么 $ac < bc$, $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$.

(4) 如果 $a > b > 0, n$ 是正整数, 那么 $a^n > b^n$, $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$.

2. 绝对值

(1) $|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$

(2) $|ab| = |a| \cdot |b|, \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$

3. 绝对值不等式

(1) $|A+B| \leq |A| + |B|$

(2) $|A-B| \leq |A| + |B|$

(3) $|A-B| \geq |A| - |B|$

(4) $-|A| \leq A \leq |A|$

4. 如果 a, b 都大于零, 那么 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.

即, 两个正数的算术平均数不小于它们的几何平均数, 等式当 $a=b$ 时成立.

五、指 数

1. 定义

$a^n = a \cdot a \cdots a$ (n 个 a) $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} (a > 0)$

$a^0 = 1 (a \neq 0)$ $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} (a > 0)$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n} (a \neq 0)$ 其中 m, n 是正整数.

2. 规则

$$a^\alpha \cdot a^\beta = a^{\alpha+\beta} \quad \frac{a^\alpha}{a^\beta} = a^{\alpha-\beta} \quad (a^\alpha)^\beta = a^{\alpha\beta}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^\alpha = \frac{a^\alpha}{b^\alpha} \quad (ab)^\alpha = a^\alpha b^\alpha$$

其中 a, b 是正实数, α, β 是任意实数.

六、对 数

1. 定义 如果 $a^x = N (a > 0, a \neq 1)$, 那么 x 叫做 N (真数) 的以 a 为底的对数, 记作 $x = \log_a N$.

2. 恒等式 $a^{\log_a N} = N$

3. 性质

$$(1) \log_a 1 = 0$$

$$(2) \log_a a = 1$$

4. 公式

$$(1) \log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$$

$$(2) \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$$

$$(3) \log_a M^n = n \log_a M$$

$$(4) \log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M$$

5. 换底公式 $\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$

$$(1) \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$(2) \lg M = \frac{\ln M}{\ln 10} \approx 0.4343 \ln M$$

$$(3) \ln M = \frac{\lg M}{\lg e} \approx 2.3026 \lg M$$

七、复数

1. 虚数单位的乘方

$$i = \sqrt{-1}, \quad i^2 = -1, \quad i^3 = -i, \quad i^4 = 1$$

$$i^{4n+1} = i, \quad i^{4n+2} = -1, \quad i^{4n+3} = -i, \quad i^{4n} = 1$$

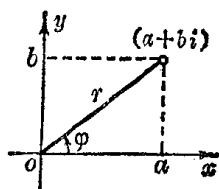
2. 复数的三种表示式及其相互关系

代数式 $Z = a + bi$

三角式 $Z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$

指数式 $Z = r e^{i\varphi}$

$$\begin{cases} a = r \cos \varphi \\ b = r \sin \varphi \end{cases} \quad \begin{cases} r = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a} \end{cases}$$



3. 复数的运算

(1) 代数式

$$(a+bi) \pm (c+di) = (a \pm c) + (b \pm d)i$$

$$(a+bi)(c+di) = (ac-bd) + (bc+ad)i$$

$$(a+bi) \div (c+di) = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$$

(2) 三角式和指数式

设 $Z_1 = R(\cos \alpha + i \sin \alpha) = R e^{i\alpha}$

$$Z_2 = r(\cos \beta + i \sin \beta) = r e^{i\beta}$$

则 $Z_1 \cdot Z_2 = Rr[\cos(\alpha+\beta) + i \sin(\alpha+\beta)] = Rr e^{i(\alpha+\beta)}$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{R}{r}[\cos(\alpha-\beta) + i \sin(\alpha-\beta)] = \frac{R}{r} e^{i(\alpha-\beta)}$$

$$Z_1^n = R^n(\cos n\alpha + i \sin n\alpha) = R^n e^{in\alpha}$$

$$Z_1^{\frac{1}{n}} = R^{\frac{1}{n}} \left[\cos \frac{\alpha + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\alpha + 2k\pi}{n} \right]$$

$$= R^{\frac{1}{n}} e^{i \frac{\alpha + 2k\pi}{n}}$$

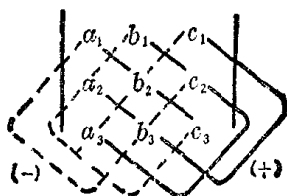
$$k=0, 1, 2, \dots, n-1.$$

八、行 列 式

1. 二阶行列式 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$

2. 三阶行列式

(1) 对角线展开 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - a_1 b_3 c_2 - a_2 b_1 c_3 - a_3 b_2 c_1$



