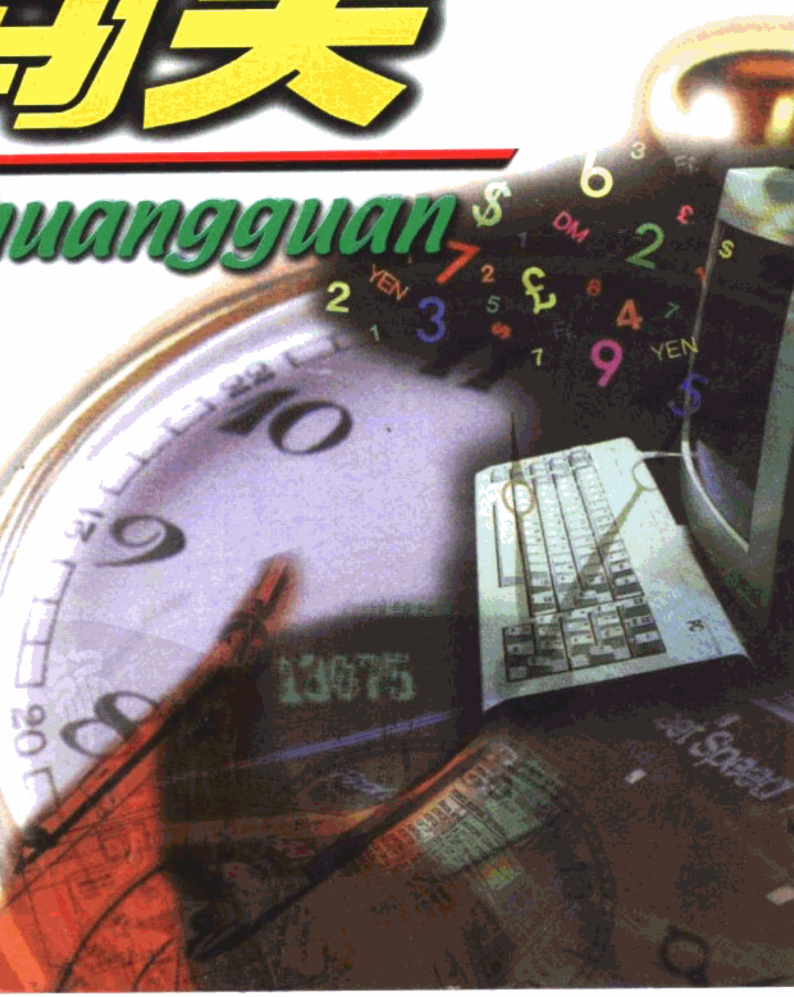
SHUXUE

"3+X" 数学

高考闯关

Gaokao chuangguan



● 名校名师导引
高考闯关不难
● 重点难点跨越
清华北大梦圆

山东教育出版社

目　　录

图书在版编目(CIP)数据

高考闯关·数学/刘长春等主编.一济南:山东教育出版社,2000

ISBN 7-5328-3261-9

Ⅰ.高… Ⅱ.刘… Ⅲ.数学课-高中-升学参考资料 Ⅳ.G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第74818号

高考闯关·数学

主　编　刘长春　杨本春

副主编　任青峰　耿成阳

编　委　潘卫东　周德刚

宋中佳　侯光坤

牟忠刚　王新开

张永波　董丽琴

颜士锋

出版者:山东教育出版社

(济南市纬一路321号　邮编:250001)

电　话:(0531)2023919　传真:(0531)2050104

网　址:http://www.sjs.com.cn

发行者:山东教育出版社

印　刷:荣成市三星印刷有限公司

版　次:2000年12月第1版　2001年9月第2版

2001年9月第2次印刷

规　格:787mm×1092mm 16开本

印　张:16.25印张

字　数:372千字

书　号:ISBN7—5328—3261—9/G·2951

定　价:15.20元

上篇　高考数学命题走向与复习策略

近几年，高考命题改革来势凶猛，势不可挡．对于从事高三数学复习教学的教师和准备应考的同学来说，十分需要了解和把握如下几个问题：在近几年中，高考数学科《考试说明》有哪些重要变动？高考数学试题发生了哪些变化？高考数学命题的走向又是怎样的？了解这些问题，对于正确把握复习方向，调整自己的复习策略，提高复习效率将是十分有益的．

考试说明的演变

《考试说明》是高考命题的依据，是考生应考复习的指南．自国家考试命题中心制定《考试说明》以来，虽然年年进行修订，但多是小修小补，变化不大．只是到了1997年，为适应高考改革的需要，对考试内容的知识要求和能力要求作了具体界定和说明，现摘录如下：

1. 知识要求

对知识的要求由低到高分为三个层次，依次是了解、理解和掌握、灵活和综合运用，且高一级的层次要求包含低一级的层次要求．

(1)了解：要求对所列知识内容有初步的、感性的认识，知道有关内容，并能在有关的问题中直接应用．

(2)理解和掌握：要求对所列知识内容有较深刻的理性认识，能够解释、举例或变形、推断，并能利用知识解决有关问题．

(3)灵活和综合运用：要求系统地掌握知识的内在联系，能运用所列知识分析和解决较为复杂的或综合性的问题．

2. 能力要求

(1)逻辑思维能力：会对问题或资料进行观察、比较、分析、综合、抽象与概括；会用演绎、归纳和类比进行判断与推理；能准确、清晰、有条理地进行表述．

(2)运算能力：会根据概念、公式、法则对数、式、方程进行正确的运算和变形；能分析条件，寻求与设计合理、简捷的运算途径；能根据要求对数据进行估计，并能进行近似计算．

(3)空间想像能力：能根据条件画出正确的图形，根据图形想像出直观形象；能正确地分析出图形中基本元素及其相互关系；能对图形进行分解、组合与变形．

(4)分析和解决问题的能力：能阅读、理解陈述的材料；能综合应用所学数学知识、思想和方法解决问题，包括解决具有实际意义的以及相关的学科、生产、生活中的数学问题，并能用数学语言正确地加以表述．

2001年的《考试说明》又在1999年版的基础上作了进一步的修订，在考试内容中，针对知识和能力的考查特别强调了下述注意事项：

(1)重点知识考查时要保持较高的比例，并达到必要的深度，构成数学试题的主体．学科的内在联系，包括代数、立体几何、平面解析几何三个分科之间的相互联系及在各自发展过程中，各部分知识间的纵向联系．知识的综合性，则是从学科的整体高度考虑问题，在知识网络交汇点设计试题．

(2)对于数学思想和方法的考查必然要与数学知识的考查结合进行．考查时，要从学科整体意义和思想含义上立意，注意通性通法，淡化特殊技巧．

(3)对能力的考查，以逻辑思维能力为核心，全面考查各种能力，强调探究性、综合性、应用性，切合考生的实际．运算能力是思维能力与运算技能的结合．对考生运算能力的考查主要以含字母的式的运算为主，同时要兼顾对算理和逻辑推理的考查．空间想像能力是对空间形式的观察、

