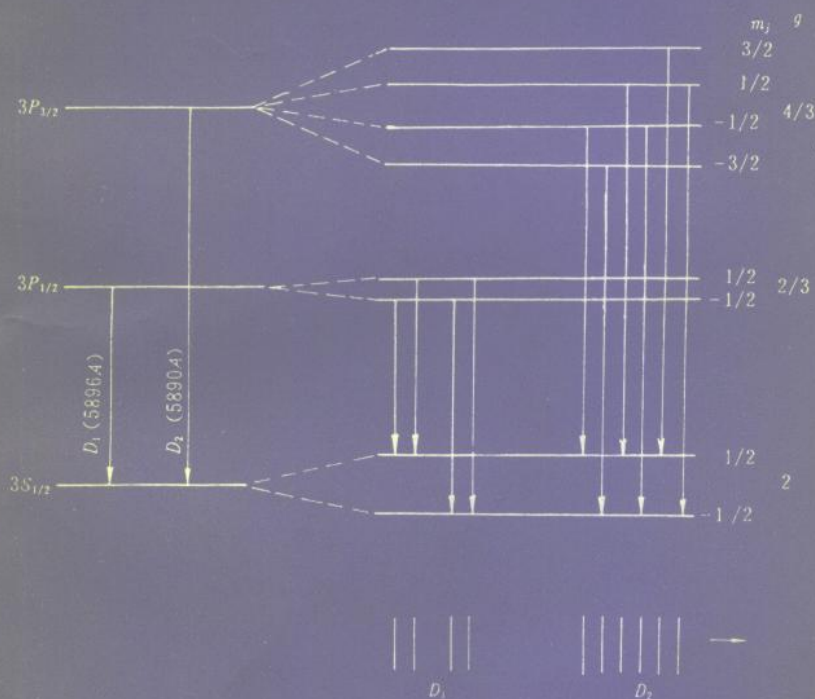


● 全国高等教育自学考试指
导委员会物理专业委员会

建议试用教材

● 量子力学

● 钱伯初 编著



电子工业出版社

全国高等教育自学考试指导委员会 建议试用教材
物理专业委员会

量子力学

钱伯初 编著

电子工业出版社

(京)新登字 055 号

内 容 提 要

本书是为参加高等教育自学考试的考生编写的自学教材。《量子力学》主要内容分为绪论、波函数和薛定谔方程、基本原理、表象理论、中心力场、定态微扰论与变分法、自旋、散射理论、量子跃迁、多粒子体系等十章和四个附录以及习题答案。

《理论物理自学丛书》编委会

主 编 喀兴林 章立源 蔡伯濂
编 委 卢圣治 宋玉升 吴 哲 郑锡琰
胡 静 钱平凯 钱伯初 徐世良
梁昆淼 彭宏安 惠和兴 管 靖
(按姓氏笔划为序)

学术秘书 惠和兴

量 子 力 学

钱伯初 编著

责任编辑: 宋玉升

电子工业出版社出版(北京市万寿路)

电子工业出版社发行 各地新华书店经销

中国科学院印刷厂印刷

开本: 850×1168 毫米 1/32印张: 13.125 字数: 340千字

1993年3月第1版 1993年3月第1次印刷

印数: 4000 册 定价: 6.20 元

ISBN 7-5053-1934-5/G·162

自学高考物理专业委员会

致 读 者

高等教育自学考试物理专业本科阶段设有理论力学、热力学与统计物理学、电动力学、量子力学以及数学物理方法等课程。这些课程理论要求较高，全日制高校的学生学习起来，也是不轻松的。对这些课程，国内已先后出版了许多很好的教科书，但这些教科书都是与系统讲授并辅之以其他辅助教学环节这种教学方式相适应的，对自学不尽合用。自学高考的考生及有志于提高自己物理素养的各方面读者，切望有一套与现有教材相比有不同特点的、比较适合于自学的理论物理自学教材供他们使用。值得高兴的是，许多高校有经验的教师、专家和出版社都热情支持理论物理自学教材的出版工作。课程的自学考试大纲只规定了每门课程的自学和考试的要求，不同的作者根据大纲编写的教材，还能反映作者对课程内容的理解和体会，还有自己的讲述方式和自己的特色。我们认为，发动社会力量编写和出版符合大纲要求的，不同风格的理论物理自学教材供读者选用，无疑是有益的。电子工业出版社组织的这套《理论物理自学丛书》将是最早出版的一套，《丛书》的内容符合自学考试大纲的要求，并力求适应自学的特点。