(2) 降阶展开(适用于高阶行列式)

如按第一列展开:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

3. 行列式的性质

$$\begin{aligned} (1) \quad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_1 & c_1 & b_1 \\ a_2 & c_2 & b_2 \\ a_3 & c_3 & b_3 \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{k} \begin{vmatrix} ka_1 & b_1 & c_1 \\ ka_2 & b_2 & c_2 \\ ka_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 + kb_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 + kb_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 + kb_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \end{aligned}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 0 & b_1 & c_1 \\ 0 & b_2 & c_2 \\ 0 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0, \begin{vmatrix} b_1 & b_1 & c_1 \\ b_2 & b_2 & c_2 \\ b_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0, \begin{vmatrix} kb_1 & b_1 & c_1 \\ kb_2 & b_2 & c_2 \\ kb_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$$

$$(3) \begin{vmatrix} a_1 + a'_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 + a'_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 + a'_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} a'_1 & b_1 & c_1 \\ a'_2 & b_2 & c_2 \\ a'_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

行列式的这些性质, 适用于任意阶行列式.

九、线性方程组的解

1. 二元线性方程组

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases} \quad x = \frac{D_x}{D}, y = \frac{D_y}{D} (D \neq 0)$$

$$\text{其中 } D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, D_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

2. 三元线性方程组

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases} \quad x = \frac{D_x}{D}, y = \frac{D_y}{D}, z = \frac{D_z}{D} (D \neq 0)$$

$$\text{其中 } D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, D_x = \begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix},$$

$$D_y = \begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}, D_z = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}$$

多元线性方程组解的公式和二元、三元的类似.

十、数 列*

1. 等差数列 设首项为 a_1 , 公差为 d , 则有

$$a_1, a_1+d, a_1+2d, \dots, a_1+(n-1)d, \dots$$

(1) 通项公式 $a_n = a_1 + (n-1)d$

(2) 前 n 项的和 $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

2. 等比数列 设首项为 a_1 , 公比为 r , 则有

$$a_1, a_1r, a_1r^2, \dots, a_1r^{n-1}, \dots$$

(1) 通项公式 $a_n = a_1r^{n-1}$

(2) 前 n 项的和 $S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1}$

$$S_n = \frac{a_1 - a_nr}{1-r} \quad (r \neq 1)$$

3. 其他数列前 n 项的和

(1) $\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

(2) $\sum_{k=1}^n (2k-1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$

(3) $\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

* 数列的和式叫级数, 如

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots$$

就是一个级数.

$$(4) \sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 = \left[\sum_{k=1}^n k \right]^2$$

$$(5) \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

十一、排列组合和二项式定理

1. 选排列 m 个元素中取 n 个的排列种数

$$A_m^n = m(m-1)(m-2)\dots[m-(n-1)] = \frac{m!}{(m-n)!}$$

2. 全排列 m 个元素的排列种数

$$\begin{aligned} P_m = A_m^m &= m(m-1)(m-2)\dots 3 \cdot 2 \cdot 1 \\ &= 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m-2)(m-1)m = m! \end{aligned}$$

3. 组合 m 个元素中取 n 个的组合种数

$$\begin{aligned} C_m^n &= \frac{A_m^n}{P_n} = \frac{m(m-1)(m-2)\dots[m-(n-1)]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n} \\ &= \frac{m!}{(m-n)! n!} \end{aligned}$$

4. 组合的性质 $C_m^n = C_m^{m-n}$, $C_{m+1}^n = C_m^{n-1} + C_m^n$

5. 二项式定理

$$\begin{aligned} (1) \quad (x+a)^n &= x^n + C_n^1 a x^{n-1} + C_n^2 a^2 x^{n-2} + \dots + C_n^k a^k x^{n-k} \\ &\quad + \dots + C_n^{n-1} a^{n-1} x + a^n \\ &= x^n + n a x^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2!} a^2 x^{n-2} + \dots \\ &\quad + \frac{n(n-1)\dots(n-k+1)}{k!} a^k x^{n-k} \\ &\quad + \dots + n a^{n-1} x + a^n \end{aligned}$$

通项公式 第 $k+1$ 项 $T_{k+1} = C_n^k a^k x^{n-k}$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad (x-a)^n &= x^n - C_n^1 a x^{n-1} + C_n^2 a^2 x^{n-2} - \dots \\
 &\quad + (-1)^k C_n^k a^k x^{n-k} + \dots \\
 &\quad + (-1)^{n-1} C_n^{n-1} a^{n-1} x + (-1)^n a^n
 \end{aligned}$$

