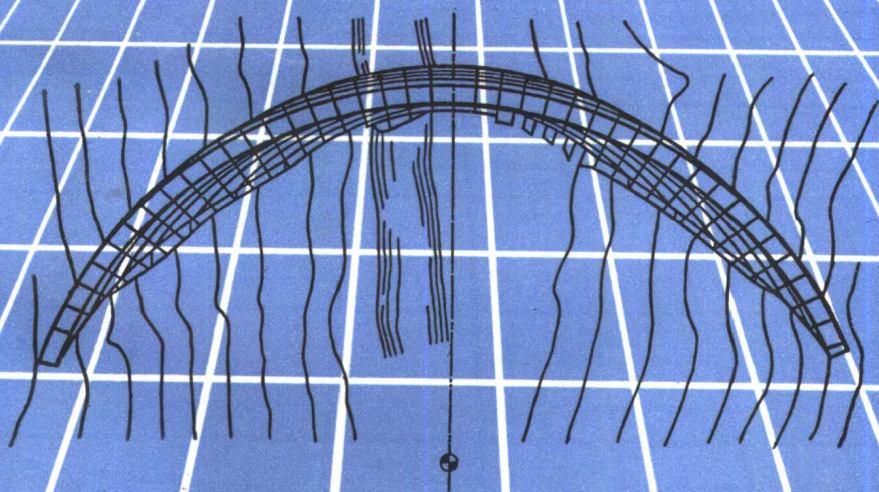




陈正作 刘蕾

拱坝及板壳计算的新方法 反力参数法



水利电力出版社

拱坝及板壳计算的新方法

反力参数法

陈正作 刘 蕾

水利电力出版社

(京) 新登字 115 号

内 容 提 要

本书全面介绍了作者所提出的拱坝及板壳计算的新方法——反力参数法。并且对拱坝多拱梁力学基础的一些关键问题作出系统的理论解释。书中阐述了反力参数法涉及的理论构思、公式推导及程序框图，还简要地叙述了反力参数法的各种实际应用，包括壳体开缺口、全调整、曲线自由边界、拱坝分期施工及徐变计算等。

本书可供广大水利水电设计人员及计算结构力学工作者参考，也可供大专院校有关专业师生阅读。

拱坝及板壳计算的新方法

反 力 参 数 法

陈正作 刘 蓓

*

水利电力出版社出版、发行

(北京三里河路 6 号)

各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092 毫米 32 开本 6.5 印张 143 千字
1992 年 5 月第一版 1992 年 5 月北京第一次印刷

印数 0001—1800 册

ISBN 7-120-01574-5/TV · 574

定价 5.50 元

序

陈正作和刘蕾同志的新著《拱坝及板壳计算的新方法——反力参数法》一书在南京国际拱坝学术会议召开前夕出版了。作者要我写序言，这是义不容辞的事，因为我不仅了解此方法的意义和作用，而且深知它的诞生过程和作者付出的心血。

在众多的水工结构分析工作中，拱坝是最令人望而生畏的了。首先是浩繁的工作量——在60年代以前，这简直是令坝工设计师抓耳挠腮的事。每当回想起当年依靠手摇计算机和函数表做拱坝应力分析的情景，总不免喟然长叹。当然，自电子计算机应用普及以后，这种困境算是结束了。可是，在将手算任务转移到电子计算机上去时，却出现了一系列问题。其中许多问题在手算时并不重要，或者可以“模糊”处理的，在改编程序时，却变成拦路虎。细细推敲，作为拱坝分析的经典方法——试载法，原系美国垦务局内部使用的方法，垦务局在开发这一算法时曾作过深入研究，功不可没，但并没有提高到理论上作严密的处理。“不求甚解”式地浏览学习一下试载法，人们也可以“模模糊糊”地加以接受，一旦要深入追根，疑点就层出不穷：从方法的基本根据和原理，到大量的具体处理方式；从计算体系的设置到拱梁单元的分析；从地基影响的处理到坝顶条件的满足。还有：调整的向数及其相互间的关系、垂直扭转的处理、基础结点荷载的划分、孔口缺口的处理…。同一课题，同一解法（试载法），竟可以算

