

奥林匹克数学教程

总主编
单 樽 熊 斌

· 五年级 ·

本册主编 胡大同



华东师范大学出版社

总主编 单 增 熊 斌

奥数教程

• 五年级 •

本册主编 胡大同

参 编 者 王博程 胡大同

华东师范大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

奥数教程. 五年级/胡大同主编. —上海: 华东师范大学出版社, 2000. 11

ISBN 7-5617-2311-3

I. 奥... I. 胡... III. 数学课-小学-教学参考资料 N. G624. 503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 48991 号

奥数教程

· 五年级 ·

总主编 单增熊 斌

策划组稿 倪明 宋维锋

本册主编 胡大同

责任编辑 郑其天 倪明

封面设计 高山

版式设计 蒋克

出版发行 华东师范大学出版社

市场部 电话 021-62865537

传真 021-62860410

社址 上海市中山北路 3663 号

邮编 200062

<http://www.ecnupress.com.cn>

印刷者 江苏省宜兴市印刷二厂

开本 890×1 240 32 开

印张 7.625

字数 200 千字

版次 2000 年 11 月第一版

印次 2001 年 9 月第七次

书号 ISBN 7-5617-2311-3/G · 1087

定价 9.00 元

出版人 朱杰人

(如发现本版图书有印订质量问题,请寄回本社市场部调换或电话联系 62865537)

开展竞赛学好数学
增进友谊共同提高

青少年数学爱好者留念

王元 二〇〇〇年七月



中国数学奥林匹克委员会主席、中国科学院
王元院士致青少年数学爱好者

前 言

据说在很多国家,特别是美国,孩子们害怕数学,把数学作为“不受欢迎的学科”。

但在中国,情况很不相同,很多少年儿童喜爱数学,数学成绩也都很好。

的确,数学是中国人擅长的学科。如果在美国的中小学,你见到几个中国学生,那么全班数学的前几名就非他们莫属。

在数(shǔ)数(shù)阶段,中国儿童就显出优势。

中国人能用一只手表示1~10,而很多国家非用两只手不可。

中国人早就有位数的概念,而且采用最方便的十进制(不少国家至今还有12进制,60进制的残余)。

中国文字都是单音节,易于背诵。例如乘法表,学生很快就能掌握。再“傻”的人也都知道“不管三七二十一”。但外国人,一学乘法,头就大了。不信,请你用英语背一下乘法表,真是佶屈聱牙,难以成诵。

圆周率 $\pi = 3.14159\cdots$ 。背到小数后五位,中国人花一两分钟就够了。可是俄国人为了背这几个数字,专门写了一首诗,第一句三个单词,第二句一个,……要背 π 先背诗,我们看来简直自找麻烦,可他们还作为记忆的妙法。

四则运算应用题及其算术解法,也是中国数学的一大特色。从很古的时候开始,中国人就编了很多应用题,或联系实际,或饶有兴趣,解法简洁优雅,机敏而又多种多样,有助于提高学生学习兴趣,启迪学生智慧。例如:

“一百个和尚分一百个馒头,大和尚一个人吃三个,小和尚三个人吃一个,问有几个大和尚,几个小和尚?”

外国人多半只会列方程解. 中国人却有多种算术解法, 如将每个大和尚“变”成 9 个小和尚, 100 个馒头表明小和尚是 300 个. 多出 200 个和尚, 是由于每个大和尚变小和尚, 多变出 8 个人. 从而 $200 \div 8 = 25$ 即是大和尚人数. 小和尚自然是 75 人. 或将一个大和尚与 3 个小和尚编成一组, 平均每人吃一个馒头. 恰好与总体的平均数相等. 所以大和尚与小和尚这样编组后不多不少, 即大和尚是 $100 \div (3 + 1) = 25$ 人.

中国人善于计算, 尤其善于心算. 古代还有人会用手指帮助计算(所谓“掐指一算”). 同时, 中国很早就有计算的器械, 如算筹、算盘. 后者可以说是计算机的雏形.