原书缺页

——突出能力和素质的考查……考试内容改革可以概括为:更加注重能力和素质的考查;命题范围遵循教学大纲又不拘泥于教学大纲;试题设计增加应用型和能力型题目……这是高考命题改革的指南．具体到数学学科,今后高考命题走向主要是:以逻辑思维能力为核心,全面考查各种能力;继续重视对数学思想和方法的考查;以能力考查为主线,调整学科考查重点,从知识网络的交汇点上设计题目,从学科的整体意义、思想含义上考虑问题,强调考查综合能力;适当增加应用试题,注重考查学生的应用意识;试题设计注重情境、设问的创新,考查学生的创新意识和创造能力;适当减少试题总量,减少计算量,增加思维量,适当加强主观试题,合理控制试题的相对难度、有效区分各层次的考生．

下面,分题型预测高考命题的创新动向．

1. 高考选择题的命题走向

高考选择题的命题指导思想将是以能力立意,深刻考查"三基",增大思考量,减少计算量,加强对学生思维品质、创新能力和学习潜能的考查．命题将遵循以下几个原则:①知识的主体性:选择题考查的知识仍将是高中数学最基本、最重要的内容．②强化数学思想方法的运用．③通过相对难度(即解题速度的快慢、方法的优劣)区分考生,而不是通过绝对难度难倒考生．④增大题目的综合性．命题创新将继续体现在内容立意、情境设置、设问方式、题型结构上,将会在下述题型上作更加深入的探索．

(1)概念深化型

例1 数列$\{a_n\}$是等差数列,且不是常数列,设$S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$,则在数列$\{S_n\}$中,(　　).

(A)任一项都不为零

(B)必有一项为零

(C)至多一项为零

(D)没有一项为零或无穷多项为零

分析1: $S_n=\frac{d}{2}n^2+(a_1-\frac{d}{2})n$,且$d\neq0$,令$S_n=0$,解得:$n=\frac{d-2a_1}{d}$．若$\frac{d-2a_1}{d}\in N$,则$\{S_n\}$中有一项为零;若$\frac{d-2a_1}{d}\notin N$,则$\{S_n\}$中任一项都不为零．故选(C).

分析2: 由题设易知数列$\{a_n\}$是单调数列,因而只有当$a_1<0$且$d>0$或$a_1>0$且$d<0$时,才可能存在一个$n\in N$,使$S_n=0$,故$\{S_n\}$中至多一项为零,应选(C).

分析3: 根据分析2,可构造特殊数列解之,如在数列$-3,-2,-1,0,1,2,3,\cdots$中,$S_7=0$,由此易知(C)为正确答案．

[导评]本题从a_n与S_n的关系出发,融等差数列的概念与运算于一体,考查等差数列的概念,是一道深化概念的好题,但思维水平不同,则作答的简繁程度不同,求解速度不同．

例2 下面给出了三个命题:

①有两个面互相平行,其余四个面都是全等的等腰梯形的六面体是正四棱台;

②底面是正三角形,其余各面都是等腰三角形的棱锥是正三棱锥;

③各侧面都是等腰三角形的四棱锥是正四棱锥,

其中,真命题的个数是(　　).

(A)0个　(B)1个　(C)2个　(D)3个

分析: 对所给三个命题,各举反例如下:

如图0－1(1),两个全等的矩形同垂直于其中心连线,且对应边互相垂直,这个六面体不是正四棱台;

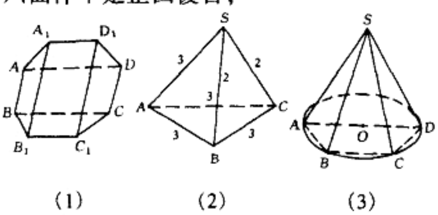


图0－1

如图 0－1(2)，三棱锥 $S—ABC$ 中，$AB=BC=CA=SA=3$，$SB=SC=2$，这个三棱锥不是正三棱锥；

如图 0－1(3)，四棱锥 $S—ABCD$ 是圆锥的内接棱锥，其中 AD 是圆锥底面的直径，四棱锥 $S—ABCD$ 不是正四棱锥．

从而正确答案为(A)．

［导评］这是考查特殊多面体概念的一道好题．许多考生对多面体的概念常含混不清，抓不住概念的本质属性，解题中常犯偷换概念的错误．命题人搜集了几种重要的假命题考查学生的辨析能力．

(2)语言转换信息迁移型

例3 下面分别给出了4个函数图象(见图 0－2)与 4 个函数方程：

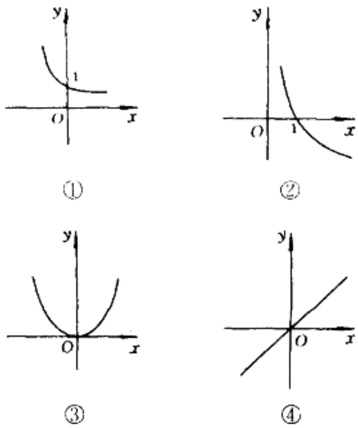


图 0－2

(a)$f(x+y)=f(x)+f(y)$；

(b)$f(x+y)=f(x)\cdot f(y)$；

(c)$f(xy)=f(x)+f(y)$；

(d)$f(xy)=f(x)\cdot f(y)$，

其中，可能正确的一组为(　　)．

(A) ①—(c)；②—(a)；③—(b)；④—(d)

(B) ①—(a)；②—(b)；③—(c)；④—(d)

(C) ①—(b)；②—(d)；③—(a)；④—(c)

(D) ①—(b)；②—(c)；③—(d)；④—(a)

分析：本题所给出的图象语言均表示基本初等函数，易从图象的提示，用特例法判断．如可设①$f(x)=(\frac{1}{2})^x$；②$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$；③$f(x)=x^2$；④$f(x)=x$．立即可断定应选(D)．

［导评］本题考查数学语言的转换能力、阅读理解能力和信息迁移能力．由于函数方程概括性强．加上题目用图象语言与函数方程直接表述对应关系，情境新颖，学生容易产生畏难情绪．事实上，对这类抽象符号语言表述的定性型选择题，恰当构造特值．特例，退到不改变题意的具体情形研究，是作答的简捷方法，但应注意验证或验算．

(3)考查数学思想方法型

例4 已知复数 z 满足 $\arg(z+3)=\frac{3}{4}\pi$，那么 $|z+3-3i|+|z-3i|$ 的最小值是(　　)．

(A)$3\sqrt{2}$　　(B)$3+3\sqrt{2}$

(C)$1+3\sqrt{5}$　　(D)$3\sqrt{5}$

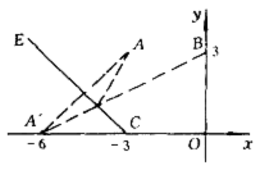


图 0－3

分析：这是一道用复数语言表述的几何最值题，宜用数形结合思想，应用复数的几何意义将条件及目标式翻译成几何图形，再求最值．如图 0－3，$\arg(z+3)=\frac{3}{4}\pi$ 表示复数 z 对应的点 Z 在端点为$(-3,0)$，倾斜角为$\frac{3}{4}\pi$ 的射线 CE 上，设点 A：$-3+3i$，B：$3i$，则$|z+3-3i|+|z-3i|$表示这条射线上的点到 A、B 两点的距离的和．

由平面几何知识可知，作点 A 关于射

线 CE 的对称点 $A'(-6,0)$，连接 $A'B$，则 $|A'B|$ 即为所求．因 $|A'B|=\sqrt{3^2+6^2}=3\sqrt{5}$，故应选(D).