通项公式 第 $k+1$ 项 $T_{k+1} = (-1)^k C_n^k a^k x^{n-k}$

6. 二项式系数表

$(a+b)^1$	1	1									
$(a+b)^2$	1	2	1								
$(a+b)^3$	1	3	3	1							
$(a+b)^4$	1	4	6	4	1						
$(a+b)^5$	1	5	10	10	5	1					
$(a+b)^6$	1	6	15	20	15	6	1				
$(a+b)^7$	1	7	21	35	35	21	7	1			
$(a+b)^8$	1	8	28	56	70	56	28	8	1		
$(a+b)^9$	1	9	36	84	126	126	84	36	9	1	
$(a+b)^{10}$	1	10	45	120	210	252	210	120	45	10	1

.....

十二、平面向量

平面向量 $\vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j}$

$\vec{b} = b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j}$

其中 $\vec{i}, \vec{j}$ 为坐标单位向量,

a_1, a_2 为向量 $\vec{a}$ 的投影.

1. 向量 $\vec{a}$ 的模 $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$

2. 向量的加减

$$\vec{a} \pm \vec{b} = (a_1 \pm b_1) \vec{i} + (a_2 \pm b_2) \vec{j}$$

3. 数乘向量

$$\alpha \vec{a} = \alpha a_1 \vec{i} + \alpha a_2 \vec{j}$$

几 何

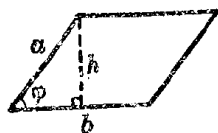
一、平面图形

设面积为 S .

1. 四边形

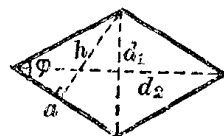
(1) 平行四边形

$$S = bh = ab \sin \varphi$$



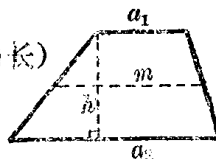
(2) 菱形

$$S = ah = a^2 \sin \varphi = \frac{1}{2} d_1 d_2$$



(3) 梯形

$$S = \frac{a_1 + a_2}{2} h = mh \quad (m \text{ 是中位线的长})$$



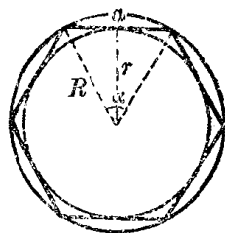
2. 正多边形

设 a = 边长

R = 外接圆半径

r = 内切圆半径

α = 圆心角 $\left(\alpha = \frac{360^\circ}{n} \right)$



(1) 正三角形

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2, \quad a = \sqrt{3} R = 2\sqrt{3} r$$

(2) 正六边形

$$S = \frac{3}{2} \sqrt{3} a^2, \quad a = R = \frac{2}{3} \sqrt{3} r$$

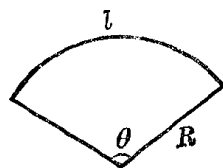
(3) 正 n 边形

$$S = \frac{1}{2} n R^2 \sin \alpha = n r^2 \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}, \quad \alpha = 2R \sin \frac{\alpha}{2} = 2r \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$$

3. 扇形

(1) 面积 $S = \frac{1}{2} R l = \frac{1}{2} R^2 \theta$

(2) 弧长 $l = R\theta$ (θ 单位是弧度)



4. 弓形

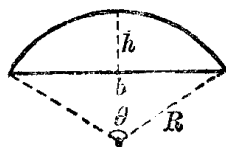
(1) 弦长 $b = 2R \sin \frac{\theta}{2}$

(2) 圆半径 $R = \frac{b^2 + 4h^2}{8h}$

(3) 圆心角 $\operatorname{tg} \frac{\theta}{4} = \frac{2h}{b}$

(4) 弓形高 $h = 2R \sin^2 \frac{\theta}{4} = \frac{1}{2} b \operatorname{tg} \frac{\theta}{4}$

(5) 弓形面积 $S = \frac{1}{2} R^2 \theta - \frac{1}{2} b \sqrt{R^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}$



二、立体图形

1. 圆柱

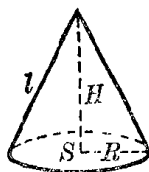
设 R = 底半径, H = 柱高, 则

侧面积 $= 2\pi R H$, 全面积 $= 2\pi R (R + H)$, 体积 $= \pi R^2 H$

2. 圆锥 ($l = \sqrt{R^2 + H^2}$)