在数学的入门阶段——算术的学习中, 我国的优势显然, 所以数学往往是我国聪明的孩子喜爱的学科.

几何推理, 在我国古代并不发达(但关于几何图形的计算, 我国有不少论著), 比希腊人稍逊一筹. 但是, 中国人善于向别人学习. 目前我国中学生的几何水平, 在世界上遥遥领先. 曾有一个外国教育代表团来到我国一个初中班, 他们认为所教的几何内容太深, 学生不可能接受. 但听课之后, 不得不承认这些内容中国的学生不但能够理解, 而且掌握得很好.

我国数学教育成绩显著. 在国际数学竞赛中, 我国选手获得众多奖牌, 就是最有力的证明. 当代著名数学家陈省身先生对此特别赞赏. 他说: “今年一件值得庆祝的事, 是中国在国际数学竞赛中获得第一. ……去年也是第一名.” (陈省身 1990 年 10 月在台湾成功大学的讲演《怎样把中国建为数学大国》)

陈省身先生还预言: “中国将在 21 世纪成为数学大国.”

成为数学大国, 当然不是一件容易的事, 不可能一蹴而就, 它需要坚持不懈的努力. 我们编写这套丛书, 目的就是:

1. 进一步普及数学知识, 使数学为更多的青少年喜爱, 帮助他们取得好的成绩.
2. 使喜爱数学的同学得到更好的发展, 通过这套丛书, 学到更多的知识和方法.

“天下大事, 必作于细.” 我们希望, 而且相信, 这套丛书的出版,

在使我国成为数学大国的努力中,能起到一点作用.

著名数学家、中国科学院院士、中国数学奥林匹克委员会主席王元先生担任本丛书顾问,并为青少年数学爱好者题词.我们表示衷心的感谢.

还要感谢华东师范大学出版社及倪明先生,没有他们,这套丛书不可能很快问世.

本丛书从小学三年级至高中三年级共 10 册.本册为五年级,由胡大同主编.

单 增 熊 斌

2000 年 8 月

目 录

第一讲	小数的运算	1
第二讲	括号和分配律	8
第三讲	部分平均和全体平均	13
第四讲	平面图形的周长	22
第五讲	环形道路上的行程问题	28
第六讲	周期问题	39
第七讲	鸡兔同笼问题	49
第八讲	牛吃草问题	57
第九讲	逻辑推理问题	70
第十讲	画示意图	83
第十一讲	平面图形的面积	94
第十二讲	三角形的等积变形	106
第十三讲	格点与面积	118
第十四讲	整数的整除	126
第十五讲	质数与合数	134
第十六讲	分解质因数	139
第十七讲	最大公约数与最小公倍数	148
第十八讲	抽屉原理	161
第十九讲	分类	170
第二十讲	换一个角度考虑问题	179
第二十一讲	定义新运算	189
第二十二讲	十进制和二进制	196

综合测试题(一).....	205
综合测试题(二).....	207
练习题解答与提示.....	209

第一讲 小数的运算

一、知识要点和基本方法

1. 小数加法、减法、乘法、除法的运算法则(请读者见小学教材).

2. 运算定律:

(1) 加法交换律: $a + b = b + a$;

(2) 加法结合律: $(a + b) + c = a + (b + c)$;

(3) 乘法交换律: $a \times b = b \times a$;

(4) 乘法结合律: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$.

3. 加、减、乘、除混合运算的运算顺序(请读者见小学教材).

4. 积不变性质:若一个因数扩大若干倍,另一个因数缩小相同倍数,则积不变.

5. 商不变性质:若被除数和除数同时乘以或除以相同的数(除零外),则商不变.

6. 补数定义:如果两数的和恰好能凑成 10, 100, 1 000, ..., 那么,就把其中一个数叫做另一个数的补数,且这两个数互为补数.

7. 利用补数定义可得到速算方法:在计算 n 个数相加时,运用加法交换律、结合律,把互为补数的两数相加,然后,再把所得的和相加.

