动平衡原理与动平衡机

叶能安　余汝生　主编

華中工学院出版社

动平衡原理与动平衡机

叶能安
余汝生 主编

华中工学院出版社

内 容 简 介

本书从基本的力学原理出发，较系统地阐述了动平衡原理与动平衡机的有关知识。除着重介绍刚性转子的平衡理论和常用的平衡方法外，还用较多篇幅介绍了以转子动力学为基础的挠性转子平衡理论与方法；此外，介绍了动平衡机的设计计算、测量原理、平衡工艺及有关的标准规范等。

本书由叶能安、余汝生教授主编，是一本较系统的平衡技术书籍，可供从事机械振动与平衡的科研人员及有关科技工作者、平衡机维护调整人员参考，也可作为大专院校机械、动力、电机等有关专业师生的教学参考书。

动平衡原理与动平衡机

叶能安 余汝生 主编

责任编辑 佟文珍

*

华中工学院出版社出版

（武昌喻家山）

新华书店湖北发行所发行

武汉大学出版社印刷总厂印刷

*

开本：787×1092 1/16 印张：20.5 字数：484,000

1985年12月第1版 1985年12月第1次印刷

印数：1－6,000

统一书号：13255—022 定价：3.90元

前　言

第一台动平衡机的出现迄今已有一百多年的历史，而动平衡技术的发展主要还是近四十年的事，它与科学技术的发展密切关联。直到本世纪四十年代，几乎所有的平衡工序都在纯机械式的平衡设备上进行，一般用千分表观测振幅以估算不平衡量，利用机械系统谐振增加灵敏度和判断不平衡相位。电子技术的发展促进了平衡技术的大变革。到五十年代，在刚性转子平衡理论基本完善的同时，百分之九十以上的平衡设备都利用了电子测量技术，平面分离电路有效地消除了左右面的相互影响，电气“标准转子”提高了调整平衡机的效率；这期间，除通用机形成系列化产品外，测量与校正装置组合为一体的平衡装置及供大批量生产（如汽车曲轴、电机转子）用的平衡自动线在工业发达国家发展起来，测量方式也在不断改进。七十年代出现的硬支承平衡机可认为是平衡机发展史上的一次飞跃，它使传统软支承平衡机上麻烦的动态调整代之以静态下的尺寸设定，从而形成永久标定式的平衡机。从发展趋势看，除一些特殊情况需要（如高速、微型）外，这种型式将取代软支承平衡机。

自圆盘在柔性轴上高速旋转而自动定心的现象被人们认识以来，也有一百多年历史了，但从平衡的观点来研究并以此解决挠性转子振动问题，仍是近三十年左右的事。大型发电设备和一些高速细长轴因质量不平衡而引起的振动深为人们所关注，许多学者对此提出了一些理论分析和平衡方法，取得了一定的效果，电子计算机为解决这个问题所需的繁冗计算提供了有力的工具。由于挠性转子平衡的影响因素较复杂，因此该问题还将继续为人们所关注。

我国对动平衡理论和装置的研制及新产品开发是从1958年开始的，目前已形成了一支基本的科研力量和一定的生产能力。廿多年来，在刚性和挠性转子平衡理论与方法上，作了大量的研究，在平衡装置方面填补了一系列的空白。目前，我国已有自己的平衡机系列产品，从几克的微型机到200吨的重型机、高效率的自动机和自动线、精度在10^{-2}微米数量级的高精度平衡机和特殊要求的人造卫星、导弹等专用平衡机，都能自己研制和生产。

华中工学院动平衡科研组自1958年研制成功第一台采用电子测量技术的DS-500型通用动平衡机以来，一直坚持动平衡理论和装置的研究，先后研制成DB-500型、DB-05型和DB-50型带电气“标准转子”的通用平衡机系列；从六十年代中期起，又与上海试验机厂、孝感试验机厂等协作，研制成功传动轴动平衡机、曲轴动平衡机、发动机总成动平衡机、数控式立式平衡机等，还为第二汽车制造厂研制了我国第一条动平衡自动线以及砂轮自动平衡仪等。在制定我国有关动平衡标准规范上也做了一些工作。本书就是在二十余年研制工作基础上，理论与实践结合而编写成的。鉴于目前国内尚无一本较系统的同类参考书，希望它能对我国的动平衡科研和生产起到有益的作用，并以此书作为向我院成立三十周年的一份献礼。

本书由华中工学院动平衡科研组集体编写，参加编写的同志有：余汝生(第一、二章)，叶能安（第八、九章），葛继覃（第十一、十二章），林化方（第五、七章），胡炳坤（第三、六章），何自强（第四、十章）。全书经叶能安和余汝生审定并主编。