侧面积 $= \pi R l$, 全面积 $= \pi R (R + l)$

体积 $= \frac{1}{3} S H = \frac{1}{3} \pi R^2 H$ (S 为底面积)



3. 圆台 ($l = \sqrt{H^2 + (R_2 - R_1)^2}$)

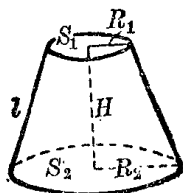
$$\text{侧面积} = \pi l (R_1 + R_2)$$

$$\text{全面积} = \pi [R_1^2 + R_2^2 + l (R_1 + R_2)]$$

$$\text{体积} = \frac{H}{3} (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})$$

$$= \frac{1}{3} \pi H (R_1^2 + R_2^2 + R_1 R_2)$$

(S_1 和 S_2 分别为上、下底的面积)



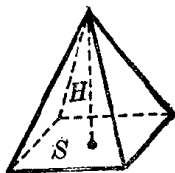
4. 棱柱

设 l = 底周长, S = 底面积, H = 柱高, 则

$$\text{侧面积} = lH, \text{全面积} = 2S + lH, \text{体积} = SH$$

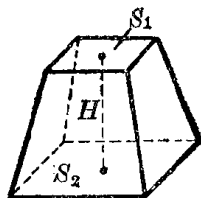
5. 棱锥

$$\text{体积} = \frac{1}{3} SH$$



6. 棱台

$$\text{体积} = \frac{1}{3} H (S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2})$$



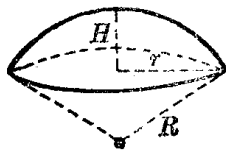
7. 球 设 R = 球半径, 则

$$\text{面积} = 4\pi R^2, \text{体积} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

8. 球冠

$$\text{面积} = 2\pi RH = \pi (r^2 + H^2)$$

(不包括底面积)



9. 球缺

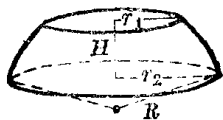
$$\text{体积} = \pi H^2 \left(R - \frac{H}{3} \right) = \frac{\pi H}{6} (H^2 + 3r^2)$$

10. 球台

$$\text{侧面积} = 2\pi RH$$

$$\text{全面积} = \pi (2RH + r_1^2 + r_2^2)$$

$$\text{体积} = \frac{1}{6} \pi H [3(r_1^2 + r_2^2) + H^2]$$





角

一、弧度和度的关系

$$1. 1^\circ = 60', 1' = 60''$$

$$2. 1^\circ = 0.017\ 453\ 293\ \text{弧度}$$

$$1' = 0.000\ 290\ 888\ \text{弧度}$$

$$1'' = 0.000\ 004\ 848\ 1\ \text{弧度}$$

$$3. 1\ \text{弧度} = \frac{180^\circ}{\pi} = 57^\circ 17' 44.806'' = 57.295\ 779\ 5^\circ$$

二、三角函数的定义

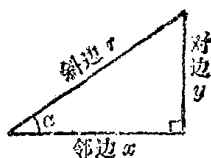
1. 锐角三角函数的定义

$$\text{正弦} \quad \sin \alpha = \frac{\text{对边}}{\text{斜边}} = \frac{y}{r}$$

$$\text{余弦} \quad \cos \alpha = \frac{\text{邻边}}{\text{斜边}} = \frac{x}{r}$$

$$\text{正切} \quad \tan \alpha = \frac{\text{对边}}{\text{邻边}} = \frac{y}{x}$$

$$\text{余切} \quad \cot \alpha = \frac{\text{邻边}}{\text{对边}} = \frac{x}{y}$$



$$\text{正割} \quad \sec \alpha = \frac{\text{斜边}}{\text{邻边}} = \frac{r}{x}$$

$$\text{余割} \quad \csc \alpha = \frac{\text{斜边}}{\text{对边}} = \frac{r}{y}$$

2. 任意角三角函数的定义

设 $OA = r$, OA 和 x 轴的夹角为 α ,
 A 点的坐标为 (x, y) , 则

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}, \quad \tan \alpha = \frac{y}{x}, \quad \sec \alpha = \frac{r}{x},$$

$$\cos \alpha = \frac{x}{r}, \quad \cot \alpha = \frac{x}{y}, \quad \csc \alpha = \frac{r}{y}.$$