出不同的答案，不知何者是“正号”，有些程序对某一坝体竟会算出怪诞的成果，无怪有人怀疑这种“工程算法”是不堪深究，不登大雅之堂的了。至于试载法程序本身的庞大复杂，解算不便，倒还属于第二位的问题。

有问题就要攻关解决，自从70年代初吉林大学和东北勘测设计院首先开发试载法程序起，近20年来我国有许多科研和技术人员在这一课题上付出了艰辛的劳动，作出了巨大的贡献。凝聚在本书中的作者的研究成果就是其中重要而值得注意的一项。

作者的方法究竟有什么特色和意义呢？

首先，这是在拱梁分载法（试载法）的体系下，一种全新的解法。它不以‘分载’为解算对象，不以位移协调为建立方程的依据，而是用拱端反力为未知量，利用位移协调等条件逐步推向拱坝中央，最后在冠拱梁处利用平衡条件建立方程，原则上属于力法范畴，比之原来解法简便得多、精确得多、方便得多。它的演算有些象一维杆件中的初参数法，但创造性地推广到二维情况，无怪计算效率如此之高，在微机上也能解大题。这个明显的优点使它一问世就得到广泛应用，尤其是在拱坝优化中要进行成百上千次应力分析，反力参数法就成为一个最有力的工具！

其次，作者在开发这一新方法（包括它的前驱“内力平衡法”）过程中，不得不对试载法中所存在的一切疑难逐个加以探究，澄清了问题的性质，得出了明确的有时是令人吃惊的结论。当然，有些问题也许尚未完全解决，有些结论还会引起商榷，但在研究试载法的众多同志中，作者是在基本理论上探索最深、成绩最多的一位。深入研读此书，就会感到作者怎样在一层层地揭开笼罩在试载法上的神秘幕布，这真

是一种享受。

第三，也是很重要的一点，作者不仅把这种方法发展到很全面的程度（“七”向调整、并可解算许多复杂情况），而且试载法已不再是解算拱坝这类特殊结构的近似算法，而被发展成一种适用于一般性板壳结构的有理论依据的通用方法。这个概念我是首先从张兴武同志处听到的，现在已被作者完善地实现，从此在板壳分析中增加了一种新的有力手段，水工结构和常规板壳结构分析中有了沟通。这是我极愿看到的事实。

总之，我认为这是一本有学术价值和应用价值的书，可以代表我国水工结构分析研究的水平，可以作为献给国际学术会议的礼品。

潘家铮

1991年2月24日于能源部

前 言

如果，一种计算方法能够在十多年来一直在生产部门得到应用并不断的有所发展，说明它具有一定的生命力。“反力法”自从1979年开始问世以来已有十多年了，它在国内得到相当广泛的使用固然得益於它的计算机程序的推广，但从根本上说还是由于其算法提供了形成优秀软件的基础。

“反力法”作为拱坝计算的一种方法，在我国前水利电力部颁发的《拱坝设计规范(SDJ 45—85)编制说明》中得到肯定。编制说明中关于反力参数法有这样的一些叙述：

“……近几年来，我国对拱梁分载法的计算作了一定的改进，提出了“内力平衡分载法”、“反力参数法”等新的计算方法，这些方法并未改变拱梁分载法的基本假定，因此，也属于拱梁分载法的范围”。

“……反力参数法……采用了一套新的计算方法，所占内存较少，计算速度较快，具有较大的发展余地。……初步考核成果较为满意”；“……目前正在研究六向调整影响，这是一件有意义的工作，建议继续进行取得成果。”