由于编著者学识水平有限，书中难免有错误和不妥之处，恳切希望读者批评指正。

编　者

1983年5月

目　录

第二篇 挠性转子的动平衡

第三篇 动平衡装置的设计

第一篇　刚 性 转 子 的 平 衡

第一章　刚性转子平衡的力学原理

1.1　基本概念

机器中绕轴线旋转的零部件，称为机器的转子．如果一个转子的质量分布均匀，制造和安装都合格，则运转是平稳的．理想情况下，其对轴承的压力，除重力之外别无其他的力，即与转子不旋转时一样，只有静压力．这种旋转与不旋转时对轴承都只有静压力的转子，称为平衡的转子．如果转子在旋转时对轴承除有静压力外还附加有动压力，则称之为不平衡的转子．转子如果是不平衡的，附加动压力将通过轴承传达到机器上，引起整个机器的振动，产生噪音，加速轴承的磨损，降低机器的寿命，甚至使机器控制失灵，发生严重事故．这些有害的现象在日常生活中也是常见的．例如吊扇由于叶片制造和安装不好，运转时摇摇晃晃，使人不敢立于扇下．又如理发店里的电吹风有的振动很大，发出令人厌烦的噪音．在工业上如电机的振动，机床的振动等，很大程度上也是由于转子不平衡所引起的．当然，这些例子只是从表面现象说明机器转子平衡的重要性．但什么样的转子是平衡或不平衡的？不平衡的转子又怎样才能成为平衡的转子？这些问题必须根据旋转体的力学原理来解释．本章专门讨论刚性转子平衡的力学原理，以下各章将进一步说明这些问题，并论述解决这些问题的途径和方法．

从牛顿运动定律知道，任何物体在匀速旋转时，体内各个质点都将产生离心惯性力简称离心力，如图 1.1-1所示的盘状转子．如果转子是以角速度ω作匀速转动，则体内任一质点A_1将产生离心力F_1，设质点A_1至转动轴心O之距离为r_1，则$F_1 = m_1 r_1 \omega^2$，其方向为离心的方向，或写成矢量形式

$$\overline{F}_1 = m_1 \overline{r}_1 \omega^2 \qquad (\overline{r}_1\text{是}A_1\text{点的矢径})．$$

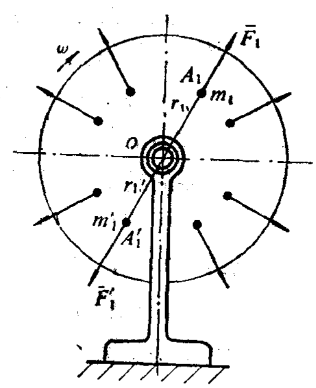

图　1.1-1

当然体内任一质点都会产生类似的离心力．这无数个离心力组成一个惯性力系作用在轴承上，形成转子对轴承的动压力，其大小如何，则决定于转子质量的分布情况．如果转子的质量对转轴对称分布，则动压力为零，即各质点的离心力互相平衡．否则将产生动压力，尤其在高速旋转时动压力是很大的．如图1.1-1所示的转子，设其制造和安装都很好，即整个转子的质量分布对转轴是对称的．A_1点处产生的离心力为$F_1 = m_1 r_1 \omega^2$由于对称关系，必有一个对称质点A_1'产生的离心力$F_1' = m_1' r_1' \omega^2$，二者必定是大小相等，方向相反，作用在同一直线上，因而互相抵消，不会造成对轴承的动压力．同理，整个转子虽有无数个质点，但由于对称关系，这个惯性力系同样是个平衡力系，对轴承并未引起任何动压力，只引起转子材料中的内应力．以上所述是假定转子作匀速转动的情况．若转子作变速转动其角加速度为ε，则各质点产生的惯性力便不是离心方向了．从图1.1-2可以看出，在质点A_1处惯性力为：

$F_1^n = m_1 r_1 \omega^2$，（离心方向，仍称离心惯性力）

$F_1^\tau = m_1 r_1 \varepsilon$ ，（切线方向，指向与ε相反，称为切向惯性力）

$\overline{F}_1 = \overline{F_1^n} + \overline{F_1^\tau}$，

$\therefore F_1 = m_1 r_1 \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$，$\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{F_1^\tau}{F_1^n} = \dfrac{|\varepsilon|}{\omega^2}$.

同样在对称点A_1'处有

$\overline{F_1'} = \overline{F_1'^n} + \overline{F_1'^\tau}$，

$\overline{F_1'} = m_1' r_1' \sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}$，$\mathrm{tg}\alpha' = \dfrac{|\varepsilon|}{\omega^2}$.

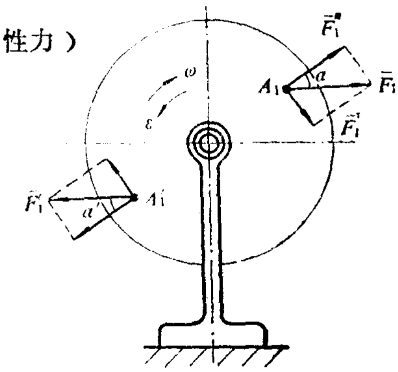

图 1.1-2

可见，当转子作变速转动时，这两个对称的质点所产生的惯性力$\overline{F}_1$与$\overline{F_1'}$是不会相互抵消的，它们形成一个力偶，其转向和ε相反，力偶作用面和转轴垂直。对整个转子则有无数个转向相同的力偶，合成结果仍为一力偶，其转向相同。显然这个合力偶对轴承不会引起动压力。因此无论转子是作匀速或变速转动，只要转动轴线是转子的对称轴，转子对轴承便不会引起动压力。这种对轴承不产生动压力的转子称为平衡的转子。反之，便是不平衡的转子。

1.2 转子不平衡的几种情况

任何一个转子作匀速转动时，体内无数个质点都将产生惯性力，组成一个惯性力系；要确定这个转子是否为平衡转子，必须根据其惯性力系合成的结果而定。这个合成结果，可以利用理论力学中的力系向任一点简化的原理来分析。

