

OLYMPIC TEST PAPERS OF
MATHEMATICS IN STORAGE

(2)

数学奥林匹克题库

KEY TO TEST PAPERS OF MATH
COMPETITIONS OF HIGH SCHOOL
STUDENTS OF AMERICA

美国中学生数学竞赛题解



新蕾出版社

OLYMPIC TEST PAPERS OF
MATHEMATICS IN STORAGE

数学奥林匹克题库

(2)

美国中学生数学竞赛题解

数学奥林匹克题库编译小组

新 蕾 出 版 社

责任编辑：胡晓光

数学奥林匹克题库
美国中学生数学竞赛题解(二)
数学奥林匹克题库编辑小组

•
新 华 出 版 社 出 版

河北省滦县印刷厂印刷
新华书店天津发行所发行

开本850×1168毫米 1/32 印张8.625 插页1 字数190,000
1991年6月第1版 1991年6月第1次印刷

印数:1—18,000

ISBN 7-5307-0754-x/G·405(Ⅱ)

定 价: 3.45元

努力
常占
鰲魚
頭取

陳省身題



《数学奥林匹克题库》编印出版，
我以为将起直接和间接两层作用。

直接作用是：提高我国青少年数学爱好者的解题能力，促进国内数学竞赛活动，有助于我国在国际竞赛中保持优势。

间接作用是：提高我国青少年科学爱好者科学思维能力，促进科学队伍后备力量成长，有助于我国日后四化建设。

吴大任

1990.4.5.

在第三十届国际奥林匹克中学数学竞赛中，我国取得了团体冠军。这是科技领域中具有深远意义的“零的突破”，值得我们热烈欢呼。有充分理由相信今后在科技的其它领域中将会取得越来越多的世界冠军。希望《数学奥林匹克题库》在这过程中将起到它应有的作用。

胡国定 1990年3月10日

前 言

体育奥林匹克作为一种运动，是力量、灵活与美的竞赛；数学奥林匹克作为一种数学竞赛，也是数学上的力量、灵活与美的竞争。

1985年，我国首次派两名高中学生参加国际数学奥林匹克（IMO）这个世界上规模和影响最大的学科竞赛，获得一枚铜牌；1986年，我国派出六名学生组成的代表队，获金牌三枚，银牌和铜牌各一枚；1987年，获金牌、银牌和铜牌各两枚；1988年，获金牌两枚，银牌四枚，总分第二；1989年，获金牌四枚，银牌两枚，总分高居第一，这是亚洲国家第一次获得这项冠军。1990年IMO在我国首都举行。这也是第一次在亚洲国家举行IMO。这些令人瞩目的成绩，一系列振奋人心的消息，激励着我们每个数学工作者和中学生，也将为增强与世界各国人民的友谊，促进我国科学与教育事业的发展，提高民族自信心起到促进作用。

数学奥林匹克越来越成为中学生课外生活中有强大吸引力的活动，我国各地数学奥林匹克学校纷纷建立，各中学校数学课外小组活跃异常，许多还是小学生、初中生就跃跃欲试，渴望以数学竞赛的优异成绩杀向全中国，走向世界。

在国内，数学竞赛有：华罗庚金杯少年数学邀请赛；全国初中数学联赛；全国高中数学联赛；全国中学生数学冬令营等。在国际上，有国际数学奥林匹克；还有苏联、美国、罗马尼亚、匈牙利等国的数学竞赛。许多数学工作者、学生都想了解竞赛，了

解竞赛的试题，知道这些题如何去解。《数学奥林匹克题库》正是应这方面的需求出版的。

《数学奥林匹克题库》汇集了国内外重大数学竞赛的试题和解答。这些竞赛试题构思独特，新颖别致，灵活深邃，内容广，内涵深。解这些题，不仅需较扎实的基础知识和基本技能，也需要灵活的思维和坚强的毅力。因此，常以竞赛题进行训练，就可较快地提高数学水平，对于那些有志于参加数学竞赛的中学生来说，做竞赛题更是不可少的训练环节。

《数学奥林匹克题库》为全国的中学数学教师服务，为全国的数学爱好者服务，为全国的数学奥林匹克服务，为各中学的数学课外小组服务，为支持子女学好数学的家长服务，为一切关心数学奥林匹克的人士服务。

目 录

关于美国中学生数学竞赛.....	(1)
美国数学奥林匹克竞赛试题及解答.....	(试题)(解答)
第一届(1972年).....	(7)(26)
第二届(1973年).....	(8)(33)
第三届(1974年).....	(9)(40)
第四届(1975年).....	(10)(46)
第五届(1976年).....	(11)(52)
第六届(1977年).....	(12)(57)
第七届(1978年).....	(13)(62)
第八届(1979年).....	(14)(68)
第九届(1980年).....	(15)(74)
第十届(1981年).....	(15)(83)
第十一届(1982年).....	(16)(89)
第十二届(1983年).....	(17)(98)
第十三届(1984年).....	(18)(105)
第十四届(1985年).....	(19)(112)
第十五届(1986年).....	(20)(121)
第十六届(1987年).....	(21)(127)
第十七届(1988年).....	(22)(137)
第十八届(1989年).....	(23)(141)
第十九届(1990年).....	(24)(146)

美国数学邀请赛试题及解答.....	(试题)	(解答)
第一届 (1983年)	(155)	(174)
第二届 (1984年)	(157)	(182)
第三届 (1985年)	(159)	(193)
第四届 (1986年)	(162)	(206)
第五届 (1987年)	(164)	(217)
第六届 (1988年)	(167)	(228)
第七届 (1989年)	(169)	(240)
第八届 (1990年)	(172)	(251)