编制说明中的这些希望，今天已经完全实现。反力法不仅实现了六向全调整，而且还同时计入泊桑比调整和克希霍夫顶部自由边界的影响，我们称之为七项全调整（反力法3.0版），对扭曲梁的侧向无矩问题也提出了实用的算法，从而使反力法达到了就作者所知的拱梁法算法理论的比较完善的水平。

从1979年开始研究反力法之日起，作者就一直认为这个

算法并不局限于拱坝结构，事实上很多板壳结构都可以应用这个思路。但多年的技术工作经历说明：在不同的行业中，即使是非常接近的技术课题也很少沟通借鉴，尤其是拱坝这种专业性非常强的结构计算方法，很少可能被其他土木或机械行业所了解。当反力法和拱坝计算紧密地联系在一起时，它就不可能像有限元计算那样成为一种通用的算法为力学界所接受，尤其是因为拱梁法本身的理论始终没有像常规的板壳或三维弹性力学理论那样被说明得十分完整，而反力法又是在拱梁法基础上发展起来的方法，因此推广到力学界自然难度更大。所以作者在本书中力图将反力法的叙述多少带有一定的普遍适用的色彩而不渲染其拱坝计算的专用性质，然而不可讳言的事实是：在所有的实用问题上，反力法程序都是围绕拱坝计算而研制的，不过这丝毫也不会改变反力法作为通用的板壳算法的本质。

本书力图从反力法的理论基础开始，一直到其程序处理方式给读者以全面的介绍。这不仅是为了读者，而且也是作者自身的需要。反力法研究历史上的各种文献曾经在不少内部刊物和资料中介绍，但从未完整地整理过，尤其程序部分更没有正式的完整的文档，以至于理论开拓者或程序编写者本人在重新审阅这个软件时也颇感困难。如果不及时总结，作者对反力法的功能的增补也会感到费力，如果一旦作者退休，今后如只留下在用户手中的可执行文件软盘，或者即使有Fortran源程序文本，而没有像本书这样系统的理论和公式介绍，大约很难读懂这份费解的源程序，更不用说企图在这份程序上增加什么新的功能了。而功能没有发展的软件自然不会有生命力和竞争力。这样，一种很有发展前途的新算法就可能在蓬勃发展中的其它各种计算程序洪流中被淹没而消

亡。

反力法的研究工作从开始到本书成稿，一直受到中国科学院学部委员、能源部总工程师潘家铮的热情支持和指导，在此我们表示深切的谢意。并向过去参加过内力平衡分载法和反力参数法初创时期理论研讨工作的同志们致意，没有当时活跃的学术讨论和启发，反力法理论不会有现在这样的深度。

陈正作

刘 蕾

1991. 5. 23 于北京

目 录

序

前 言

第一章	反力参数法简介	1
第一节	什么是反力参数法	1
第二节	从试载法、内力平衡法到反力法	5
第三节	反力法的实际应用效果	10
第四节	基于单元拱及初参数的其它可能算法 ——拱冠参量法	13
第二章	试荷载法	19
第一节	试荷载法的正交系荷载及分载关系	19
第二节	正交系及斜交系	27
第三节	垦务局试荷载法及其刚性地基拱变位计算	32
第四节	梁的算法及壳体的内部构件理论	36
第五节	拱梁基础三角体及伏格特地基边界	45
第六节	坝顶自由边界及垂直扭荷载变位计算	52
第七节	$2m$ 算法	58
第八节	应力计算	65
第三章	内力平衡分载法	69
第一节	内力法的基本概念	69
第二节	正交系及荷载定义	73
第三节	单元拱分析	75
第四节	梁变位计算	84
第五节	内力平衡方程的建立及其解算特点	89
第四章	反力法的算法理论	93
第一节	反力参数定义及其形式矩阵的算法	93