首先，假定转子是绝对刚性转子，即刚体，而理想的刚体在任何力作用下都不会产生变形。这个假设当然与事实不符，事实上任何物体在力的作用下都会变形，只是程度不同。但如果一般机器的转子重量不大，转速不高，转轴跨距不长，旋转时转子变形很小，其影响可略去不计，则可假设这种转子是刚性的。如果转子转轴细长，转速又高，例如大型汽轮发电机组等机器的转子，其弹性变形往往很大，用普通的动平衡方法不能消除。这类转子称为挠性转子。关于挠性转子的平衡理论和方法将在第二篇中讨论。

设有一个不平衡的刚性转子，如图1.2-1所示，其质量为M，以等角速度ω绕一固定轴旋转，取转轴上任一点o为坐标原点，转轴为z轴，并作出相应的ox及oy轴。转子质心的坐标为$C(x_C, y_C, z_C)$，沿坐标轴方向单位矢量为$\overline{i}$，$\overline{j}$，$\overline{k}$。设质心C对旋转轴z的矢径为$\overline{r_C}$，则

$$\overline{r_C} = x_C \overline{i} + y_C \overline{j}.$$

同样，设转子中任一质点m_i的坐标为$m_i(x_i, y_i, z_i)$对转轴的矢径为$\overline{r_i}$，则

$$\overline{r_i} = x_i \overline{i} + y_i \overline{j}.$$

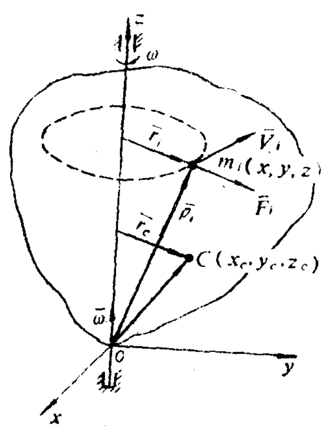

图 1.1-2

当转子以等角速度ω旋转时，质点m_i产生的离心力为$F_i = m_i r_i \omega^2$，其指向为离心方向，即为矢径r_i的方向，故可写成

$$\overline{F_i} = m_i \overline{r_i} \omega^2 = m_i \omega^2 (x_i \overline{i} + y_i \overline{j}), \tag{1.2-1}$$

它在坐标轴上投影为

$$
\left.\begin{aligned}
F_{ix} &= m_i\omega^2 x_i,\\
F_{iy} &= m_i\omega^2 y_i,\\
F_{iz} &= 0,
\end{aligned}\right\} \tag{1·2-2}
$$

式中，$i=1,\ 2,\ 3,\ \cdots n$。

诸$\overline{F}_i$构成一个惯性力系。由力学原理可知，将这个惯性力系向坐标原点o简化（o点称为简化中心），一般可得到一个力$\overline{R}_o$（称为力系的主矢）和一个力偶$\overline{M}_o$（称为力系向o点简化的主矩），这个主矢作用于o点并等于力系中所有各力的矢量和，而主矩等于力系所有各力对o点的矩矢的矢量和，即

$$\overline{R}_O = \sum_{i=1}^{n}\overline{F}_i, \tag{1.2-3}$$

$$\overline{M}_O = \sum_{i=1}^{n} m_o(\overline{F}_i). \tag{1.2-4}$$

将式(1·2-1)代入式(1·2-3)得

$$
\begin{aligned}
\overline{R}_O &= \sum_{i=1}^{n} m_i\omega^2(x_i\overline{i}+y_i\overline{j}) = \omega^2\overline{i}\sum_{i=1}^{n} m_i x_i + \omega^2\overline{j}\sum_{i=1}^{n} m_i y_i\\
&= \omega^2\overline{i}Mx_c + \omega^2\overline{j}My_c = \omega^2 M(x_c\overline{i}+y_c\overline{j}) = M\omega^2\overline{r_c}
\end{aligned} \tag{1.2-5}
$$

由此可见，简化的主矢$\overline{R}_o$的大小与方向和转子质心的离心惯性力相等，只不过作用于o点即 $\overline{R}_o // \overline{r_c}$，其大小与方向和简化中心o点的位置无关。

惯性力系向O点简化的主矩可写为

$$\overline{M}_O = \sum_{i=1}^{n} m_o(\overline{F}_i) = M_x\overline{i} + M_y\overline{j} + M_z\overline{k},$$

式中，M_x、M_y及M_z为主矩M_o在坐标轴上的投影，其大小等于力系所有各力对该轴之矩的代数和，显然，它们都和O点的位置有关。

$$
\begin{aligned}
M_x &= \sum m_x(\overline{F}_i) = \sum(y_i F_{iz} - z_i F_{iy}) = 0 - \sum z_i m_i\omega^2 y_i\\
&= -\omega^2\sum m_i y_i z_i = -\omega^2 J_{yz},\\
M_y &= \sum m_y(\overline{F}_i) = \sum z_i F_{ix} = \sum z_i m_i\omega^2 x_i = \omega^2 J_{zx},\\
M_z &= \sum m_z(\overline{F}_i) = 0 \qquad (\because \overline{F}_i\text{通过}z\text{轴}),
\end{aligned}
$$

式中，$J_{yz}=\sum m_i y_i z_i$和$J_{zx}=\sum m_i z_i x_i$均称为转子的惯性积或转子的离心转动惯量。于是，

$$M_O = \sqrt{M_x^2+M_y^2+M_z^2} = \omega^2\sqrt{J_{yz}^2+J_{zx}^2}. \tag{1.2-6}$$

