HUAZHONG UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

经济管理数学

JING JI GUAN LI SHU XUE

主　编　邓成梁

副主编　诸克军　甘德安

华中理工大学出版社

经济管理数学

邓成梁　主编
诸克军　甘德安　副主编

邓成梁　王　棠　诸克军
甘德安　吕　凌　编

华中理工大学出版社

（鄂）新登字第 10 号

图书在版编目（CIP）数据

经济管理数学/邓成梁　主编
武汉：华中理工大学出版社，　1997 年 11 月
ISBN 7-5609-1670-8
Ⅰ．经…
Ⅱ．①邓…　②诸…　③甘…
Ⅲ．经济管理数学
Ⅳ．F224

经济管理数学
主编　邓成梁
副主编　诸克军　甘德安
责任编辑　李立鹏
*
华中理工大学出版社出版发行
（武昌喻家山　邮编：430074）
新华书店湖北发行所经销
华中理工大学出版社照排室排版
武汉市青联印刷厂印刷
*
开本：850×1168　1/32　印张：15.625　字数：396 000
1997 年 11 月第 1 版　1997 年 11 月第 1 次印刷
印数：1-6 000
ISBN 7-5609-1670-8/F・162
定价：14.00 元
（本书若有印装质量问题，请向出版社发行部调换）

内容提要

在21世纪即将来临之际，随着我国四化建设事业的蓬勃发展，管理现代化已是摆在我们面前的一项紧迫任务.

为满足广大从事经济管理的实际工作者学习现代化管理方法的需要，本书选编了在经济管理工作中常用的一些数学内容，主要有线性代数、概率论与数理统计、线性规划等内容.在介绍了一些必要的数学基本概念、基本原理之后，着重叙述这些数学方法的计算步骤和应注意的问题，同时注意介绍这些方法在经济管理工作中的应用.本书力求深入浅出，通俗易懂，每章后都附有习题，便于自学.

本书可作为大专院校经济管理类各专业本科生、专科生的教材或教学参考书；也可作为各类成人教育(包括函大、夜大、电大、自修大学)经济管理类专业本科生、专科生的教材或教学参考书；还可供从事经济管理的实际工作者参考.

前　言

在21世纪即将来临之际，随着我国四化建设事业的蓬勃发展，管理现代化已是摆在我们面前的一项紧迫任务.而在现代化管理的理论和方法中，数量化管理方法、定量分析方法、定性与定量相结合的分析方法，正在逐步取代传统的经验管理方法，为广大的理论工作者和实际工作者所采用.但是要较好地掌握这些方法，没有一定的数学基础是不行的.在长期的教学实践中，我们发现对于广大的实际工作者来说，或者由于离开学校较久，原来所学的一些数学知识差不多都淡忘了；或者由于原来是学文史、政法、财经等文科专业的，数学知识学得较少，要掌握这些先进的现代化管理方法有一定的困难，往往成为他们前进中的“拦路虎”.

为了帮助广大从事经济管理的实际工作者较快地掌握现代化管理方法，扫清他们前进道路上的障碍，我们在总结自己多年教学经验的基础上，编写了《经济管理数学》一书.

首先要说明的是，经济管理数学并不是一个新的数学分枝，而是将经济管理中常用的一些数学方法集中在一起汇编成册，这样便于学习和应用.从这一目标出发，本书选编了线性代数、概率论与数理统计、线性规划等基本内容.这些内容在传统的学科分类中，它们分别属于三个不同的学科分枝，在理工类专业都是单独开课的.因此这方面的教材或教学参考书大都内容较深较多，比较强调数学理论的完整性和严格性，对初学者有一定困难.我们将这三者作为一个有机的整体放在一起，主要是从经济管理的实际需要出发，加强了教材的针对性，精选了部分内容，以便让读者在较短的时间内，通过阅读本书，能尽快地掌握这些基本的数学方法，为了学习其他经济管理方面的课程打下必要的数学基础.

其次，本书在编写的方式上，也力求简洁明了，避免了繁琐的

理论推导和证明，而是比较强调经济管理的实际背景，列举了大量的应实例.在讲清一些必要的数学基本概念、基本原理的基础上，着重介绍在经济管理的实际中常用的一些数学方法，并通过大量的计算实例和习题，使读者能较好地掌握这些方法.

再者，本书在写作时，也尽量地照顾到读者的基础知识，力求深入浅出，通俗易懂，便于操作和运用.各种方法的计算步骤和应注意的问题都尽量交待清楚，便于自学.只要学过微积分的读者，就能顺利地阅读本书.