例 5 设 α 是方程 $x+2^x=4$ 的根，β 是方程 $x+\log_2 x=4$ 的根，则 $\alpha+\beta$ 的值是(　　).

(A)2　　(B)4

(C)8　　(D)以上都不是

分析：由方程 $x+2^x=4$ 知 $2^x=4-x$，从而 α 是直线 $y=4-x$ 与指数曲线 $y=2^x$ 的交点 A 的横坐标；同理，β 是直线 $y=4-x$ 与对数曲线 $y=\log_2 x$ 的交点 B 的横坐标．如图 0-4，注意到点 A、B 关于直线 $y=x$ 对称，设线段 AB 中点为 C，则 $x_A+x_B=2x_C$．而点 C 在直线 $y=x$ 上，所以由方程组 $\begin{cases} y=x, \\ y=4-x \end{cases}$ 得

$x_C=2$，

所以 $\alpha+\beta=4$．故应选(B).

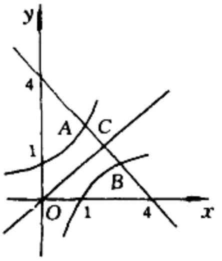


图 0-4

[导评]这是一道考查数形结合思想的题目，用到了互为反函数图象的关系等重要知识，考查了学生的数形转化能力．

例6 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n=\dfrac{n-\sqrt{98}}{n-\sqrt{99}}(n\in\mathrm{N})$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 30 项中的最大项与最小项分别是(　　).

(A)a_1,a_{30}　　(B)a_1,a_9

(C)a_{10},a_9　　(D)a_{10},a_{30}

分析：显然，数列 $\{a_n\}$ 既不是等差数列也不是等比数列．观察通项 a_n 的结构特征，联想分式函数，可将通项变形为

$$a_n=f(n)=\frac{n-\sqrt{98}}{n-\sqrt{99}}=1+\frac{\sqrt{99}-\sqrt{98}}{n-\sqrt{99}}.$$

显然，当 $n=10$ 时，a_n 最大，当 $n=9$ 时，a_n 最小，故应选(C).

[导评]这是一道以数列知识立意，考查函数与方程思想的好题．应当指出的是，a_{10}、a_9 不但分别是该数列前 30 项中的最大项与最小项，而且是该数列所有项中的最大项与最小项．

(4)动态探究型

例 7 当圆锥轴截面的顶角是(　　)时，圆锥的轴截面不是过圆锥顶点的截面中面积最大的截面．

(A)$(0°,90°)$　　(B)$(0°,90°]$

(C)$(90°,180°)$　　(D)$(0°,180°)$

答：选(C).

[导评]本题采用寻找充分条件的新颖结构考查学生的思维能力．作答时，应从选项的提示性出发，分类考查(A)、(B)、(C)三种情形，或构造特例解之．

例 8 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$ 的右焦点为 F，右准线为 l，直线 $y=kx+3$ 通过以 F 为焦点，l 为相应准线的椭圆的中心，则 k 的取值范围是(　　).

(A)$-2<k<0$　　(B)$-\dfrac{3}{2}<k<0$

(C)$-1<k<0$　　(D)$-\dfrac{1}{2}<k<0$

分析：由题设易知：$F(2,0)$，$l:x=\dfrac{3}{2}$，F、l 分别为椭圆的左焦点和左准线．设椭圆中心为 P，当 P 无限靠近 F 时，P、F 趋向于重合，视 F 在直线 $y=kx+3$ 上，将 $(2,0)$ 代入 $y=kx+3$ 得 $k=-\dfrac{3}{2}$；当 P 无限远离 F 时，直线 $y=kx+3$ 与 x 轴趋向于平行，视 $y=kx+3$ 与 x 轴平行，则 $k=0$，故 $-\dfrac{3}{2}<k<0$，应选(B).

[导评]这是考查直线和圆锥曲线位置关系的逆向思维题．若直接求解，计算很繁．上述解法运用运动和朴素的极限思想，直观易行．

(5)综合型

例 9 设 $f(x)=1+5x-10x^2+10x^3$

$-5x^4+x^5$，则 $f(x)$ 的反函数的解析式为（　　）．

(A) $f^{-1}(x)=1+\sqrt[5]{x-2}$

(B) $f^{-1}(x)=1+\sqrt[5]{x}$

(C) $f^{-1}(x)=-1+\sqrt[5]{x-2}$

(D) $f^{-1}(x)=1-\sqrt[5]{x-2}$

答：(A)．

[导评]这是考查逆用二项式定理和反函数概念的小综合题，立意新颖，构思巧妙，对知识点间的联系挖掘较深．

(6)应用实验型

例 10　汽车在行驶中由于惯性作用，刹车后还要继续向前滑行一段距离才能停住，我们称这段距离为"刹车距离"．刹车距离是分析事故责任的一个重要因素．在一个限速 40 千米/时以内的弯道上，甲、乙两辆汽车相向而行，发现情况不对，同时刹车，但还是相撞了．事发后现场测得甲车的刹车距离超过 12 米，但不超过 15 米；乙车的刹车距离超过 10 米，但不超过 12 米．又知甲、乙两种车型的刹车距离 S（米）与车速 x（千米/时）之间分别有如下关系：

$$S_{甲}=0.1x_{甲}+0.01x_{甲}^2,$$

$$S_{乙}=0.05x_{乙}+0.05x_{乙}^2.$$

则（　　）．

(A)甲车超速行驶

(B)乙车超速行驶

(C)甲、乙两车都超速行驶

(D)甲、乙两车都没有超速行驶

分析：由题意，解题关键是确定两车的车速．由题设条件，得

$$\begin{cases}12<0.1x_{甲}+0.01x_{甲}^2\leqslant 15,\\ 10<0.05x_{乙}+0.05x_{乙}^2\leqslant 12.\end{cases}$$