因此，转子的惯性力向任一点简化的结果一般得到一个力（即主矢：$R_O = Mr_c\omega^2$，作用于o点，方向和$\overline{r_c}$平行）和一个力偶（即主矩：$M_O = \omega^2\sqrt{J_{yz}^2+J_{zx}^2}$）。

转子在旋转时，主矢和主矩的方向都在变化，其矢量随同转子一同旋转成为引起轴承振动的激发源。所以，转子平衡的必要与充分条件是惯性力系向任一点简化的主矢和主矩都为零，即

$$
\left.\begin{aligned}
R_O &= Mr_c\omega^2 = 0,\\
M_O &= \omega^2\sqrt{J_{yz}^2+J_{zx}^2} = 0.
\end{aligned}\right\} \tag{1.2-7}
$$

由$R_O=0$，则$r_c=0$ 这说明旋转轴必定通过质心C，由$M_O=0$，则$J_{yz}=J_{zx}=0$，满足此条件的转轴z在力学中称为惯性主轴，通过质心的惯性主轴称为中心惯性主轴.因此，欲消除转

子对轴承的动压力必须也只需旋转轴是中心惯性主轴。虽然任何形状的转子通过其质心都存在着三个互相垂直的中心惯性主轴，但不一定和旋转轴重合，除非转子对旋转轴为中心的质量分布对称。所以，一般转子几乎都是不平衡的。要使一个不平衡转子变为平衡转子，就要重新调整转子质量的分布，即在某个局部加重或去重，使转子的中心惯性主轴和旋转轴一致，这时，其惯性力系能够满足（1.2-7）式，转子成为平衡的转子。

根据转子惯性力系简化的结果不同，转子不平衡的可能情况有下列四种：

一、主矢不为零主矩为零

即$\overline{R}_O = Mr_c\omega^2 \neq 0$。

$\overline{M}_O = 0$，$J_{yz} = J_{zx} = 0$。

显然，主矢R_O便是惯性力系的合力。而且这个合力$\overline{R}_O$通过质心C，这时$r_c \neq 0$，转轴z与中心惯性主轴平行，这种不平衡相当于把一个不平衡质量m加在一质量为M、半径为r的平衡转子的中心平面上。如图1.2-2所示，这时转子新的重心位于原重心平面内，离原来重心的距离为e（$e = \frac{mr}{M}$称为偏心距），新的中心惯性主轴和转动轴线始终平行，当转子旋转时，由偏心距引起离心惯性力使轴承产生振动，要使这种转子平衡，只需在中心平面内m的对称位置上加一相等的质量，转子便平衡了。当然，将原先加的m除去，结果也是一样。这种惯性力系简化为一通过质心的合力的不平衡称为静不平衡。

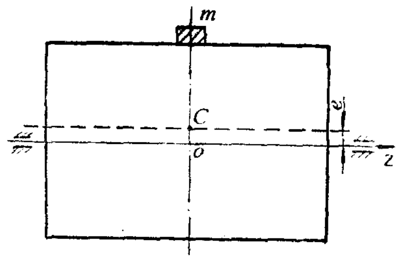

图 1.2-2

二、主矢和主矩均不为零但相互垂直

这时，主矢$\overline{R}_O$在合力偶的作用面内，由于$\overline{R}_O \neq 0$，$\overline{M}_O \neq 0$，但$\overline{R}_O \perp \overline{M}_O$，故可再进一步向$O'$点简化，使$M'_O = 0$，而$\overline{R'_O} = \overline{R_O} \neq 0$，这样，新的主矢$\overline{R}_O$便是惯性力系的合力，作用于$O'$点（不是质心），这种不平衡相当于在平衡转子$M$的过$o'$点的平面上加上不平衡量$m$，这时中心惯性主轴和转动轴线相交，如图1.2-3所示。由于转子的惯性力系最后的简化仍可得到一个单独的合力$\overline{R'_O}$，这种不平衡称为准静不平衡。平衡这种转子也只需在某一个特定平面上加上或除去一定的质量便可达到平衡。

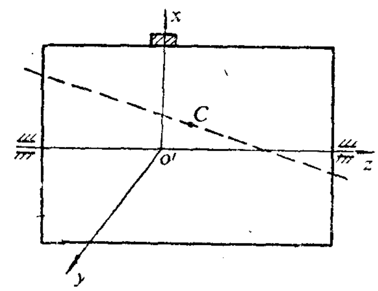

图 1.2-3

三、主矢为零主矩不为零

即　$\overline{R}_O = mr_c\omega^2 = 0$，$r_c = 0$，　故转动线通过质心。

$\overline{M}_O \neq 0$，$J_{yz} \neq 0$，$J_{zx} \neq 0$。

这说明惯性力系合成为一个力偶，可以用两个等重量的不平衡量分别加至平衡转子的两个平面上来表示，如图1.2-4所示。因不平衡量为力偶，故称偶不平衡。中心惯性主轴通过质心而与转动轴线相交成α'角。要平衡这种转子不能单独用一个力来平衡，即不能在一个平面上加重或去重，而必须在两个平面上加重或去重，方能使转子得到平衡。

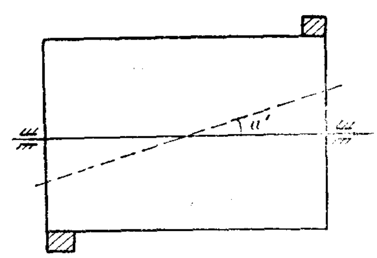

图 1.2-4

四、主矢和主矩均不为零且不相互垂直

即　$\overline{R}_O \neq 0$，$\overline{M}_O \neq 0$且$\overline{R}_O$和$\overline{M}_O$不垂直，这是最普遍的不平衡现象，如图1.2-5所示。