本书可作为大专院校经济管理类各专业本科生、专科生学习经济管理数学的教材或教学参考书、讲授全书约需100学时左右(其中线性代数30学时，概率论与数理统计40学时，线性规划30学时).也可作为各类成人教育大专院校(包括函大、夜大、电大、自修大学)经济管理类专业的本科生、专科生学习经济管理数学的教材或教学参考书.还可供从事经济管理的实际工作者自学时参考.

由于作者水平有限，书中的缺点和疏漏之处在所难免，恳请使用本书的教师和广大读者批评指正.

参加本书编写工作的作者及分工如下：

邓成梁(华中理工大学工商管理学院教授)主编并编写第二篇第一、二、三章；

王　棠(华中理工大学工商管理学院副教授)编写第一篇第一、二、三、四章；

诸克军(中国地质大学文管学院副教授)副主编并编写第三篇第一、二、三、四章；

甘德安(华中理工大学汉口分校副教授)副主编并编写第二篇第四章；

吕·凌(华中理工大学汉口分校讲师)编写第二篇第五、六章.

最后由邓成梁统稿定稿.

编者

1997年7月

目　　录

第一篇　线性代数

第二篇 概率论与数理统计

第三篇　线性规划

第一篇 线性代数

线性代数是基础数学的一个分支，主要研究矩阵、向量和向量空间、线性方程组、线性变换和二次型. 但是它的理论和方法在经济管理中有着广泛的应用，因为经济管理中的许多实际问题，其数学模型都可以用线性模型来表示，于是线性代数也是经济管理数学的一个重要组成部分. 本篇主要介绍在经济管理中常用的行列式、矩阵、n 维向量和线性方程组的解法.

第一章 行 列 式

行列式是在研究线性方程组求解时所建立起来的一种数学工具. 本章从二阶、三阶行列式出发，引出 n 阶行列式的概念，进而讨论行列式的性质和计算方法，最后给出求解 n 元线性方程组的克莱姆法则.

§1 二阶、三阶行列式

二元线性方程组的一般形式为

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2. \end{cases} \tag{1.1}$$

其中 a_{11}、a_{12}，a_{21}，a_{22}，b_1，b_2 为已知常数，x_1、x_2 为未知数. 用消元法将 x_2 消去，得

$$(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21})x_1 = b_1a_{22} - a_{12}b_2.$$

同理,消去 x_1,得

$$(a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21})x_2=a_{11}b_2-b_1a_{21}.$$

因此,当 $D=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\neq 0$ 时,有

$$x_1=\frac{b_1a_{22}-a_{12}b_2}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}},\quad x_2=\frac{a_{11}b_2-b_1a_{21}}{a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}}. \tag{1.2}$$

(1.2)式是二元线性方程组(1.1)的唯一解.

定义 1 将 4 个数 $a_{11},a_{12},a_{21},a_{22}$ 排成一个方表,并记为

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix},$$

称为**二阶行列式**. 它表示代数和 $a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$,即

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}. \tag{1.3}$$

并称横排为**行**,纵排为**列**,其中的每一个数称为**元素**. 二阶行列式含有 2 行 2 列共 4 个元素.

(1.3)式可以用下面的对角线法则来记忆,如图 1.1-1 所示.

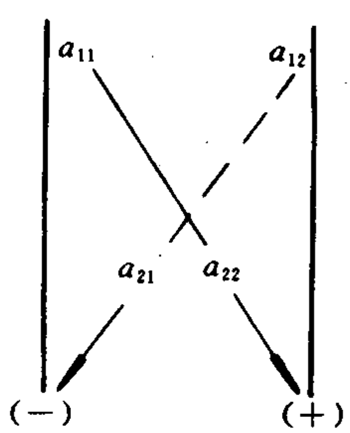

图 1.1-1

即实线(主对角线)联结的两个元素的乘积取"+"号,虚线(副对角线)联结的两个元素的乘积取"−"号,其代数和就是二阶行列式的值.

应用二阶行列式的定义,(1.2)式可表示为

$$x_1=\frac{D_1}{D},\quad x_2=\frac{D_2}{D}. \tag{1.4}$$

其中

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix},\quad D_1=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix},\quad D_2=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}.$$

并称 D 为方程组(1.1)的**系数行列式**,$D_i\ (i=1,2)$为方程组(1.1)关于 x_i 的**行列式**.