TABLE OF CONTENTS

On Math Competitions Of American High School
Students

Test and keys of American Olyinpies Math Compet
itions

	(Test)	(Key)
1 st (1972)	(7)	(26)
2 nd (1973)	(8)	(33)
3 rd (1974)	(9)	(40)
4 th (1975)	(10)	(46)
5 th (1976)	(11)	(52)
6 th (1977)	(12)	(57)
7 th (1978)	(13)	(62)
8 th (1979)	(14)	(68)
9 th (1980)	(15)	(74)
10th (1981)	(15)	(83)
11sh (1982)	(16)	(89)
12nd (1983)	(17)	(98)
13rd (1984)	(18)	(105)
14th (1985)	(19)	(112)
15th (1986)	(20)	(121)
16th (1987)	(21)	(127)
17th (1988)	(22)	(137)

18th (1989)	(23)	(141)
19th (1990)	(24)	(146)

Tests and keys of American Math Invitational Tournament

ament

	(Test)(Key)	
1 st (1983)	(155)	(174)
2 nd (1984)	(157)	(182)
3 rd (1985)	(159)	(193)
4 th (1986)	(162)	(206)
5 th (1987)	(164)	(217)
6 th (1988)	(167)	(228)
7 th (1989)	(169)	(240)
8 th (1990)	(172)	(251)

关于美国中学生数学竞赛

美国的中学生数学竞赛目前有三个层次。现作简单介绍。

美国高中数学考试 (AHSME)

美国高中数学考试是由美国数学会等组织联合举办的数学竞赛。AHSME从1950年开始,到1957年已纳入国家方案,发展成全美国的数学竞赛。现在除美国外,加拿大、澳大利亚等国都参加了这个竞赛,AHSME已成为国际性的中学数学竞赛。从1983年,我国北京、上海,1986年天津市先后参加了AHSME。现在全世界已有40万左右的中学生参加了这项竞赛。每年我国收到美国数学会寄来的英文试卷后,由参赛的城市各自译成中文,按期组织竞赛。

AHSME完全采用选择题形式,题目的覆盖面较广,设计精细,提问简洁、巧妙。试卷的前部分是有关数学的基本概念及简单技巧的训练,而后部分试题则是数学的应用和计算技巧的测试,颇有竞赛的味道。

AHSME在每年的二、三月举行,竞赛规定时间一个半小时,考题从1974年改为30题,每题都有5个供选择的答案,其中有一个且仅有一个是正确的。评分方法比较独特,从1986年,参赛者每答对一题得5分,答错一题得0分,不答一题得2分,满分为150分。

1982年前,AHSME每年选出100名左右选手参加美国数学奥林匹克竞赛,因此,美国高中数学考试也是数学奥林匹克竞赛的资格赛。由于AHSME全部采用选择题形式,故存在某些局限性

和不足。于是，从1983年起，在美国高中数学考试与美国数学奥林匹克竞赛之间，增加了一个美国数学邀请赛（AIME）。

凡是每年在美国高中数学考试中得到规定分数的考生（从1986年起为100分）都可以被邀请参加在AHSME考试后约一个月左右举行的美国数学邀请赛。

美国高中数学考试到1990年已举行41届。本书《美国中学生数学竞赛题解（一）》收集了1950~1990年这41届竞赛的全部试题和答案。

美国数学邀请赛（AIME）

美国数学邀请赛是由美国数学会组织命题。试题涉及的范围广泛，新颖别致。要求考生必须具有一定的逻辑推理能力，灵活思维能力和空间想象能力。试题有一定梯度，一般的前几题较容易，而后面的题则难度较大。每年的试卷是15道简答（填空）题，每题的答案都是不超过999的正整数。要求考生在两个半小时（有时三小时）内完成。凡在AIME中得8分以上（即答对8题以上）者将取得公认的美国数学邀请赛证书。在AIME中的优胜者，才能被邀请参加两个月后举行的美国数学奥林匹克竞赛。

美国数学邀请赛到1990年已举行8届，本书《美国中学生数学竞赛题解（二）》收集1983~1990年这8届的全部试题和详细、精炼的解答。

美国数学奥林匹克竞赛（USAMO）

美国数学奥林匹克竞赛是数学能力和智慧的角逐，其难度和灵活程度都是较高的，因此在国际上也是有相当影响的数学竞赛。

美国数学奥林匹克竞赛在每年的4月底或5月初举行，每次竞赛有5道试题。要求考生在三个半小时内完成。美国每年由USAMO中的优胜者进行数学奥林匹克训练，最后选拔出6名学

生作为美国国家队队员，参加国际数学奥林匹克竞赛。

美国数学奥林匹克竞赛已举行了19届。本书《美国中学生数学竞赛题解（二）》收集了这个竞赛从1972~1989年这18届竞赛的全部试题及精解。

美国中学生数学竞赛具有一定的广泛性，层次性；从题型上看，从30道选择题，到15道简答题，再到5道综合题；从程度上看，既照顾到一般水平的学生，也注意到较高水平学生；从选拔程序看，是一个宝塔形。

我们对美国中学数学竞赛的试题和解答进行了收集整理，一些题目又重新做了解答或增加了新的解法。汇编成了《美国中学生数学竞赛题解（一）》，内容包括“美国高中数学考试”的全部试题和答案；《美国中学生数学竞赛题解（二）》，内容包括了“美国数学邀请赛”和“美国数学奥林匹克竞赛”的全部试题和解答。

此外，“美国初中数学竞赛（AJHSME）”，考题是25道选择题，规定在40分时间内完成。AJHSME从1985年起至今，已举办了5届。

美国数学奥林匹克竞赛 试题及解答