第二节	用单元拱列计算初步形式矩阵 $\overline{SI}$	97
第三节	用单元拱变位一致方法解算荷载	101
第四节	形式矩阵的加阶	104
第五节	非典型梁算法和拱冠方程的建立及求解	107
第六节	自重及基础反力计算	110
第五章	反力法的若干边界处理方法	114
第一节	矩形缺口边界	114
第二节	任意曲线自由边界	117
第三节	伏格特地基变位及其应用到非径向开挖的方法	125
第四节	楔形体变位分析及剪应力法	130
第六章	反力法的一些非常规算法问题	138
第一节	拱坝分期施工	138
第二节	拱坝的全调整计算	142
第三节	考虑徐变的算法	150
第七章	反力法程序	156
第一节	反力法 1.0 版程序的形成与特点	156
第二节	反力法 1.2 版——用以计算规范地震应力的 专用软件包	158
第三节	反力法 2.0 版	160
第四节	反力法 2.2 版	164
第五节	反力法 3.0 版——七项全调整程序	167
附录 I	反力法 1.0 版程序框图	173
附录 II	反力法 1.0 版程序输入数据的实例	190
参考文献		197

第一章 反力参数法简介

第一节 什么是反力参数法

在阅读这本书时，读者首先感到兴趣的问题可能是：反力参数法到底是一种什么样的方法？它能起什么作用？如果花费不少精力去了解这个方法，能从中得到什么效益？对于已经对反力参数法有所了解的读者，也许这些问题并不显得突出。但是作者相信，即便是已经初步了解反力参数法的人，对反力参数法的历史、今后可能的发展方向，以及其应用范围方面的全面了解，也会有所裨益。

用简要的话来叙述：反力参数法（简称反力法）是一种用于板壳结构的力学计算方法。就其最基本的方法而言，它和弹性力学中的板壳分析数值计算方法（如：壳体有限元、折板有限元、壳体差分法，壳体方程的伽辽金变分法等方法）一样，都是板壳的普遍适用的计算方法。本书将给出有关反力法的全部理论论述以及公式推导的主要过程。从反力法的具体理论说明中读者将看到，反力法不仅是一般的壳体结构解法，而且还是一种比普通壳体更有某种特色的算法，当然这些特点从弹性力学角度看并不是本质上的。读者们将发现，根据其算法的基本理论，这些区别也可以去掉，使它和普通壳体结构的规定一致起来。反力法力学假定上与一般壳体的区别之处是，为了适应其基本力学理论初创时期的应用对象，反力法是在拱坝计算理论上发展起来的，因此有一些专门为拱坝特点而规定的力学处理手段，这些规定并不是对反力法原

理上的限制，相反正好是其应用范围更广泛之处，如果不附带这些处理方法而作为一般的壳体来看待，反力法同样可以用得很自由，读者可以根据反力法的思路去建立其他类型的壳体结构的同类理论。

如果反力法只是板壳的某一种新的算法而并没有特别的优越性，那也许只有理论意义而没有实用价值，而反力法从1979年问世以来，在水利水电工程的实际设计工作中应用日益广泛，这一事实已可以说明它有实际的优点，反力法的优点可以从两个方面来说明：第一方面从其基本力学原理；第二个方面从其算法理论。

反力法的基本力学理论并不是作者所创建，而可以追溯到本世纪30年代，甚至更早。当时在美国，为了修建世界上最高的胡佛拱形坝（坝高221 m），对拱坝的计算方法进行了非常详细的研究，在此以前，已经有了一种拱冠梁方法（Crown—cantilever method）。胡佛坝的分析方法在这个算法的基础上又进行了大量的工作，将其算法扩充为多拱梁三向调整，提出了在水利水电工程界中非常著名的试荷载法（trial-load method）^[1]，应当说试荷载法理论基本上奠定了反力法的力学理论基础。试荷载法在当时实际上就已经是一种壳体结构的数值分析方法，为这个理论作出贡献的有 Julian Hinds, C. H. Howell, A. C. Jaquith, Ivan E. Houk 等一大批技术界的优秀工程师，也有力学理论界的著名人士如 Illinois 大学的 H. M. Westergaard 教授。Von Karman 博士也参加过这个理论中的某些部分的讨论。此方法曾经用结构模型进行过对比，而且在以后的大量拱坝设计中应用，从30年代迄今，有关拱坝的大量结构模型，各种类型的有限元计算都尽可能与用试荷载法计算成果进行对比，而以能得到试荷