这相当于静不平衡和偶不平衡的组合，称为动不平衡。转子的中心惯性主轴和转动轴线既不平行也不相交，这种不平衡不可能再进一步简化，即不可能只在某一个平面上、而必须在两个或多个平面上加重或去重才能使转子平衡。

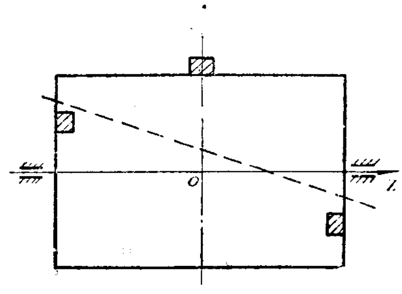

图 1.2-5

1.3 静平衡和动平衡

前述四种不平衡情况中，对前两种的平衡校正称为静平衡，而对后两种则称为动平衡。任何一个不平衡的转子经过动平衡校正后，不仅消除了偶不平衡，同时也消除了静不平衡，这时转子的中心惯性主轴和转动轴线也就完全一致了。

一个转子究竟需要进行静平衡还是动平衡，这要根据具体情况如转子的重量、形状、转速、支座条件及用途等而定。目前我国尚无统一标准，一般按下列原则考虑。

一、当转子外径D与长度l满足$\frac{D}{l}\geqslant 5$时，不论其工作转速高低都只需进行静平衡。

如图1.3-1所示。由于当$\frac{D}{l}\geqslant 5$时，转子必然是一个较薄的圆盘形状，其主矢$\overline{R}_o$较大，而主矩$\overline{M}_o$相对地较小，故一般进行静平衡就可以了。

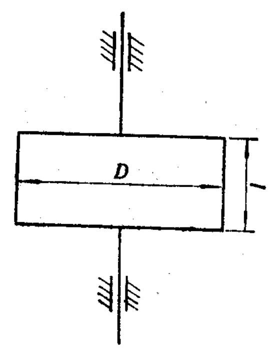

图 1.3-1

如果盘厚l比轴承间距L小得多$\left(\frac{L}{l}\gg 2\right)$时，这时偶不平衡对轴承的动压力影响较小，往往也只需要静平衡（可参阅本书5-2节）。

二、当$l\geqslant D$时，只要工作转速大于1000(转/分)，都要进行动平衡。

以上只是一般原则，有特殊要求的转子必须特殊考虑，如人造卫星，其转速只不过每分钟几十转，也需要进行动平衡。

1.4 不平衡的离心力向校正面的简化

由上述原理可知，平衡一个转子，要根据惯性力系简化的结果确定在某一个或两个校正平面上适当位置加重或去重来实现。理论上是如此，但实际的转子并不是任何位置都可以加重或去重的，例如，电机转子上有绕组，它和定子的间隙极微小；又如曲轴的主轴颈和连杆颈都不允许在上面加重或去重。因此，机器转子在设计时便应考虑某几个位置作为校正面，例如左右两个端面。在这种预先指定的校正平面上能否校正任何一种不平衡情况呢？回答是肯定的。下面根据力学原理来分析这个问题。

一、刚性转子的二面平衡原理

由理论力学知：两个平行力可以合成为一个与之平行的力。反之，一个力也可以分解为

与之平行的两个力。如作用于o点的力$\overline{F}$可以分解为作用于A、B两点的同向平行力$\overline{F'}$与$\overline{F''}$，而且A、B两点的位置是任意指定的，如图1.4-1所示。各力间关系是
$\overline{F}=\overline{F'}+\overline{F''}$,

$$F'=\frac{b}{a+b}F,\ F''=\frac{a}{a+b}F.$$

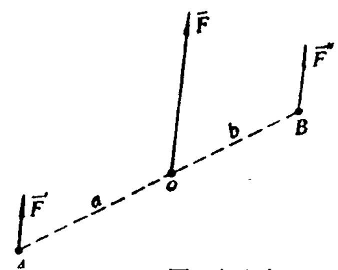

图 1.4-1

设有不平衡的刚性转子M绕定轴z作匀速转动，如图1.4-2所示。由于转子是不平衡的，可将其理解为由若干个偏心薄圆盘所组成，各圆盘的重心都不在转动轴线上。当转子匀速旋转时，各圆盘均产生一个惯性力，即$\overline{F}_1$，$\overline{F}_2$，…，$\overline{F}_n$等组成一个空间惯性力系，这些惯性力虽然大小、方向和位置都不相同，但它们都通过转动轴线，都和转动轴线垂直。