物理专业委员会将这套《理论物理自学丛书》作为自学考试“建议试用”教材之一，愿这套自学丛书对自学考试、成人教育，对工程技术人员和全日制高校的教师和学生都有裨益。

全国高等教育自学考试指
导委员会物理专业委员会

一九八八年四月

前 言

当前,在全国范围内,学习先进自然科学和先进技术科学的热潮正在高涨。这套《理论物理自学丛书》就是为适应广大读者自学的需要而编写的。

理论物理学不仅是物理学的精华,也是很多自然科学如化学、生物学、天文学和地质学等的理论基础。同时理论物理学又是现代许多技术科学如电子学、材料科学、半导体技术和激光技术等的基础。为了学习物理学本身,为了学习有关的自然科学和技术科学,都必须首先掌握一定数量的理论物理学的知识。我们充分认识到当前理论物理学的重要地位,所以我们首先给各界读者提供这套《理论物理自学丛书》。

《理论物理自学丛书》主要是为各界自学读者编写的。它的读者对象有三个方面:第一是需要知识更新的实验物理学工作者和广大物理教师,第二是为了掌握本门学科的现代知识而要求学习理论物理的生物学、化学工作者和技术科学工作者,第三是有志于自学成材的广大青年。这套丛书的取材内容大体上相当于综合性大学物理专业的理论物理课程,包括了全国高等教育自学考试指导委员会物理专业委员会颁布的理论物理课程考试大纲的全部内容。《丛书》的编写方法则尽量适应自学的特点。因此我们想,这样一套《丛书》对广大在校学生也可能有所裨益。

《理论物理自学丛书》一共十本,包括理论物理中的四门课程即“理论力学”,“热力学与统计物理学”,“电动力学”和“量子力学”,以及一门数学课程“数学物理方法”,每门课程有一本课本和一本自学指导书。

每门课程的课本是一本完整的和系统的教材。它的内容大体上与综合性大学或师范院校的相应课程内容相同,属于理科教材

• v •

的性质。我们说适应其他自然科学和技术科学的需要,主要是向这些方面的读者提供他们所需要的理论物理的基础知识,并不涉及这些学科本身的内容。为适应自学的特点,我们力求把课本写得活泼一些,如概念的讲解比较细致周到,对重点和难点部分给予更多的注意,对学习方法加以一定的引导,附有一定数量的例题和习题,有些重要的预备知识以附录的形式给出等等。我们希望在课本中适当地写进一些通常教材中不写而在课堂上要讲的内容。

自学指导书则对于课本的自学给予更为具体的指导。如果说课本中应该突出学科的主线,不宜用过多的题外话去打断思路的发展的话,那么自学指导书就不受这个限制。在自学指导书中可以对重点和难点内容给以更多的讲解。对自学方法给以更多的指导,可以用思考题等形式讨论一些疑难问题,可以给出更多的例题和习题,对解题的方法和思路给以更多的指导和训练,也可以给出一些学习中需要的补充材料等等。此外我们还希望自学指导书能适当地具有一定的相对独立性,使利用其他教材作为自学课本的读者,也能从这套自学指导书中得到一定的收获。

学习理论物理学的起点本来应该是学过大学本科物理专业的高等数学和普通物理课程(即力学,分子物理和热学,电磁学,光学和原子物理学)。为适应自学读者的情况,我们把这套《理论物理自学丛书》的起点略为放低一些。我们希望学过工科的高等数学(例如樊映川的书)和工科的普通物理(例如程守洙和江之永的书)的读者也能开始自学这套丛书。为此我们在课本和自学指导书的编写上都作了一些安排,以便使更多的读者能够通过自学掌握理论物理的内容。当然,这也要求读者付出更大的努力和作出一些适当的安排(例如承认某些预备知识中的结论和公式,对课本中的一些内容降低一点要求等等)。

我国实行高等教育自学考试制度,全国高等教育自学考试委员会物理专业委员会已于1984年正式成立,物理专业的考试已经开始,特别是已对具有专科学历的读者已开始本科证书的考试(本

丛书中的五门课是这一考试的主要内容)。我们希望自学这套《丛书》的读者踊跃参加单科或系统的考试,取得合格证书。也希望那些具有专科学历的读者和已取得专科合格证书的读者再接再厉,接着自学这套丛书,争取取得本科毕业的资格。

祝大家自学成功!