解得　$30<x_{甲}<35$，$40<x_{乙}<45$．

$\therefore$ 乙车超速，应选(B)．

[导评]本题文字语言叙述冗长，要注意抓住关键词"弯道"，"限速 40 千米/时"，弄清解题关键是求两车的车速，从而由基本量关系 $12<S_{甲}\leqslant 15$，$10<S_{乙}\leqslant 12$，建立不等式模型求解．

例 11　如图0－5，在某个城市中，M、N 两地之间有整齐的道路网，若规定只能向东或向北两个方向沿图中路线前进，则从 M 到 N 不同的走法共有（　　）．

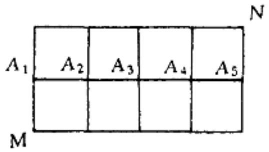


图 0－5

(A)25 种　　　(B)15 种

(C)13 种　　　(D)10 种

分析：如图 0－5，从 A_1 向北到 N 与从 A_2、A_3、A_4、A_5 向北到 N 的走法都只有一种，故只需计算出从 M 到 A_1、A_2、A_3、A_4、A_5 的走法．由图可知，从 M 到 A_1、A_2、A_3、A_4、A_5 的走法分别为 1 种、2 种、3 种、4 种、5 种，故从 M 到 N 的走法共有 $1\times1+2\times1+3\times1+4\times1+5\times1=15$（种），应选(B)．

[导评]这是考查分析问题和解决问题能力的计数问题，无现成公式可套，需根据道路网络图设计既不重不漏又便于计算走法的方案．

2．高考填空题的命题走向

在以能力立意，深刻考查基础的命题总思路指导下，填空题命题将遵循以下原则：①注重"三基"考查，但不只是单一地考查基本运算；②不以识记和再认（记忆）为重点，更注重在理解基础上的记忆和应用；③形态短小精悍，考查目标集中，答案简短、明确、具体；④能力要求比选择题稍高，比解答题稍低；⑤考查较简单的阅读能力，观察、分析、操作、实验能力；⑥侧重于速度测验、控制难度．

基于上述原则，1997～2000 年四年中，填空题命题创新沿两条主线展开：一是对传统题解题思路编制的优化，即加大对基本数学思想方法、思维方法和技能的考查力度，通过一题多解、思维块的运用，从解题速度和准确度两方面区分考生的学习潜能．二是对数学实验、操作、分析、应用能

力的考查，作为数学高考命题改革的实验田，先后引进了多种创新题型．如概念判断多选题、实验性条件开放题、材料分析题、小应用题等．今后数学高考填空题的命制，在巩固四年来已经取得的创新成果的前提下，将会进一步扩展数学实验和小应用题的编制领域，在下述题型上作进一步探索：

(1)概念深化型

例 1 设双曲线的一条准线为 $x=1$，其相应的焦点为(3,0)，离心率为 1.5，则此双曲线的方程为_______．

误解 1：由题意：$x=\frac{a^2}{c}=1$，$c=3$，$\therefore a^2=3$，$b^2=6$，故所求双曲线方程为 $\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{6}=1$．

误解 2：由题设：$e=\frac{c}{a}=\frac{3}{2}$，$c=3$，$\therefore a=2$，$b^2=5$，故所求双曲线方程为 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{5}=1$．

[导评]上述错误均在于没有理解双曲线标准方程是程序性知识，要直接应用双曲线标准方程，首先必须知道双曲线中心在坐标原点，两轴在坐标轴上．但本题并没有指明双曲线的中心在坐标原点，误解 1、误解 2，盲目套用标准方程而犯了错误．正确解答应由双曲线第二定义得 $\frac{\sqrt{(x-3)^2+y^2}}{|x-1|}=\frac{3}{2}$，化简得双曲线方程为

$$5(x+\frac{3}{5})^2-4y^2=\frac{144}{5}.$$

例 2 对于给定的函数 $f(x)=\pi^x-\pi^{-x}$，有下列四个命题：

①$f(x)$在 R 上是增函数；

②$f(x)$的图象关于原点对称；

③$f^{-1}(\pi)=\log_\pi 3$；

④$f(|x|)$有最小值 0.

其中正确命题的序号是______．

分析：解答此类题型的一般思路是依据题设条件，综合分析各个命题的真伪，然后作出判断．在分析中，要注意灵活思维，恰当运用基本数学思想方法和重要思维方法，启动知识块，缩短解题过程．对于①，可视 $f(x)$为 $y_1=\pi^x$ 与 $y_2=\pi^{-x}$ 之差，由于 y_1 是 R 上的增函数，y_2 是 R 上的减函数，故 $f(x)=y_1-y_2$ 为增函数，所以①正确．对于②，由 $f(x)$的结构特征，立知 $f(x)$为 R 上的奇函数，从而②正确．对于③，由反函数概念知，当 $x=\log_\pi 3$ 时，应有 $f(x)=\pi$，但 $f(\log_\pi 3)=\pi^{\log_\pi 3}-\pi^{-\log_\pi 3}=3-\frac{1}{3}\neq\pi$，故③不正确．对于④，$\because |x|\geqslant 0$，设 $x=0$，有 $f(0)=0$，又 $f(|x|)$是偶函数，结合图象，立知④正确．

综上所述，正确命题是①、②、④．

[导评]本题是深入考查基础知识的多选填空题．用多个命题对同一个函数的性质进行多角度考查，情境新颖，设问灵活，是备受青睐的高考热点题型之一．

(2)基本数学思想方法型

例 3 若不等式 $\sqrt{1-x^2}>x+b$ 的解集为$[-1,\frac{1}{2})$，则 b 的值为________．

分析： 设 $f(x)=\sqrt{1-x^2}$，$g(x)=x+b$．由题设，当且仅当 $x\in[-1,\frac{1}{2})$时，函数$f(x)$的图象在函数 $g(x)$的图象上方，如图 0-6．

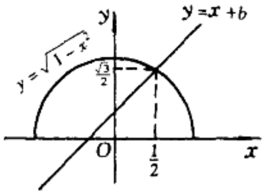


图 0-6

$\therefore y=x+b$ 的图象必过点$(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2})$．

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}+b$，即 $b=\frac{\sqrt{3}-1}{2}$．

[导评]这是以考查数形结合思想和思维技巧立意，以解不等式为素材的参数求值题，直接求解较繁．

(3)算法优化型

例 4 若 $f(x)=5x^3+3x^2+3x-5$，则

$f(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)$的值是________.

分析:注意到 $\omega=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ 是1的一个立方根,从而 $\omega^3=1,\omega^2+\omega=-1$,

$\therefore f(-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)=f(\omega)=5\omega^3+3(\omega^2+\omega)-5=-3$.

[导评]这是以考查对问题的观察、分析能力立意的求值题,直接计算较繁.应当指出,审题读题时,只有多思考合理简捷的运算途径,才能准、巧、快地解答填空题中的推理计算题.

(4)运动变换型

例5 三棱锥 $P—ABC$ 中,若棱 $PA=x$,其余各棱长均为1,则 x 的取值范围是________.