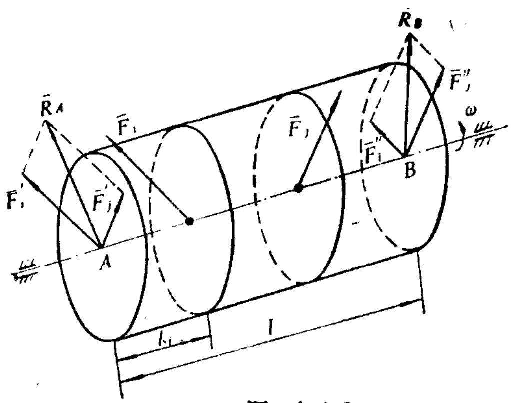

图 1.4-2

假定转子的左右两端面作为校正平面，将每个惯性力都分解为通过A、B两点的平行力，如第i个惯性力$\overline{F}_i$分解为$\overline{F'_i}$与$\overline{F''_i}$:

$$\overline{F'_i}=\frac{l-l_i}{l}\overline{F}_i\quad \text{作用于}A\text{点的端面上；}$$

$$\overline{F''_i}=\frac{l_i}{l}\overline{F}_i\quad \text{作用于}B\text{点的端面上，}$$

式中，l为转子左右两个端面间的距离；l_i为第i个惯性力至左端面间的距离。

同样，把每个惯性力都向左、右两个端面分解，可得到

左端面A上的一组平面汇交力系（$\overline{F'_1}$，$\overline{F'_2}$，…，$\overline{F'_n}$）；

右端面B上的一组平面汇交力系（$\overline{F''_1}$，$\overline{F''_2}$，…，$\overline{F''_n}$）。

这两个平面汇交力系按力的多边形法则，各自得到一个通过汇交点的合力$\overline{R}_A$和$\overline{R}_B$，即$\overline{R}_A=\Sigma\overline{F'_i}$，$\overline{R}_B=\Sigma\overline{F''_i}$，显然，这两个作用在左、右端面上的合力$\overline{R}_A$与$\overline{R}_B$和转子的所有惯性力是等效的。因此，如果在左、右两个端面（即原先指定的校正平面）上进行校正，适当地加重或去重便可消去$\overline{R}_A$和$\overline{R}_B$，使转子得到平衡。

由此可见，**任一不平衡的刚性转子都可在两个与转轴垂直的平面上进行校正得到平衡**。这便是刚性转子二面平衡原理。一般通用动平衡机就是根据这个二面平衡原理进行校正平衡的。

二、简化为一个力和一个力偶

由于平衡工艺或方法的需要，不平衡量也可简化为一个力和一个力偶，如图1.4-3所示。

设转子不平衡量为$\overline{R}_A$与$\overline{R}_B$(可由上节的方法求得)，将它们向任一指定点o简化，得主矢$\overline{R}_o$和主矩$\overline{M}_o$，其矢量关系如图1.4-4所示，即将$\overline{R}_A$和$\overline{R}_B$平行搬移至简化中心o点，于是得到$\overline{R'_A}$与$\overline{R'_B}$两个力和两对力偶（$\overline{R}_A$，$\overline{R'_A}$）与（$\overline{R}_B$，$\overline{R'_B}$）。这两个力的合力便是主矢$\overline{R}_o$；这两个力偶的合力偶矩矢便是主矩$\overline{M}_o$。主矢$\overline{R}_o$的大小与方向和o点的选择无关，而主矩$\overline{M}_o$则随o点不同而变化。其作用面（a-a面）一般是不与$\overline{R}_o$共面的。由于主矩$\overline{M}_o$是一个力偶，故

可在其作用面内任意搬移。因此，转子的不平衡可以这样校正：在通过o点的横向平面上校正静不平衡量$\overline{R}_o$，在任意两个横向平面的$a—a$方向上校正偶不平衡$\overline{M}_c$，这种将静、动不平衡分别校正的方法常用于在平衡机上边组装边平衡的情况。

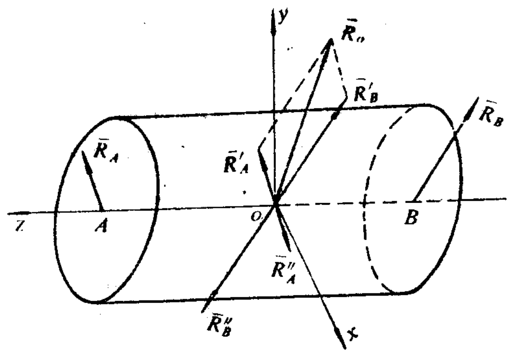

图 1.4-3

三、简化为一组对称力和一组反对称力

设转子的不平衡量已向左、右两面简化为$\overline{P}_1$，$\overline{P}_2$，如图1.4-5所示。现需进一步简化为一组对称力和一组反对称力。设不平衡量$\overline{P}_1$，$\overline{P}_2$的主矢$\overline{R}_o$的作用面（纵向平面）为S，在两校正面上沿S方向作两对平衡力系（$\overline{P}_{1s}$，$\overline{P}_{1s}'$）和（$\overline{P}_{2s}$，$\overline{P}_{2s}'$），且令$\overline{P}_{1s}=\overline{P}_{2s}=\frac{1}{2}\overline{R}_o$，在加入这样两对平衡力系后，其效果不变。将$\overline{P}_1$和$\overline{P}_{1s}'$合成为$\overline{P}_{1d}$，$\overline{P}_2$和$\overline{P}_{2s}'$合成为$\overline{P}_{2d}$。由图1.4-6可以看出，