喀兴林

1988 年 1 月

序

编写本书的直接目的是为参加全国高等教育自学考试的考生提供一本便于自学的量子力学教材。为了照顾各方面读者的需要,本书内容已稍为扩大,可以作为高等师范院校和综合大学物理类专业量子力学课程的教材或参考书使用。作者希望本书对于广大科技人员和教师也有所裨益。

八十年代,国内许多高等院校都在量子力学课程之后又开设了本科生或研究生的“高等量子力学”课程。虽然很难在“量子力学”与“高等量子力学”之间作出严格的划分,但是多数院校对这两门课程的内容实际上是掌握着一条相当统一的分界线的。本书的编写深度大致也以此为标准,诸如相对论量子力学,路径积分,散射矩阵,CG系数的系统理论,某些涉及群论的内容,等等,都一律割爱。当然,这些内容与自学考试大纲都毫无关系。

根据作者讲授量子力学课程的多年经验,要掌握量子力学,首先要对基本概念、基本原理有全面的、融汇贯通的理解,并能通过若干典型问题来印证和巩固对基本概念和原理的理解。为此,本书叙述基本原理和典型定态问题比较详细,所用篇幅较多,希望有助于读者掌握这些内容。

编写本书时,对于有关的实验及史实,一般不作详细叙述,因为它们都可以在光学、原子物理学等教材中读到。按照我国已经实行多年的教学计划,在学习量子力学课程以前必定已经学习过这些课程。

非物理类专业的读者自学理论物理课程,大概都会感到欠缺某些物理或数学预备知识。本书从两方面采取措施帮助读者减少困难。物理方面,尽量少搬用其它课程的非基本内容,而代之以简明直观的不需要预备知识的讲法;数学方面,希望书末的数学附录

能够帮助不熟悉相应内容的读者减少阅读本书的困难。对于曾在正规课程中学过这些数学知识的读者,希望这些附录能帮助他们掌握一些公式的简明推导方法。

初学量子力学的读者阅读本书时,希望能用 $2/3$ 时间学习前面五章,这是全书的重点。后五章的重点主要是第七章(自旋)。困难较多的读者,可以适当降低对第一、四、八章的要求。

单纯为了通过高等教育自学考试的目的而阅读本书时,可以略去标有 * 号的大部分章节,它们大多是超出自学考试大纲的。但是,这些章节在相当程度上是八十年代国内各校量子力学课程内容更新的反映,作者曾广泛地参与了这个内容更新过程,深感这些章节很重要,它们大多是值得一读的。

为了学好理论物理课程,多做习题是非常必要的。解题能力常被作为检验学习效果的主要标准。读者如能独立完成本书中半数以上习题,可以认为已经达到了自学考试大纲的要求。如果绝大部分习题都能独立解出,应付研究生入学考试应该确有把握。

喀兴林教授对于本书的编写提出了许多宝贵的建议,与作者进行过多次有益的讨论,并仔细审阅了全部书稿,对此作者深表感谢。趁本书出版之际,作者谨向全国高校量子力学研究会同仁致意。在八十年代研究会组织的一系列学术交流活动中,作者有机会与各校教师切磋讨论,得益非浅。由于水平所限,本书中错误或不当之处在所难免,请读者不吝指正。

作 者

1992 年秋于兰州大学

目 录

致读者	iv
前言	v
序	viii
第一章 绪论	1
§ 1.1 黑体辐射定律与普朗克常数	1
§ 1.2 光子	7
§ 1.3 玻尔的量子论	12
§ 1.4* 原子物理中的特征量	19
§ 1.5 德布罗意的“物质波”假设	25
习题	29
第二章 波函数和薛定谔方程	33
§ 2.1 薛定谔方程	33
§ 2.2 波函数的统计诠释	38
§ 2.3 定态	45
§ 2.4 一维平底势阱中的粒子	52
§ 2.5 一维谐振子	61
§ 2.6 势垒贯穿	69
习题	74
第三章 基本原理	78
§ 3.1 波函数和算符	78
§ 3.2 态叠加原理	83
§ 3.3 线性算符	84
§ 3.4 波函数的普遍物理诠释	90
§ 3.5 动量	97
§ 3.6 力学量算符的对易关系式	104
§ 3.7 两个力学量算符的共同本征态	108
§ 3.8 不确定关系	111