二、例题精讲

例 1 若把 0.000 000 12 简单记作 $0.\underbrace{00\cdots0}_{6\text{个}0}12$, 现有下面三个

小数:

$$a = \underbrace{0.00\cdots012}_{99\text{个}0}, \quad b = \underbrace{0.00\cdots025}_{100\text{个}0}, \quad c = \underbrace{0.00\cdots08}_{101\text{个}0},$$

试计算 $a \div (b \times c) - (a - b)$.

解 第一步:求 $b \times c$ 和 $a - b$.

根据乘积的小数点的位数等于各个乘数的小数点的位数之和的方法,得

$$\begin{aligned} b \times c &= \underbrace{0.00\cdots025}_{100\text{个}0} \times \underbrace{0.00\cdots08}_{101\text{个}0} \\ &= \underbrace{0.00\cdots02.}_{201\text{个}0} \end{aligned}$$

根据两个小数的减法法则,可知:

$$\begin{aligned} a - b &= \underbrace{0.00\cdots012}_{99\text{个}0} - \underbrace{0.00\cdots025}_{100\text{个}0} \\ &= \underbrace{0.00\cdots095.}_{100\text{个}0} \end{aligned}$$

第二步:求 $a \div (b \times c)$.

根据小数的除法法则, a 和 $b \times c$ 的小数点同时向右移 202 位,得

$$\underbrace{1\ 200\cdots0}_{101\text{个}0} \div 2 = \underbrace{600\cdots0.}_{101\text{个}0}$$

第三步:求 $a \div (b \times c) - (a - b)$.

$$\begin{aligned} a \div (b \times c) - (a - b) &= \underbrace{600\cdots0.}_{101\text{个}0} - \underbrace{0.00\cdots095.}_{100\text{个}0} \\ &= \underbrace{599\cdots9.99\cdots905.}_{101\text{个}9\ 100\text{个}9} \end{aligned}$$

例 2 把下列各题中的“ $\otimes$ ”换成适当的数字,并确定原来被乘数和被除数的小数点的位置.

$$\begin{array}{r}
 (1) \quad \begin{array}{r} \textcircled{\times} \textcircled{\times} 5 \\ \times \textcircled{\times} \textcircled{\times} . \textcircled{\times} \\ \hline 2 \textcircled{\times} \textcircled{\times} \\ \textcircled{\times} \textcircled{\times} \textcircled{\times} \\ \hline 1 \textcircled{\times} \textcircled{\times} . 3 \ 0 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (2) \quad \begin{array}{r} \textcircled{\times} 8 . \textcircled{\times} \textcircled{\times} \\ 1 . \textcircled{\times} \overline{) \textcircled{\times} \textcircled{\times} \textcircled{\times} \textcircled{\times} \textcircled{\times} \textcircled{\times} } \\ \underline{\textcircled{\times} 0} \\ \textcircled{\times} 7 \\ \underline{\textcircled{\times} \textcircled{\times}} \\ \textcircled{\times} \textcircled{\times} \textcircled{\times} \\ \underline{\textcircled{\times} \textcircled{\times} \textcircled{\times}} \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

分析 (1) 由末尾是 $1\textcircled{\times}\textcircled{\times}.30$ 可以推得 $2\textcircled{\times}\textcircled{\times}$ 为 230 , $\textcircled{\times}\textcircled{\times}5$ 为 11.5 , 又由上可推知 $\textcircled{\times}\textcircled{\times}.\textcircled{\times}$ 为 10.2 .