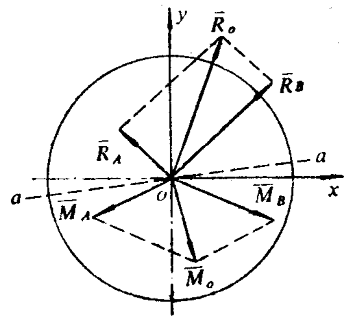

图 1.4-4

$\because$ $bd \stackrel{\parallel}{=} of$，$ce \stackrel{\parallel}{=} of$；

$\therefore$ $bd \stackrel{\parallel}{=} ce$，且$bdec$为一平行四边形。

又 $\because$ $bg = cg$，

$\therefore$ $od = oe$，

即 $P_{1d} = P_{2d}$，且$\overline{P}_{1d} = -\overline{P}_{2d}$，作用面为$D$。

所以，不平衡量最终简化为相等同向的P_{1s}和P_{2s}以及相等反向的P_{1d}和P_{2d}。前者称为对称力，

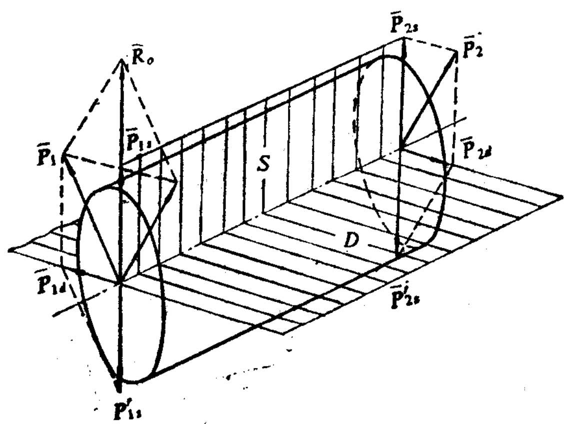

图 1.4-5

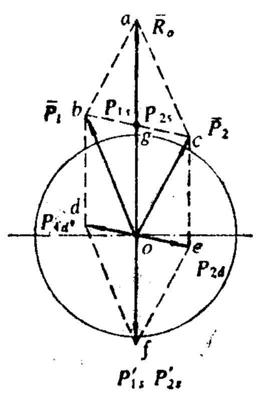

图 1.4-6

后者称为反对称力。对挠性转子的平衡常采用这种简化方法（见第八章）。

1.5 不平衡量的表达方式

设有一个偏心薄圆盘形转子，质量为M，重心为c，转轴为o，偏心距为$oc=e$，如图1.5-1。当转子以等角速度ω绕定轴旋转时，将产生离心惯性力$\overline{F}$，其大小为

$$F = Me\omega^2,$$

这个惯性力必然引起轴承的动压力，因此，这个转子是不平衡的。但是，如何表示其不平衡量呢？乍看起来，似乎用惯性力$\overline{F}$的大小来表示转子的不平衡是很合适的，其实不然，因为惯性力$\overline{F}$随转速ω^2变化，而转子的不平衡仅是与转子本身质量分布有关的一个物理量，不应随外界因素即转速而变化。所以，用惯性力的大小表示转子的不平衡量的大小是不合适的。下面进一步分析这个问题。

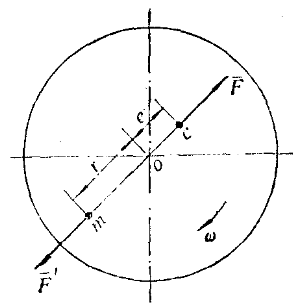

图 1.5-1

显然，如果要平衡这个转子，只需在oc的反面距轴o为r处加一平衡质量m，使其产生的惯性力$F' = mr\omega^2$和原有的惯性力$\overline{F}$大小相等、方向相反，转子便达到平衡。即

$$Me\omega^2 = mr\omega^2 \text{或} \quad Me = mr. \tag{1.5-1}$$

由（1.5-1）式可知，Me代表着转子不平衡量，只要在重心的反面离转轴r处加上质量m，使上式能够成立，转子便可达到平衡。其中r和m成反比关系，即r越大则m应越小，所以，一般就用二者的乘积来表示转子的不平衡量，称为重径积，常用的单位是(克·毫米)，或（克·厘米）。

通常对转子进行校正平衡时，都是采用重径积表示不平衡量，非常直观，操作也很方便；但是，如果需要知道转子不平衡的程度（如振动情况）时，重径积就不能衡量。如有质量大小不等的两个转子，设其不平衡量相等，即重径积相等，但其不平衡程度却不相同，显然，大转子振动较小，而小转子振动较大。又如，一个质量为10公斤的转子有50克·毫米的不平衡量和另一个质量100公斤的转子有500克·毫米的不平衡量，二者不平衡量相差十倍，但其不平衡程度却是相同的。

因此，有时我们又采用另一种方式即用不平衡率来表示转子不平衡程度，它定义为转子单位重量的不平衡量。由式（1.5-1）得转子的偏心距为

$$e = \frac{mr}{M}. \tag{1.5-2}$$

由上式可见，对于上述圆盘形转子，偏心距可以理解为不平衡率，其所表达的不平衡程度和转子重量无关，是一个绝对量，而重径积表达的不平衡程度和转子重量有关，是一个相对量。不平衡率e常用单位为克毫米/公斤或微米。

通常对一般转子校正平衡，不平衡量用重径积表示较好，而衡量一个转子平衡的优劣或衡量动平衡机的检测精度，则用不平衡率表示较好，可以直接进行比较。在第5.1节中将介绍衡量平衡精度等级的标准。

式（1.5-1）和（1.5-2）虽然是按单面平衡的薄圆盘转子导出的，但同样也适用于二面平衡的一般转子。此时，e仍表示转子的不平衡率，M则用校正面上的当量重量来代替，即

$$\left.\begin{array}{l} M_L e = (mr)_L, \\ M_R e = (mr)_R, \end{array}\right\} \tag{1.5-3}$$