载法成果的验证作为其成果可信的根据，可见试荷载法在水利水电工程界的权威性。

但是试荷载法的介绍迄今为止只出现在水工结构的专业教科书内，从未作为一种通用的壳体结构分析方法在力学著作中进行介绍，其原因是试荷载法理论并未完整地正式从力学原理的角度进行阐明。试荷载法理论的创建者们采用了非常慎重的态度，只在美国内务部垦务局（以下简称垦务局）的总工程师备忘录中记载了对某些基本理论的研究，在内部出版的《坝论》^[1]中，也只是对其具体计算步骤进行详细介绍而很少涉及其力学原理，试荷载法似乎变成了一种工程师对拱坝这种特殊结构物的经验性的算法。

为了弄清试荷载法的力学基础，我国的力学工作者曾经进行了不少工作，在本节中不准备过多地讨论有关试荷载法力学基础的细节，这些将在第二章中详细论述，这里只是想说明这样一个历史事实：反力法的基本力学理论基础是在经过几十年实践考验的试荷载法理论，经过我国力学工作者的长期工作，已经有条件把这一方法从单纯拱坝计算的狭小范围内扩充出来，提高到适用于一般性的板壳结构的水平。读者们可以发现，用反力法工作所补充完整的拱梁法力学理论，可以将试荷载法扩充到更广泛的结构分析问题上去。反力法的优点在于这种方法的基本性质属于“力法”，具有比“位移法”高得多的精度，用很稀疏的网格就可以得到较高的应力计算精度，而且与有限元方法相比，计算速度要快得多。

反力法优点的第二个方面是它的算法，熟悉试荷载法的人都知道，多拱梁试荷载法所建立的荷载方程，虽然比有限元刚度矩阵要小得多，但对于微型计算机内存来说，还是相当庞大的。不同于一般的多拱梁试荷载法，反力法采用了一

种类类似于克雷洛夫的初参数法的方法，将大体积的荷载方程变成了反力参数方程，从而使解题的速度大幅度地加快，需要特别提出的是这种加快计算速度的方法并不是在牺牲计算机存储量为代价的基础上取得的，相反的还可以节约计算机存储量。对于实际工作者来说，算法上的改进具有非常现实的意义，我们并不是象本世纪初期那样只研究某种力学理论的微分方程形式或者研究其边界条件，而是要实际的计算出数值结果，如果计算工作量很大，耗时极长，需要大型计算机或者至少要中小型计算机，对设计工作者来说这种方法并不很理想，至少我们不能指望用这类方法来做常规的初步设计工作，而只能用来进行研究工作或者最后核算一下选定的设计方案，因为设计工作往往要反复比较修改方案。反力法这种算法上的改进具有重要意义，尤其是在微型计算机广泛流行的今天。事实上反力法程序可以在 IBM-PC 微机上也使用内存来计算一个拱坝工程实例，在 AT 机上只需 4.5 min，而同一实例如果用相同的网格的有限元方法，在同一计算机上要花费 3.5 h，并且必需指出，由于有限元方法是位移法，同样网格的应力计算精度还比不上反力法的应力计算精度。

综上所述，反力法是一种快速有效的板壳数值计算方法，它在拱坝计算中已经应用了十多年，作者曾在 1981 年表示过希望反力参数法能够得到拱坝结构以外的应用，但由于没有适当的信息传递媒介，只能是一种主观愿望。反力法从 70 年代末期开始，虽经过十多年的开发完善，但到目前为止，它还局限于拱坝分析^[2]，因为已写成的反力法程序都是为拱坝计算的专用程序，用户由于看不到完整的反力法力学原理，也很难应用和发展反力法到其他结构工程上去，为了满足已经存在的大量反力法程序用户的需要，更为了能将反力法这一