例 1 解线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 7; \\ x_1 - 3x_2 = -2. \end{cases}$$

解 $D = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = -7$， $D_1 = \begin{vmatrix} 7 & 1 \\ -2 & -3 \end{vmatrix} = -19$，

$$D_2 = \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = -11.$$

由公式(1.4)，得

$$x_1 = \frac{D_1}{D} = \frac{-19}{-7} = \frac{19}{7},\quad x_2 = \frac{D_2}{D} = \frac{-11}{-7} = \frac{11}{7}.$$

即为所求方程组的解.

对于三元线性方程组的一般形式

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2; \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases} \tag{1.5}$$

通过同样的讨论，有解

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{b_1a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}b_3+a_{13}b_2a_{32}-b_1a_{23}a_{32}-a_{12}b_2a_{33}-a_{13}a_{22}b_3}{a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}}, \\ x_2 &= \frac{a_{11}b_2a_{33}+b_1a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}b_3-a_{11}b_3a_{23}-b_1a_{21}a_{33}-a_{13}b_2a_{31}}{a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}}, \\ x_3 &= \frac{a_{11}a_{22}b_3+a_{12}b_2a_{31}+b_1a_{21}a_{32}-a_{11}b_2a_{32}-a_{12}a_{21}b_3-b_1a_{22}a_{31}}{a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}}. \end{aligned} \tag{1.6}$$

其中 $D=a_{11}a_{22}a_{33}+a_{12}a_{23}a_{31}+a_{13}a_{21}a_{32}-a_{11}a_{23}a_{32}-a_{12}a_{21}a_{33}-a_{13}a_{22}a_{31}\neq 0$. (1.6)式是三元线性方程组(1.5)的唯一解.

定义 2 将 9 个元素 $a_{11},a_{12},\cdots,a_{33}$ 排成一个方表，并记作

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

并称其为**三阶行列式**，它表示如下代数和

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32}$$

$$- a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{13}a_{22}a_{31}, \quad (1.7)$$

三阶行列式含有三行、三列共 9 个元素.

三阶行列式是 6 项的代数和，我们也可以用对角线法则来记忆(图 1.1-2). 其中主对角线上的三个元素的乘积取“+”号，副对角线上的三个元素的乘积取“-”号.

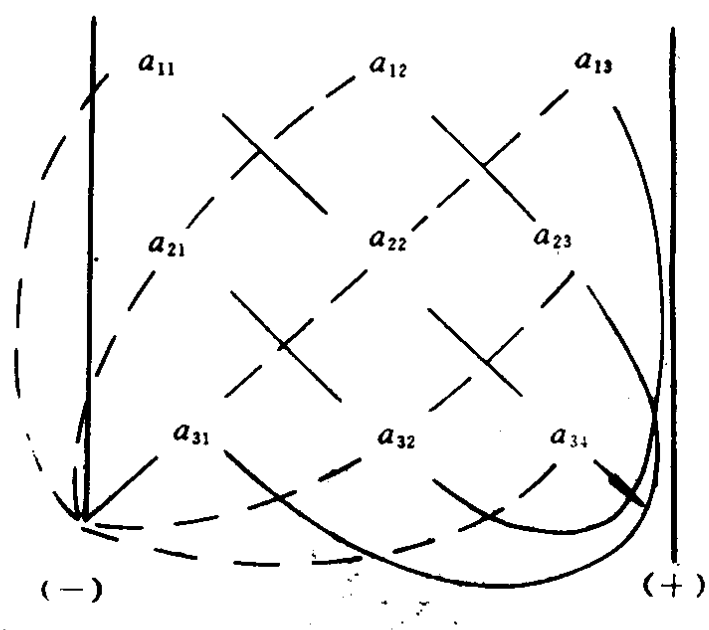

图 1.1-2

例 2 计算三阶行列式

$$D = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -4 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \end{vmatrix}.$$

解 由对角线法则知

$$\begin{aligned} D &= 2 \times 3 \times 5 + 1 \times 1 \times 2 + 2 \times (-4) \times 3 \\ &\quad - 2 \times 3 \times 1 - 1 \times (-4) \times 5 - 2 \times 3 \times 2 \\ &= 10. \end{aligned}$$

应用三阶行列式的定义，(1.6)式可以表示为

$$x_1=\frac{D_1}{D},\quad x_2=\frac{D_2}{D},\quad x_3=\frac{D_3}{D},\quad D\neq 0; \qquad (1.8)$$

其中

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},\quad D_1=\begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix},$$

$$D_2=\begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix},\quad D_3=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}.$$

并称 D 为方程组(1.5)的**系数行列式**，$D_i\,(i=1,2,3)$ 为方程组(1.5)关于 x_i 的**行列式**. 且 D_i 的构成方法是将 D 中的第 i 列换成方程组(1.5)的右端常数项，其余数据不变.