分析:这是以考查运动、变换意识和能力立意的小题.如图0-7,视面 PBC 绕棱 BC 旋转,当面 PBC 与面 ABC 趋于重合时,x 趋向于0;当面 PBC 与面 ABC 趋于共面时,x 趋向于菱形 $ABPC$ 的对角线 AP.而 $AP=\sqrt{3}$,故答案为 $0<x<\sqrt{3}$.

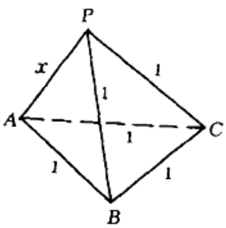


图0-7

例6 四面体 $SABC$ 的三组对棱分别相等,且依次为 $2\sqrt{5},\sqrt{13},5$,则此四面体的体积是________.

分析:直接计算较繁杂.由对棱相等,若联想到将四面体 $SABC$ 嵌入长方体中,对棱就是长方体相对两个侧面的对角线,如图0-8,设长方体长、宽、高分别为 $x、y、z$,则有

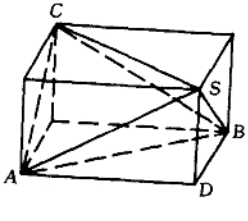


图0-8

$$\begin{cases}x^2+y^2=(2\sqrt{15})^2,\\ y^2+z^2=(\sqrt{13})^2,\\ z^2+x^2=5^2.\end{cases}$$

解得$\begin{cases}x=4,\\ y=2,\\ z=3.\end{cases}$

$\therefore V_{四面体}=V_{长方体}-4V_{DSAB}=8$.

[导评]这是以考查转化、变换能力及空间想像能力立意的立体几何计算题.本例所示切割补形变换是立体几何计算题的重要技巧,应注意掌握.

(5)实验、应用型

例7 已知函数 $f(x)$满足:对任意实数 x_1,x_2,若 $x_1<x_2$,则 $f(x_1)<f(x_2)$,且 $f(x_1+x_2)=f(x_1)\cdot f(x_2)$.写出一个满足这些条件的函数,则这个函数可以写为 $f(x)=$________.

答:可取 $f(x)=2^x$.

[导评]这是以考查将抽象问题具体化的能力立意,以抽象函数为素材的探索性开放题.在审题中应弄懂函数 $f(x)$满足的两个条件:一是增函数;二是映射法则规定任意两个自变量取值的和 x_1+x_2 所对应的函数值 $f(x_1+x_2)$等于它们对应的函数值的积 $f(x_1)\cdot f(x_2)$.从而可知其模型为指数函数.

例8 如图0-9,是一个正方体的展开图.在原正方体中,有下列命题:

①AB 与 EF 所在直线平行;

②AB 与 CD 所在直线异面;

③MN 与 BF 所在直线成60°角;

④MN 与 CD 所在直线互相垂直,

其中正确命题的序号是________.

分析:按图折叠成正方体,立知正确命题为②、④.

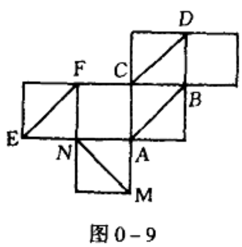


图0-9

[导评]这是以考查数学实验能力和空间想像能力立意的立体几何概念深化题，本题同时还考查了考生的逆向思维能力．

例9 已知 b 千克盐水中含盐 a 千克 $(b>a)$，现再加盐 m 千克，若加盐前盐水的浓度为 M，加盐后盐水的浓度为 N，则 M、N 的大小关系是______．

分析：$\because a、b、m\in \mathbf{R}^{+}$ 且 $b>a$，

$\therefore \frac{a}{b}<\frac{a+m}{b+m}$，即 $M<N$．

[导评]这是以学生熟知的生活问题命制的跨学科综合应用题，难度不大，但创新动向值得重视．

3. 高考解答题命题走向

第一，数学高考解答题的主体地位将会进一步加强．数学解答题的题型历史悠久，源远流长，不仅形式灵活多样，而且内涵极其深广，既可在多个层次上考查基本知识、基本技能和基本思想方法，又能深入地考查数学能力和数学素质．尤其是复杂的运算，多转折的逻辑推理，多线条图形的空间想像和辨识，综合问题的分析和解决，等等．这些深层的素质和能力的考查，非解答题莫属．另外，对陈述表达能力的考查，对不同层次考生成绩的区分，解答题也独具特长．同时，解答题的命制自由度很大，每道解答题的内容可多可少，问题可繁可简，陈述可长可短，题设可明可暗，难度可大可小．解答题的所有这些突出的优点，确定了它在数学高考试题中的主体地位．

第二，数学高考解答题的创新力度将会进一步加大．"创新是一个民族的灵魂"，为了防止能力考查的异化，防止形成模式，解答题的命制历来注重创新．如1993年以来先后引进信息迁移题、开放性题、探索性题和应用题等，这些新题型有力地考查了考生的数学能力和数学素质，促进了中学数学教学改革．

随着高考改革的不断深入，解答题必将更加注重对基本数学思想方法的考查．数形结合思想、函数与方程思想、分类讨论思想、转化与化归思想的要求层次将继续逐步提高，并越来越自然、贴切地融入全部解答题中．

在知识点的覆盖与主体内容的重点考查上，将不再过分强调知识点的覆盖率，可能进一步重视从知识发生、发展过程出发，命制出优秀的信息迁移型题目．在设问方式上，除继续巩固串联式小步设问模式外，可能进一步推出逆推条件型的开放性题目与材料分析型的开放性题目等新题型．在知识的联系上，除继续重视突出重点内容的综合外，将会进一步注重从数学意识和数学素质上，命制与横向学科知识联系的情境新颖的题目，将注重在知识网络交汇点设计试题．在对数学能力的综合考查上，除继续注重"四大能力"(即逻辑思维能力、运算能力、空间想像能力、分析问题解决问题的能力)的考查外，将会增强探索试验能力、归纳概括能力及非智力因素的考查，进一步增强代数推理能力的考查．在对数学思维品质和思维方式的考查上，将继续强调逻辑思维能力的考查，同时，将会注重非逻辑思维(形象思维、直觉思维、似真推理)的渗透和运动思维(图象变换、参数变化等)的应用，注意思维灵活性在设计简捷合理运算途径上的作用．数学应用题将会越命越好，将会注重贴近学生生活实际，背景公平，难度适中；将会尽量减少干扰条件，突出主要数据，控制计算量，逐渐过渡到来源于实际，又比实际问题理想化的准应用题．

下面，举例说明解答题命题创新走向．

(1)成题革新型

虽然成题只能反映学生的再现能力，但不少的优秀成题蕴含丰富的数学思想方法的内核，揭示数学的某些本质规律，若能适当改变问题情境，变换设问角度或方式，

或扩张，或延拓，或深化，或概括，或迁移，对考查学习潜能极具功效，且贴近考生知识与思维水平，试题的效度和区分度也很好．这类试题在往年的高考试题中占有很大比重，相信在今后的高考试题中也必占有重要席位．

例1　设两个数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$满足$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=(1+2+3+\cdots+n)b_n$，其中$\{b_n\}$是公差为$d$（$d$是常数，$d\neq0$）的等差数列．

(1)试证数列$\{a_n\}$是等差数列；

(2)试求$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n}$的值．

略解：(1)由题设：

$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=(1+2+3+\cdots+n)b_n$，　①

$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+(n-1)a_{n-1}=[1+2+3+\cdots+(n-1)]b_{n-1}$，　②

①－②，得

$$na_n=\frac{n(n+1)}{2}b_n-\frac{n(n-1)}{2}b_{n-1}.$$

$\therefore a_n=b_1+(n-1)\cdot\frac{3}{2}d$.