§ 3.9 状态和力学量随时间的变化	116
§ 3.10* 对称性和守恒定律	124
§ 3.11* 海尔曼—费曼定理和位力定理	132
习题	140
第四章 表象理论	144
§ 4.1 矢量空间	144
§ 4.2 量子力学公式的矩阵表示	156
§ 4.3* 坐标表象	167
§ 4.4* 动量表象	170
§ 4.5 能量表象	174
§ 4.6 一维谐振子(矩阵解法)	180
§ 4.7 角动量	181
习题	192
第五章 中心力场	195
§ 5.1 中心力场的一般概念	195
§ 5.2 自由粒子	202
§ 5.3* 球形势阱	206
§ 5.4 粒子在库仑场中的运动(束缚态)	210
§ 5.5* 二维中心力场	222
习题	224
第六章 定态微扰论与变分法	228
§ 6.1 非简并态微扰论	228
§ 6.2 简并态微扰论	232
§ 6.3 变分法	239
习题	243
第七章 自旋	246
§ 7.1 电子自旋	246
§ 7.2 电子的总角动量	253
§ 7.3 碱金属光谱的精细结构	259
§ 7.4 粒子在电磁场中的运动	261
§ 7.5 塞曼效应	266
§ 7.6* 磁共振	271
§ 7.7 两个角动量的耦合	275

习题	280
第八章 散射理论	284
§ 8.1 散射过程的一般描述	284
§ 8.2 分波法	288
§ 8.3* 低能散射	295
§ 8.4 玻恩近似	299
习题	311
第九章 量子跃迁	314
§ 9.1 与时间有关的微扰论	314
§ 9.2 几种典型跃迁	317
§ 9.3 光的吸收与受激辐射	322
§ 9.4 自发辐射	328
§ 9.5 激光原理	333
§ 9.6* 能量-时间不确定关系	336
习题	338
第十章 多粒子体系	341
§ 10.1 二粒子体系	341
§ 10.2 全同粒子体系	345
§ 10.3 氦原子	349
§ 10.4 氢分子	356
§ 10.5 化学键	363
§ 10.6 双原子分子的振动和转动	366
习题	369
附录 1 δ 函数和傅里叶变换	373
附录 2 厄米多项式	377
附录 3 轨道角动量算符	380
附录 4 球谐函数	382
物理常数表	391
习题答案	393
主要参考书目	408

第一章 绪 论

量子力学是二十世纪物理学最重要的发展,它和相对论一起,构成近代物理学的主要理论基础。

本章将扼要叙述量子力学诞生前早期量子论的要点,为系统叙述量子力学原理做些概念上的准备。有关的史实及实验详情大都在《原子物理学》课程中讲过,我们尽量从简,而将叙述的重点放在某些理论概念上。

§ 1.1 黑体辐射定律与普朗克常数

在各种温度下,任何物体都能辐射出电磁波,同时也能吸收外界射来的电磁波。所谓黑体是指吸收本领最大的物体,它能全部吸收射到它表面上的电磁波。用热力学理论可以证明,黑体的热辐射本领也大于其它物体。空腔表面的小孔就是一种理想的黑体模型。

1884年,黑体热辐射的实验测量确定了著名的斯特藩(J. Stefan)四次方定律

$$J_{\epsilon} = \sigma T^4 \quad (1)$$

J_{ϵ} 为热辐射能流量(单位时间内单位表面积辐射出的电磁波能量), T 为黑体的绝对温度, σ 为普适常数(Stefan 常数),它与构成黑体的材料性质无关,其值为

$$\begin{aligned} \sigma &= 5.6696 \times 10^{-8} \text{Wm}^{-2}\text{K}^{-4} \\ &= 5.6696 \times 10^{-5} \text{erg} \cdot \text{s}^{-1} \text{cm}^{-2} \text{K}^{-4} \end{aligned}$$

图 1-1 是黑体热辐射示意图。将空腔加热至温度 T , 这时腔内电磁场具有稳定的能量分布(各种频率的电磁波), 经由小孔 ΔS

射出的能流可用仪器测出。如以 u 表示腔内电磁场能量密度(单位体积内电磁波能量), c 表示光速, 则单位时间内经由 ΔS 沿 $d\Omega$ 方向射出的能量为

$$\Delta S \cdot \cos\theta \cdot c u d\Omega / 4\pi$$

经由 ΔS 射出的总能流通量为

$$\begin{aligned} J_n \Delta S &= \int_{\theta \leq \pi/2} \Delta S \cos\theta c u d\Omega / 4\pi \\ &= \Delta S c u \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi/2} \cos\theta \sin\theta d\theta \\ &= \frac{1}{4} c u \Delta S \end{aligned}$$