(2) 由商的个位上是 8 和 $\textcircled{\times}0$, 可推出除数 $1.\textcircled{\times}$ 为 1.2 , 且商的首位上是 5 , 被除数的首位上是 6 , 即可知 $\textcircled{\times}0$ 为 60 , 因为 $12 \times 8 = 96$, 所以 $\textcircled{\times}\textcircled{\times}$ 为 96 , $\textcircled{\times}7$ 为 97 , 由除法的最后一步即知 $1\textcircled{\times}\textcircled{\times}$ 为 12 的倍数, 所以 $1\textcircled{\times}\textcircled{\times}$ 为 $12 \times 9 = 108$.

$$\begin{array}{r}
 \text{解 (1)} \quad \begin{array}{r} 11.5 \\ \underline{10.2} \\ 230 \\ 115 \\ \hline 117.30 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 (2) \quad \begin{array}{r} 58.09 \\ 1.2 \overline{) 69.708} \\ \underline{60} \\ 97 \\ \underline{96} \\ 108 \\ \underline{108} \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

例3 计算:

$$72.19 + 6.48 + 27.81 - 1.38 - 5.48 - 0.62.$$

分析 注意到 72.19 与 27.81 和为 100 , 可应用加法交换律和补数定义, 将这两个数先相加凑成整百; 同时可知 1.38 与 0.62 相加可凑成整数 2 ; 6.48 与 5.48 相减可凑成整数 1 , 所以应用交换律和结合律能计算得本题的结果.

$$\text{解} \quad 72.19 + 6.48 + 27.81 - 1.38 - 5.48 - 0.62$$

$$\begin{aligned}
&= (72.19 + 27.81) + (6.48 - 5.48) - (1.38 + 0.62) \\
&= 100 + 1 - 2 \\
&= 99.
\end{aligned}$$

评析 在小数加减法中,应用补数定义“凑整”可将“能凑成整十,整百,……的两数先相加或相减,以达到凑整简化运算的目的”。

例4 计算: $5.6 \times 16.5 \div 0.7 \div 1.1$.

分析 注意到 $5.6 \div 0.7$ 运用商不变的性质,将被除数和除数都扩大 10 倍变为 $56 \div 7$; 同理 $16.5 \div 1.1$ 可变成 $165 \div 11$, 于是可迅速得到结果。

$$\begin{aligned}
\text{解} \quad &5.6 \times 16.5 \div 0.7 \div 1.1 \\
&= (5.6 \div 0.7) \times (16.5 \div 1.1) \\
&= (56 \div 7) \times (165 \div 11) \\
&= 8 \times 15 \\
&= 120.
\end{aligned}$$

例5 计算:

$$1.25 \times 67.875 + 125 \times 6.7875 + 1250 \times 0.053375.$$

分析 注意到相加的三个乘积中分别有因数 1.25、125 和 1250, 因此想到利用“积不变”的性质:

将 125×6.7875 变成 1.25×678.75 ;

将 1250×0.053375 变成 1.25×53.375 ;

于是三个积有公因数 1.25;

再注意到 67.875、678.75 和 53.375 三数相加又可凑整, 于是可将变型后的公因数 1.25 提取就能方便于计算了。

$$\begin{aligned}
\text{解} \quad &1.25 \times 67.875 + 125 \times 6.7875 + 1250 \times 0.053375 \\
&= 1.25 \times 67.875 + 1.25 \times 678.75 + 1.25 \times 53.375 \\
&= 1.25 \times (67.875 + 678.75 + 53.375)
\end{aligned}$$

$$= 1.25 \times 800$$

$$= 1000.$$

例6 计算： $(1 + 0.23 + 0.34) \times (0.23 + 0.34 + 0.65) - (1 + 0.23 + 0.34 + 0.65) \times (0.23 + 0.34)$.

分析 此题表面看，数多，运算麻烦，一时无从下手。但认真观察一下题中每一个数就会发现，算式中只有四个不同的数 1, 0.23, 0.34, 0.65, 且有两个重复出现的式子： $0.23 + 0.34$ 和 $0.23 + 0.34 + 0.65$. 如果将这两个式子分别用一个字母代替，经过变型后，便有可能相互抵消，使算式变得很简单.