例 3 解三元线性方程组

$$\begin{cases} 2x_1-4x_2+x_3=1; \\ x_1-5x_2+3x_3=2; \\ x_1-x_2+x_3=-1. \end{cases}$$

解 先计算

$$D=\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}=-8,\quad D_1=\begin{vmatrix} 1 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}=11,$$

$$D_2=\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}=9,\quad D_3=\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}=6.$$

再由公式(1.8)得

$$x_1=-\frac{11}{8},\quad x_2=-\frac{9}{8},\quad x_3=-\frac{6}{8}=-\frac{3}{4}.$$

§2　n阶行列式

值得注意的是,前面提到的对角线法则只适用于二阶和三阶行列式,不能推广到高阶行列式.为了将二阶、三阶行列式的概念推广到 n 阶行列式,我们先介绍排列与逆序数的概念.

2.1　n级排列及其逆序数

定义 3　由自然数 $1,2,\cdots,n$ 组成的一个不重复的有序数组称为一个 n 级**排列**,n 级排列的总数为 $n!$ 个.

例如,4312 是一个四级排列,由 1,2,3,4 这四个数构成的四级排列的总数为 $4!=4\times3\times2\times1=24$ 个.

定义 4　在一个 n 级排列 $j_1j_2\cdots j_n$ 中,如果有较大的数 j_t 排在较小的数 $j_s(j_s<j_t)$ 的前面,则称 j_t 与 j_s 构成一个**逆序**.一个 n 级排列中,逆序的总数称为这个排列的**逆序数**,记作

$$N=N(j_1j_2\cdots j_n).$$

如果 N 为奇数,则称此排列为**奇排列**,N 为偶数,则称此排列为**偶排列**.

例如,四级排列 4312 的逆序数 $N(4312)=5$,故 4312 是一个奇排列,而 $N(3412)=4$,故 3412 是一个偶排列.

我们可以按照以下的方法计算逆序数:

$N(j_1j_2\cdots j_n)=j_1$ 后面比 j_1 小的数字的个数$+j_2$ 后面比 j_2 小的数字的个数$+\cdots+j_{n-1}$后面比 j_{n-1}小的数字的个数.

例如,$N=(35412)=2+3+2=7$,$N(32514)=2+1+2=5$.

定理 1　将一个排列中的任意两个数调换位置,则它的逆序数改变奇偶性.

证　分两种情况证明:

(1) 调换相邻两数

如果仅有相邻两数调换位置，而其余的数位置不变，显然在该排列中，除了经过调换的两数顺序变了，其它数的顺序并没有变，若调换的两数原来为自然顺序，经过调换后，这两数将构成一个逆序，故总的逆序数增加 1；若调换的两数原来为逆序，经过调换后，这两数就变成顺序了，故总的逆序数减少 1. 总之，不论出现哪种情况，调换相邻两数，都改变了排列的奇偶性.

(2) 调换任意两数

不妨设 a 与 b 之间有 q 个数. 先将 a 和后面的 q 个数调换，则经过 q 次调换到 b 的前面. 然后再将 b 与 a 和前面的 q 个数调换，这样经过 $q+1$ 次调换，使得 b 在原来 a 的位置上，而 a 在原来 b 的位置上，这样一共作了 $2q+1$ 次调换. 所以，a 与 b 换位改变了逆序数的奇偶性.

2.2 n 阶行列式的概念

观察由(1.7)式所表示的三阶行列式，可以总结出如下规律：

(1) 三阶行列式中的每一项是由取自不同行和不同列的 3 个元素的乘积构成；

(2) 三阶行列式中的每一项都带有一定的符号，其决定的方法是：设这三个元素的第一个下标分别为 1，2，3 时，则一般项可以表示为下列三个数的乘积

$$a_{1j_1}a_{2j_2}a_{3j_3},$$

其中 $j_1j_2j_3$ 为 1，2，3 这 3 个数组成的一个 3 级排列. 其逆序数为

$$N(j_1j_2j_3).$$

显然，当 N 为偶数时，该项取"＋"号，为奇数时，该项取"－"号. 故三阶行列式的一般项又可写成

$$(-1)^{N(j_1j_2j_3)}a_{1j_1}a_{2j_2}a_{3j_3}.$$

(3) 三阶行列式的项数由 3 级排列 $(j_1j_2j_3)$ 的总数确定，即共有 $3!=6$ 项.