因此

$$u = \frac{4}{c} J_n = \frac{4\sigma}{c} T^4 \quad (2)$$

热辐射电磁场的能量密度与温度 4 次方成正比。注意比例系数为普适常数。

实验还可以测量出热辐射能量的频率分布。电磁波的波长 λ 与频率 ν 及角频率 $\omega = 2\pi\nu$ 间有关系

$$c = \lambda\nu = \lambda\omega/2\pi \quad (3)$$

如以 $\rho(\omega)d\omega$ 表示单位体积腔内角频率在 $(\omega, \omega + d\omega)$ 间的电磁波能量, 则能量密度 u 按 ω 的分布可以表示成

$$u = \int_0^{\infty} \rho(\omega) d\omega \quad (4)$$

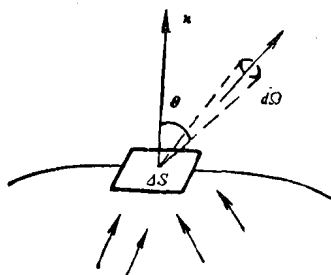


图 1-1

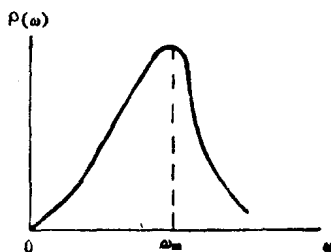


图 1-2

实验测得各种温度下 ρ 的频率分布曲线如图1-2所示。在长波部分($\omega \rightarrow 0$) $\rho(\omega) \propto \omega^2 T$; 在短波部分($\omega \rightarrow \infty$) $\rho(\omega)$ 随 ω 之增大而迅速减小。对于每一种温度, $\rho(\omega)$ 都存在一个极大值, 相应的角频率 ω_m 和温度 T 成正比, 相应的波长($\lambda_m = 2\pi c/\omega_m$)和温度 T 成反比,

$$T\lambda_m = 0.51 \text{ K} \cdot \text{cm}$$

这规律称为维恩(W. Wein)位移定律。注意(5)式中的实验常数也是普适常数。

黑体辐射定律的发现引起了物理学界的极大关注, 吸引了许多著名学者对它进行深入的理论探讨。当时经典物理学(牛顿力学, 电磁学, 热力学和经典统计物理是其主要内容)已经日臻成熟, 权威物理学家大都相信经典物理学能够解释各类物理现象, 黑体辐射定律应该也不例外。然而, 冷酷的事实却是, 企图在经典物理的理论框架内解释黑体辐射定律的努力, 都在不同程度上遭到失败。其中最有成效的是瑞利和金斯(Rayleigh-Jeans)的研究。金斯利用波动理论, 准确求得单位体积内($\omega, \omega + d\omega$)范围内电磁振动模式总数, 它等于

$$\omega^2 d\omega / \pi^2 c^3 \quad (6)$$

每一种电磁振动模式相当于一个简谐振子, 在温度 T 下应该具有某种能量。按照经典统计物理的“能量均分定理”, 温度 T 下简谐振子应该具有平均能量 kT (k 是玻耳兹曼常数)。瑞利将“能量均分定理”用于热平衡下的电磁场(即热辐射场), 从而得出结论: 单位体积内($\omega, \omega + d\omega$)范围内电磁振动能量应该是

$$\rho(\omega) d\omega = kT \omega^2 d\omega / \pi^2 c^3 \quad (7)$$

这称为瑞利-金斯公式。这个公式在长波部分和实验曲线符合得极好, 而在短波部分则和实验结果完全不符合。更为严重的是, (7)式对 ω 积分, 将导致 $\omega \rightarrow \infty$, 这个结论显然是错误的, 这就是历史上有名的“紫外发散困难”。

经历了许多失败, 终于使物理学界认识到, 为了解释黑体辐射定律, 光靠经典物理学是不行的, 必须有一个新的理论。这就是

1900年普朗克 (M. Planck) 提出的量子论。

普朗克量子论的核心是下述“量子假设”：频率为 ν 的电磁振动和原子、分子等物质发生能量转换时，能量不能连续变化，只能“量子”式地变化，每份“量子”为

$$\varepsilon = h\nu = \hbar\omega \quad (\hbar = h/2\pi) \quad (8)$$

其中 h 是普适常数(后人称之为普朗克常数)。在这假设下，普朗克利用热力学和统计物理理论，导出了著名的普朗克公式

$$\rho(\omega) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} / (e^{\hbar\omega/kT} - 1) \quad (9)$$