式中，M_L，M_R表示转子重量折算到左、右两个校正面的当量重量，$(mr)_L$，$(mr)_R$分别表示左、右校正面上的不平衡量。如果转子的重心位于两轴承间不超过两轴承距离的$\frac{1}{3}$范围，且两校正面与重心的距离相等时，则每一校正面的当量质量可近似采用$M/2$，即

$$\left.\begin{aligned}(mr)_L &= \frac{M}{2}e,\\(mr)_R &= \frac{M}{2}e.\end{aligned}\right\} \qquad (1.5\text{-}4)$$

对于任意转子，当大部分质量在校正面之间时，可根据质量分布情况来计算当量质量。〔注〕

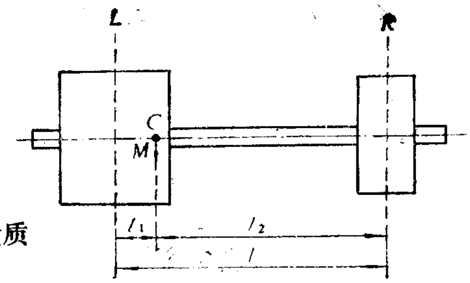

图 1.5-2

设有转子如图1.5-2所示，其在校正面上的当量质量为：$M_L = \frac{l_2}{l}M$，$M_R = \frac{l_1}{l}M$，则

$$\left.\begin{aligned}(mr)_L &= \frac{l_2}{l}Me,\\(mr)_R &= \frac{l_1}{l}Me.\end{aligned}\right\} \qquad (1.5\text{-}5)$$

〔注〕 当量质量的计算原则不仅应考虑质量等效，还应考虑转动惯量等效．这里所述仅根据重量等效原则，为工程上的近似计算方法．

第二章　平衡机振动系统的力学分析

上一章介绍了有关刚性转子平衡的力学原理。本章将进一步阐述刚性转子在不平衡力作用下的运动规律、平衡机振动系统的力学原理、振动方程、振幅、固有频率、振动中心、振动中心与转速的关系、不平衡量相互影响的解算原理等，作为平衡机设计的理论基础。

2.1　具有六个自由度的不平衡转子的运动规律

设转子为刚性圆柱体，质量为M，半径为r，以等角速度ω绕对称轴z转动。坐标系$oxyz$为转子处于平衡位置时三个中心惯性主轴的固定坐标系。转子系置于刚度分别为K_x、K_y与K_z三个方向的弹簧支承上如图2.1-1所示。由于对称关系，令转子的赤道转动惯量为$J_x=J_y=J_T$，

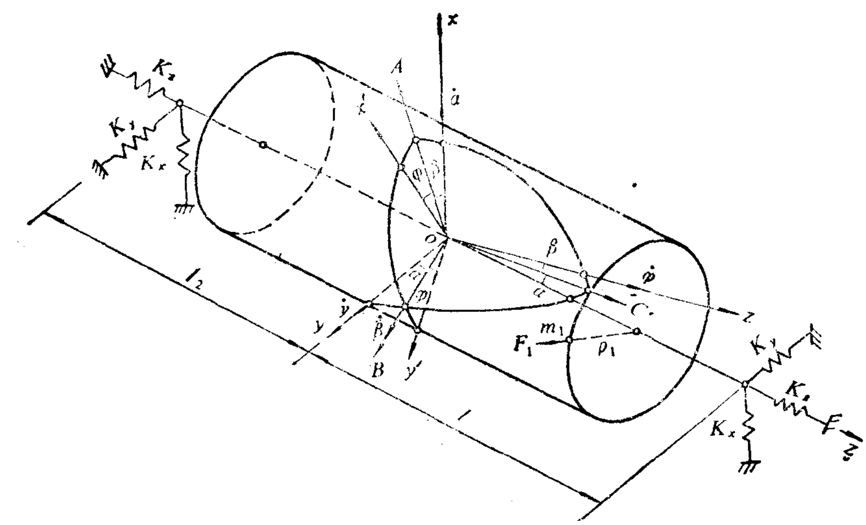

图　2.1-1

极转动惯量为$J_z=J_p$。在转子的A端离轴距离为ρ_1处有一不平衡质量m_1，故离心力为$F_1=m_1\rho_1\omega^2$。现分析转子在激发力$\overline{F}_1$及各弹簧的弹性力作用下的运动。这是具有六个自由度刚体的一般运动。根据力学原理，刚体一般运动可以理解为两个运动的合成，即随同质心的平动和绕质心的转动。质心的平动可以由质心运动定理来确定，绕质心的转动在理论上可由欧拉动力学方程来确定。下面先列出转子质心的运动微分方程。设坐标系取在转子平衡状态处，质心坐标为$o(x_o,\ y_o,\ z_o)$，于是由质心运动定理得

$$M\ddot{x}_o=F_1\sin\omega t-2K_xx_o+l_1K_x\gamma-l_2K_x\gamma,$$

即　$M\ddot{x}_o+2K_xx_o+K_x(l_2-l_1)\gamma=F_1\sin\omega t,$　（2.1-1）

同理得$M\ddot{y}_o+2K_yy_o+K_y(l_2-l_1)\alpha=F_1\cos\omega t$　（2.1-2）

及　$M\ddot{z}_o+2K_zz_o=0.$　（2.1-3）

式中，α为绕x轴的转角；γ为绕y轴的转角。至于转子绕质心转动的运动微分方程可由欧拉动力学方程列出