解 设 $x = 0.23 + 0.34$, $y = 0.23 + 0.34 + 0.65$,

$$\text{则原式} = (1 + x) \times y - (1 + y) \times x$$

$$= y + x \times y - x - y \times x$$

$$= y - x$$

$$= 0.23 + 0.34 + 0.65 - 0.23 - 0.34.$$

$$= 0.65.$$

说明 本例所用方法实际上是把 $0.23 + 0.34$ 和 $0.23 + 0.34 + 0.65$ 分别看成一个整体，并用字母 x, y 分别表示这两个整体，再进行整体处理.

小数四则运算中的巧妙算法有很多，值得注意的是，要想达到巧算的目的，必须熟练两项基本功.

1. 能够迅速、准确地找到题目中各个数的特点，以便选择最恰当的计算方法.

2. 对知识要点所列的基本知识要能灵活运用.

在第二讲，“括号和分配律”当中，还会看到更多的巧妙算法.

练习 题

A 组

1. 将题中“△”换成适当的数字,并确定原来被乘数小数点的位置.

$$\begin{array}{r}
 \triangle \triangle 5 \\
 \times) \quad \triangle \triangle . \triangle \\
 \hline
 2 \triangle \triangle \\
 \triangle \triangle \triangle \\
 \hline
 1 \triangle \triangle . 3 \quad 0
 \end{array}$$

2. 下列四个商中,最大的是谁?

(1) $3.031 \div 0.08$;

(2) $3\ 031 \div 8$;

(3) $3\ 031 \div 0.8$;

(4) $3.031 \div 0.8$.

3. 计算: $176.2 + 348.3 + 42.47 + 252.5 + 382.23$.

4. 计算: $(6.4 \times 7.5 \times 8.1) \div (3.2 \times 2.5 \times 2.7)$.

5. 计算: $15.37 \times 7.88 - 9.37 \times 7.38 + 1.537 \times 21.2 - 93.7 \times 0.262$.

6. 计算: $1.25 \times 17.6 + 36 \div 0.8 + 2.64 \times 12.5$.

B 组

1. 把下列除法算式中的“△”所表示的数字写出来,并确定被除数.

$$\begin{array}{r}
 \triangle \ 8 \ \triangle \ 7 \\
 \triangle \triangle \triangle) \triangle \triangle \triangle \triangle \triangle \triangle \\
 \underline{\triangle \triangle \triangle} \\
 \triangle \triangle \\
 \underline{\triangle \triangle} \\
 \triangle \triangle \\
 \underline{\triangle \triangle} \\
 \triangle \triangle \\
 \underline{\triangle \triangle} \\
 0
 \end{array}$$

第二讲 括号和分配律

一、知识要点和基本方法

1. 在“+”号后面添括号、或去括号,括号内的“+”、“-”符号都不变.

2. 在“-”号后面添括号、或去括号,括号内的“+”、“-”符号都改变.其中“+”号变成“-”号、“-”号变成“+”号.

3. 在“ $\times$ ”号后面添括号、或去括号,括号内的“ $\times$ ”、“ $\div$ ”符号都不变.(注意此时括号内不能有加减运算).

4. 在“ $\div$ ”号后面添括号、或去括号,括号内的“ $\times$ ”、“ $\div$ ”符号都改变.其中“ $\times$ ”号变为“ $\div$ ”,“ $\div$ ”号变为“ $\times$ ”(注意此时括号内不能有加减运算).

5. 乘法对加法的分配律

设 a 、 b 、 c 三个数,如果 a 与 $(b + c)$ 进行乘法,则有

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c.$$

6. 乘法对减法的分配律

设 a 、 b 、 c 三个数,如果 a 与 $(b - c)$ 进行乘法,则有

$$a \times (b - c) = a \times b - a \times c.$$

注意:(1) 由于加法具有交换律,所以在乘法对加法的分配律中,相加的两数 b 与 c 可以交换位置,即

$$a \times (b + c) = a \times (c + b) = a \times c + a \times b.$$

(2) 由于减法没有交换律,所以在乘法对减法的分配律中,被减数 b 和减数 c 不可以交换位置,即