这个公式在各种温度下，全部频率范围内，均与实验曲线精确符合。历史上，普朗克导出(9)式的过程相当复杂，§ 9.4 将给出爱因斯坦对此式的简单证明。

普朗克的“量子假设”，是和经典物理的整套概念抵触的。按照经典物理学，一切物质的运动变化都是连续进行的，能量变化也是连续的，这正是导致热平衡下“能量均分定理”的前提条件。普朗克舍弃了“能量均分定理”，代之以“量子假设”，这在概念上是一次革命性的突破。从(9)式的结果看，由于能量的量子化，角频率为 ω 的每一种电磁振动模式在温度 T 下的平均能量不再取“能量均分定理”给出的 kT ，而是

$$\bar{E}_\omega = \hbar\omega / (e^{\hbar\omega/kT} - 1) \quad (9)$$

在长波部分， $\hbar\omega \ll kT$ ，上式给出 $\bar{E}_\omega \approx kT$ ，与能量均分定理的结论一致。在短波部分， $\hbar\omega \gg kT$ ，上式给出

$$\bar{E}_\omega \approx \hbar\omega e^{-\hbar\omega/kT} \ll kT$$

这意味着高频振动被“冻结”，很难获得能量，因此避免了“紫外发散困难”。当一种电磁振动模式(角频率 ω)具有能量 E_ω 时，相应的“量子”数目为 $n_\omega = E_\omega / \hbar\omega$ ，(9)式相当于“量子”数的平均值为

$$\bar{n}_\omega = 1 / (e^{\hbar\omega/kT} - 1) \quad (10)$$

当 $\hbar\omega \ll kT$ ， $\bar{n}_\omega \approx kT / \hbar\omega \gg 1$ ，电磁振动的能量变化近似于连

续变化,量子论的结果和经典物理结果一致。当 $\hbar\omega \geq kT$, $\bar{n}_\omega < 1$, 量子论的结果和经典物理结果有本质差别。

将(9)式代入(4)式,可以算出热辐射电磁场能量密度

$$u = \pi^2(kT)^4/15(\hbar c)^3 \quad (11)$$

这结果与 Stefan 定律一致。

普朗克的“量子假设”是与整个经典物理格格不入的,使许多习惯于经典物理思维模式的资深物理学家感到难以接受。普朗克本人就曾化了多年时间研究能否不要“量子假设”,而在经典物理的范围内导出(9)式。结论是不能。显然,这意味着黑体辐射现象的后面隐藏着一种新的物理规律,这就是今天所谓的量子力学规律。

在这里,我们将用量纲分析方法来证明黑体辐射定律决不可能在经典物理学的框架范围内得到解释。

物理学的发展历史表明,每一种基本物理规律,均伴有相应的普通常数。例如代表万有引力定律的普通常数是引力常数 G , 代表电磁规律和相对论的基本普通常数是光速 c , 代表统计物理规律的基本普通常数是玻耳兹曼常数 k , 等等。如果黑体辐射定律可由经典物理来解释,有关的理论将是电磁学和统计物理,则在辐射场能量密度 u 的构造式中,只能包含 c, k, T 。以 L, t, E, K 分别表示长度,时间,能量,温度的量纲,有关各量的量纲如下:

$$\begin{aligned} u &\text{---} EL^{-3}, c \text{---} Lt^{-1} \\ k &\text{---} EK^{-1}, kT \text{---} E \\ \sigma &\text{---} Et^{-1}L^{-2}K^{-1} \end{aligned}$$

从量纲关系看, u 显然不可能由 c, k, T 构成, σ (普通常数)不可能由 c, k 构成。根据(2)式,可以判断 $u \propto (kT)^4$, 而从 u, c 与长度的量纲关系看,可以设想 $u \propto c^{-3}$, 因此 $u \propto (kT)^4 c^{-3}$, 而 $u c^3 (kT)^{-4}$ 的量纲为 $(Et)^{-3}$ 。如果设想黑体辐射现象涉及一种新的(未知的)基本物理规律,相应的基本普通常数(记为 $\hbar$)量纲为 Et , 则 u 的构造式可以设想为

$$u = A(kT)^4(\hbar c)^{-3} \quad (12)$$