新的算法理论开拓到更广泛的结构计算领域中去，我们将反力法的原理和公式完整地后面分章叙述，其中对反力法研究中得到的对试载法基本力学理论的补充，将插在介绍试荷载法原理的章节中叙述。

第二节 从试载法、内力平衡法 到反力法

本节的目的在于介绍反力法的发展历史，为此我们将简要地介绍其有关的结构分析方法，这些方法的细节将专门论述。对于非水利水电专业的力学工作者来说，阅读这一节可以概要地对拱梁法这一力学方法的基本思想和演变过程有一个综合的了解，以免直接阅读以后各节时感到困惑或难以把握。

反力法是一种多拱梁方法，多拱梁方法是用来分析空间板壳结构的。多拱梁法的名称自然是来源于拱坝应力分析，拱和梁表示由互相垂直线条组成的网格的两组结构系统。

图 1-1 表示反力法的网格及其编码系统，因为今后经常要用到这种网格及编码，因此必需熟悉它。反力法计算把拱坝分成正负两个构造上对称的网格（几何尺寸上不一定要求对称），除了编码网格规定外，我们还将统一规定本书中的变量名称。为了便于今后阅读程序，本书中使用与 Fortran 77 算法语言中的变量基本相同的名称，即变量不限于单个拉丁文字母，可以用几个字母表示一个变量，因此，本书中基本上不使用连乘的省略形式，即如果 A 、 B 、 C 三个变量相乘，将写成 $A \cdot B \cdot C$ 而不写成 ABC ，因为 ABC 可能被认为是一个新的变量，这一点和计算机程序写法一致，对于不从事编写

程序的读者来说，这种规定也许会感到陌生，必须习惯于这一规定。

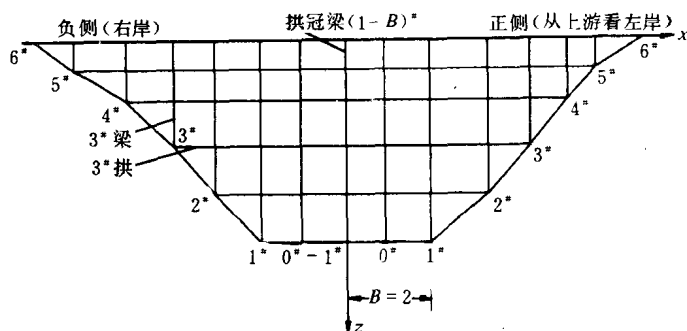


图 1-1 反力法网格编码系统

对于壳体结构来说，拱表示网格中曲率较大的一个系统，梁表示与之垂直而曲率较小的另一个系统。对于拱坝来说，拱是水平向的，与其垂直的系统是梁系统，在拱坝中往往梁的顶部有自由端，但是这并非拱梁法的必要条件，梁两端固定，拱端不固定的结构同样可以应用多拱梁法。

反力法的历史渊源应当从拱梁法的原始方法试荷载法说起，试荷载法原来是一种拱坝设计中的试算方法，其基本想法是：拱坝的外部荷载（通常是水压力及淤砂压力）可以由独立的水平拱和垂直梁两个系统分别承担，其分担的比例关系由两个系统所分配的荷载产生的变位关系来确定，如果荷载分配得当，则两个系统所产生的变位应当一致，我们将在试荷载法的专门章节中来证明此一论点的正确性，现在我们只限于叙述这一方法历史上的研究方式。在 30 年代，试算法也许是唯一可行的人工计算方法，但即便如此，一个算题也需要三个有这方面经验的工程师工作三个月以上。将外荷载