$\therefore\{a_n\}$是以b_1为首项，以$\frac{3}{2}d$为公差的等差数列．

(2)$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{b_n}{a_n}=\frac{2}{3}$.

[导评]本题是由等差数列的基本性质编制的革新题．主条件式有一定的迷惑性（抽象度较大），亦可先赋值（取$n=1,2,3$）尝试归纳猜想，发现规律，然后证之．

例2　如图0－10，已知平行六面体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的底面$ABCD$是菱形，且$\angle C_1CB=\angle C_1CD=\angle BCD$.

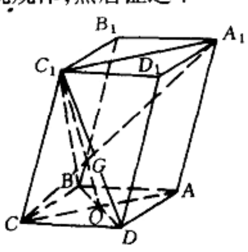


图0－10

(1)证明：$C_1C\perp BD$；

(2)当$\frac{CD}{CC_1}$的值为多少时，能使$A_1C\perp$平面C_1BD？请给出证明．

(1)**证明**：连结A_1C_1、AC，AC和BD交于O，连结C_1O.

$\because$四边形$ABCD$是菱形，

$\therefore AC\perp BD$，$BC=CD$.

又$\because\angle BCC_1=\angle DCC_1$，$C_1C=C_1C$，

$\therefore\triangle C_1BC\cong\triangle C_1DC$，

$\therefore C_1B=C_1D$，

$\because DO=OB$，

$\therefore C_1O\perp BD$.

但$AC\perp BD$，$AC\cap C_1O=O$，

$\therefore BD\perp$平面AC_1.

又$C_1C\subset$平面AC_1，

$\therefore C_1C\perp BD$.

(2)当$\frac{CD}{CC_1}=1$时，能使$A_1C\perp$平面C_1BD.

证明：由(1)知，$BD\perp$平面AC_1.

$\because A_1C\subset$平面AC_1，

$\therefore BD\perp A_1C$.

$\because$当$\frac{CD}{CC_1}=1$时，平面六面体的六个面是全等的菱形，

同$BD\perp A_1C$的证法可得$BC_1\perp A_1C$.

又$BD\cap BC_1=B$，

$\therefore A_1C\perp$平面C_1BD.

[导评]这是2000年高考文科第(19)题，显然，此题是由人教版《立体几何》课本中的例题、习题革新而得到，同时，2000年高考理科第(19)题也是由该题革新而得到．应当指出，高考立体几何综合题，基本上是成题革新型．在高考解答题的前三题中，成题革新型所占比例较大，是中差生发挥基本能力的主阵地之一，也是优等生获取高分的重要环节，请深入体会转化策略．

(2)稚化编制型

高考命题中，有时将高等数学、近现代数学的某些成果或重要知识稚化，用贴近中学课本的形式表达，编制成高考试题，以

考查考生的学习潜能和创造性思维能力．诸如集合、映射、逆映射；函数凸性、值域；分段定义函数、复合函数、双曲函数、抽象函数（函数方程）；数列、极限、数学归纳法；重要不等式；计数方法、复数方法、极限方法等现行高中数学课本已经涉及的内容均可取作素材，作为编制考题的依据．

例 3　设 $f(x)=\log_a(x+\sqrt{x^2-2})$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$（其中 $a>0, a\neq1$）．

（1）求 $f^{-1}(x)$ 的表达式和定义域；

（2）设 $p(n)=\frac{\sqrt{2}}{2}f^{-1}(n+\log_a\sqrt{2})$，若 $p(n)<\frac{1}{2}(3^n+3^{-n})(n\in\mathrm{N})$，求 a 的取值范围．

解：（1）由 $y=\log_a(x+\sqrt{x^2-2})$，得

$$x+\sqrt{x^2-2}=a^y.$$

$\therefore x^2-2=a^{2y}-2xa^y+x^2$，

$\therefore x=\frac{1}{2}(a^y+\frac{2}{a^y})$，

$\therefore f^{-1}(x)=\frac{1}{2}(a^x+\frac{2}{a^x})$．

又 $x\geqslant\sqrt{2}$ 为原函数 $f(x)$ 的定义域，令 $u=x+\sqrt{x^2-2}$，则 u 在 $[\sqrt{2},+\infty)$ 上是增函数，

$\therefore$ 当 $x\geqslant\sqrt{2}$ 时，$u\geqslant\sqrt{2}$．

于是，当 $a>1$ 时，$\log_a u\geqslant\log_a\sqrt{2}$，$f^{-1}(x)$ 的定义域为 $[\log_a\sqrt{2},+\infty)$；

当 $0<a<1$ 时，$\log_a u\leqslant\log_a\sqrt{2}$，$f^{-1}(x)$ 的定义域为 $(-\infty,\log_a\sqrt{2}]$．

（2）$\because f^{-1}(x)=\frac{1}{2}(a^x+\frac{2}{a^x})$，

$$\therefore p(n)=\frac{\sqrt{2}}{2}f^{-1}(n+\log_a\sqrt{2})$$
$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}(a^{n+\log_a\sqrt{2}}+\frac{2}{a^{n+\log_a\sqrt{2}}})$$
$$=\frac{1}{2}(a^n+a^{-n}).$$

若 $p(n)<\frac{1}{2}(3^n+3^{-n})$，即 $a^n+a^{-n}<3^n+3^{-n}$，则

$$a^{2n}-(3^n+3^{-n})a^n+1<0.$$

令 $t=a^n$，则 $t^2-(3^n+3^{-n})t+1<0$，

即 $(t-3^n)(t-3^{-n})<0$．

$\therefore 3^{-n}<t<3^n$．

$\therefore 3^{-n}<a^n<3^n, n\in\mathrm{N}$．

$\therefore a$ 的取值范围为 $\frac{1}{3}<a<3$，且 $a\neq1$．

［导评］本题的背景是反双曲余弦的应用．类似地，还可通过研究双曲正弦 $f(x)=\mathrm{sh}x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$，双曲余弦 $g(x)=\mathrm{ch}x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$，双曲正切 $\varphi(x)=\mathrm{th}x=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ 的定义域、值域、奇偶性、单调性、周期性及其在比较大小、解证不等式中的简单应用编制类似题目．

（3）实验研究型

中学数学教学改革的目标是提高学生的数学素质，增强数学能力，特别是数学应用能力．试验研究型题目以中学数学的主体内容为材料，考查学生的观察、试验、研究、概括、抽象、归纳能力，即考查学习潜能，对中学数学教学改革具有积极的作用．

例 4　已知直线 a、b，平面 α、β，问可以有几种判断平面 α // 平面 β 的方法．先写出命题，再加以证明．（每个命题都要用完全部元素）

解：　命题 1：若 $a\subset\alpha, b\subset\alpha, a\cap b=A, a//\beta, b//\beta$，则 $\alpha//\beta$．

命题 2：若 $a\subset\alpha, b\subset\beta, b//\alpha, a//\beta$，且 a、b 是异面直线，则 $\alpha//\beta$．

命题 3：若 $a//b, a\perp\alpha, b\perp\beta$，则 $\alpha//\beta$．

证明：（略）

［导评］给定材料，组合命题，不但是高考命题创新题型的发展方向，而且是搞好数学复习，深化概念、深化知识的良好方法．如把上述题目变为：已知直线 a、b，平面 α、β，问可组成多少个真命题，先写出命题，再加以证明（要求每个命题都要用完所有元素）．这一个题目，将基本涵盖立体几何直线与平面一章的主体内容，学生如果

能将这些命题写全，说明学生已经熟练掌握了直线与平面一章的内容．

(4)探究条件型

即在题目中给出部分条件和结论，让学生运用所学知识观察、分析、探求、补齐不足．这类问题通常使用执果索因的方法，将结论列入条件，倒推分析，或者使用综合与分析法，寻求差距，确定条件．

例 5 四面体 $ABCD$ 中，已知 $AB=a$，$CD=b$，还需知道哪些条件(条件个数应最少)，就可以求出四面体 $ABCD$ 的体积，并说明理由．

分析：画出四面体 $ABCD$，易知对棱 AB、CD 是异面直线，如图 0－11．仅由 $AB=a$，$CD=b$，不能确定四面体 $ABCD$ 的形状和大小，因而不能求出该四面体的体积．但如果能够固定了异面直线 AB 与 CD 的位置，四面体的体积随之而确定．从异面直线的概念可知，应由异面直线所成的角和异面直线的距离确定它们的空间关系，从而想到将 DC 平移至 B 点，构造平行四边形，于是思路大开．

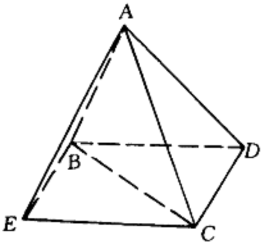


图 0－11

解：以 BD、DC 为邻边作平行四边形 $BDCE$，连 AE，设 AB、CD 的距离为 h，所成的角为 θ，可推得 $V_{A-BCD}=V_{A-BCE}=V_{C-ABE}$．

$$\because S_{\triangle ABE}=\frac{1}{2}AB\cdot BE\cdot\sin\theta$$
$$=\frac{1}{2}ab\sin\theta,$$

而异面直线 AB、CD 之间的距离 h 即为点 C 到平面 ABE 的距离，亦即三棱锥 $C-ABE$ 的高．

$$\therefore V_{A-BCD}=V_{C-ABE}=\frac{1}{6}abh\sin\theta.$$

因此，只需增加两个条件：①AB 与 CD 的距离 h；②AB 与 CD 所成的角 θ，便可以求出四面体 $ABCD$ 的体积．

[导评]条件不足的探索性题目，其答案往往不唯一，但只要答案与原题设条件对整个题目而言是充分的、相容的、独立的，又符合题目的要求，便认为是正确的．

(5)存在探索型

数学开放题是国家教委“九五”重点科研项目，也是高考数学解答题命题创新动向之一．存在型探索性题属结论开放型题．解题思路一般是先假设结论是肯定存在的，根据题设条件，经过严格推理，没有发生矛盾即肯定结论；若发生矛盾，则否定结论．这类问题在高考题及各种资料中已不少见，在此不再举例．

(6)归纳猜想型

归纳猜想型探索性试题是结论开放型题的又一种常见形式，且在近年高考题中多次出现．解题的常用思路是从特例分析找出规律，作出猜想，再给出证明．考生易犯的错误是在寻找规律的过程中，将中间过程合并，掩盖了结构特征，导致发现不了规律或归纳失误．此类问题较常见，在此不再举例．

(7)探求结论型

探求结论型试题即让考生根据题目给定的题设条件去探求可能得到的结论，这是结论开放型题的又一种形式．这种题型容易区分不同层次考生思维的深度和广度，具有良好的区分度和效度．

例 6 如图 0－12，在正方体 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$ 中，由截面 ACD_1 和截面 A_1C_1B 及对角线 B_1D 可得哪些结论？并证明你所得的结论．(同一类型的结论写出一个即可)

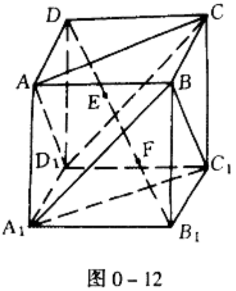


图 0－12

结论：①AC∥平面 A_1C_1B；

②平面 ACD_1∥平面 A_1C_1B；

③直线 B_1D⊥平面 ACD_1；

④$DE = EF = FB_1$；

⑤两异面直线 AC 与 BA_1 所成的角是 $60°$；

⑥两异面直线 AC 与 BA_1 的距离为正方体对角线长的 $\frac{1}{3}$；

⑦两截面将正方体分成的三部分体积之比为 1:4:1；

……

证明：(略)

(8)网络交汇点型

关注知识的内在联系和综合，在知识网络交汇点设计试题，是高考解答题考查知识的综合性和考生的综合能力的主要表现形式．根据高考命题改革的要求，就数学科而言，目前主要是在数学学科各分支(代数、立体几何、解析几何)间的网络交汇点处设计试题．

例 7 设两复数集 $M = \{z \mid z = t + i(4 - t^2), t \in R\}$，$N = \{z \mid z = 2\cos\theta + i(\lambda + 3\sin\theta), \theta \in R\}$，且 $M \cap N \neq \varnothing$，求实数 λ 的取值范围．

解：$\because M \cap N \neq \varnothing$，

$\therefore$ 存在 $z \in M \cap N$，有

$$z = t + i(4 - t^2) = 2\cos\theta + i(\lambda + 3\sin\theta).$$

$$\therefore \begin{cases} t = 2\cos\theta, & ① \\ 4 - t^2 = \lambda + 3\sin\theta. & ② \end{cases}$$

①代入②并整理，得

$$\lambda = 4\sin^2\theta - 3\sin\theta = (2\sin\theta - \frac{3}{4})^2 - \frac{9}{16}, \theta \in R.$$

$\therefore$ 当 $\sin\theta = \frac{3}{8}$ 时，$\lambda_{\min} = -\frac{9}{16}$.

又 $|\lambda| = |4\sin^2\theta - 3\sin\theta| \leqslant |4\sin^2\theta| + |3\sin\theta| \leqslant 7$，当 $\sin\theta = -1$ 时等号成立，

$\therefore \lambda$ 的取值范围为 $-\frac{9}{16} \leqslant \lambda \leqslant 7$.

[导评]本题以抛物线 $y = 4 - x^2$ 与椭圆 $\begin{cases} x = 2\cos\theta, \\ y = \lambda + 3\sin\theta \end{cases}$ $(\theta \in R)$ 的位置关系为背景，以复数为依托，以三角变换为工具，以集合为形式，以考查函数最值为目的，使不同的知识块在网络交汇点融为一体，具有很强的综合性．

(9)应用题型

应用题已发展成为高考数学解答题的一种极为重要的题型．目前仍将重在考查阅读、理解能力和应用数学知识和方法解决实际问题的能力．

例 8 摄影胶片绕在盘上，空盘时盘心直径为 80 毫米，满盘时直径为 160 毫米，已知胶片厚度是 0.1 毫米，问满盘时，一盘胶片长为多少米?

解法 1：胶片绕在盘上，可近似地看作是一圈一圈由里向外延伸，用侧面中心线计算，各圈半径构成一个等差数列，公差为 $d = 0.1$，且 $r_1 = 40.05$，$r_n = 79.95$，

$$\therefore n = \frac{r_n - r_1}{d} + 1 = 400.$$

故胶片长为
$$\begin{aligned} l &= 2\pi(r_1 + r_2 + \cdots + r_n) \\ &= n(r_1 + r_n)\pi \\ &= 48\,000\pi(\text{毫米}) \\ &\approx 151 \text{ 米}. \end{aligned}$$

即满盘时，一盘胶片约为 151 米．

解法 2：胶片侧面是一个圆环，外径 = 160 毫米，内径 = 80 毫米，面积 $S = 4\,800\pi$ 平方毫米．胶片展开后是一个宽为 0.1 毫米的矩形，其长即为胶片的长．

$\therefore$ 胶片长 $l = \frac{S}{0.1} = \frac{4\,800\pi}{0.1}$(毫米) $\approx$ 151 米．

即满盘时，一盘胶片的长约为 151 米．

例 9 如图 0－13，$\triangle ABC$ 是一个遮阳棚，点 A、B 是地面上南北方向的两个定点，正西方向射出的太阳(用点 O 表示)

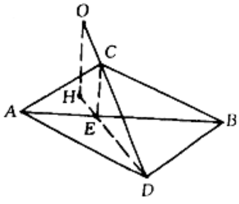


图 0－13

光线 OCD 与地面成锐角 θ.

(1)遮阳棚与地面成多少度角时,才能使遮影$\triangle ABD$ 的面积最大?

(2)当 $AC=3$, $BC=4$, $AB=5$, $\theta=30^\circ$ 时,求出遮影$\triangle ABD$ 的最大面积.

解:(1)在$\triangle ABD$ 中,要使面积最大,应使 AB 边上的高最大.为此,过 O 作地面的垂线 OH,连结 HD 交 AB 于 E,连结 CE,则$\angle CDE=\theta$,且 $AB\perp OH$.

又 $AB\perp CD$(AB 是南北方向,CD 是东西方向),$\therefore DE\perp AB$,从而 DE 是$\triangle ABD$ 中 AB 边上的高.

同时,易证 CE 是$\triangle ABC$ 中 AB 边上的高,从而$\angle CED$ 是遮阳棚与地面所成二面角的平面角.

在$\triangle CDE$ 中,由正弦定理有

$$DE=\frac{CE}{\sin\theta}\cdot\sin\angle DCE$$

$$=\frac{2S_{\triangle ABC}}{AB\cdot\sin\theta}\cdot\sin\angle DCE$$

$$\leqslant\frac{2S_{\triangle ABC}}{AB\cdot\sin\theta}.$$

$\therefore$当$\angle DCE=90^\circ$时,DE 最大,从而$\angle CED=90^\circ-\theta$ 时,遮影$\triangle ABD$ 的面积最大.

(2)易求得遮影最大面积 $S_{\triangle ABC}=12$.

[导评]本题综合考查了地理知识、直线和平面及解三角形知识,考查了解决实际问题的能力.解题的关键是从动态思维出发,发掘出欲使$\triangle ABD$ 面积最大,AB 边上的高 DE 必须最大这一隐含条件,从而结合太阳光线与地面所成的角 θ 建立不等式.

高考复习策略

1.研究《考试说明》,明确复习范围

《考试说明》是我国高考的纲领,它规定了我国高考的目的、性质、内容、试卷结构和试题题型.2000 年、2001 年高考《数学科考试说明》是在高考改革全面展开的背景下,根据高考数学能力考查、题型研究取得的成果编写而成的科学、规范的考纲,因而最近几年不会有大的变化.在总复习时,必须明确考纲规定的知识要求和能力要求,使整个复习在考纲指导下科学、有序地进行.

2.夯实基础知识,形成知识网络

切实掌握数学知识是顺利解答问题的基础,因此,在复习过程中,一定要立足教材,归纳基础知识,提炼知识组块,发掘教材蕴含的基本数学思想方法.要注意重温主要概念、定理、公式、法则、图象等知识的形成过程,剖析典型例题、习题的解题思路,总结解题方法与技巧,形成基本技能.要注意知识的不断深化,新知识应及时纳入已有的知识体系,要特别注意数学知识间的关系和联系,逐步形成和扩充知识结构系统,在大脑记忆系统中构建起"数学认知结构",形成一个条理化、有序化、网络化的有机体系.这样,在解题时,能由题目中有关信息的启示,从记忆系统里检索出相应信息进行组合,寻找解题途径.同时,要注意进行适度的训练,依照教材章节单元逐一过关,扎扎实实地夯实基础.

3.能力培养要落到实处

要加强能力培养已众所周知.但从近年来高考的情况看,中学生数学能力的提高并不尽如人意,特别是只要试题的能力要求稍高,就有不少考生不能适应,这值得我们深思并给以足够的重视.

首先,要自觉地加强培养,加速能力的形成和发展过程.这就要求我们在学习过程中,有意识地把数学学习过程施行为数学思维活动的过程.概念学习要充分发掘知识的发生、发展和形成过程;解题之后要注意反思,一是反思解题过程用到了哪些知识,使用了哪些方法和技巧,解决该问题的关键是什么……以此来总结规律,形成基本能力;二是进行探索深化反思,如反思还有没有更好的解法?在题设条件不变的