

怎样减少测量误差

——误差理论基础及其

在检验计量中的应用

宋俊峰 编著



机械工业出版社

本书分四章，第一章介绍了偶然误差、系统误差、粗大误差的性质、特征和判别方法；第二章介绍了测量数据处理的基本方法；第三章介绍了减少测量基准、测量条件、计量器具和测量方法误差的基本原则及其主要方法；第四章介绍了产品的寿命检验方法。

本书可供机械制造业中的检查员和计量工阅读，亦可供工厂和计量部门有关技术人员参考。

怎样减少测量误差

宋俊峰 编著

★

机械工业出版社出版 (北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第 117 号)

机械工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

★

开本 $787 \times 1092 \frac{1}{32}$ · 印张 $6 \frac{3}{8}$ · 字数 138 千字

1985 年 11 月北京第一版·1985 年 11 月北京第一次印刷

印数 0,001—9,450 · 定价 1.40 元

★

统一书号: 15033 · 5977

目 录

前言

第一章 测量误差的基本知识	1
§ 1.1 测量与测量误差	1
一、什么是测量	1
二、测量误差	4
§ 1.2 偶然误差	10
一、什么是偶然误差	11
二、偶然误差的分布规律——正态分布	12
三、算术平均值	16
四、标准误差	18
五、单次测量的极限误差	28
六、算术平均值的极限误差	30
七、怎样减少测量结果中的偶然误差	33
§ 1.3 系统误差	36
一、系统误差的分类	36
二、系统误差对测量结果的影响	40
三、怎样发现测量结果中的系统误差	41
§ 1.4 粗大误差	54
一、粗大误差的产生原因和消除方法	55
二、粗大误差的判别标准	56
第二章 测量数据处理的基本方法	63
§ 2.1 误差合成	63
一、偶然误差的合成	63
二、系统误差的合成	65
三、综合误差	67
§ 2.2 等精度测量的数据处理	71

§ 2.3 不等精度测量的数据处理	75
§ 2.4 间接测量的数据处理	80
一、间接测量中定值系统误差的计算	80
二、间接测量中变值系统误差、未定系统误差和偶然误差 的计算	87
三、计算间接测量函数误差的一般公式	92
第三章 怎样减少测量误差	95
§ 3.1 误差转化	95
§ 3.2 测量基准误差	97
一、量块	97
二、标准件和校对件	108
§ 3.3 测量条件误差	117
一、温度误差	117
二、测力误差	123
§ 3.4 测量工具误差	127
一、量具量仪的技术指标	128
二、两种不同的检验原则	135
三、传统计量器具选择方法的缺点	138
四、按照GB3177—82选择计量器具	140
五、提高现有量具的测量精度, 扩大其使用范围	146
六、其它需要考虑的问题	148
§ 3.5 测量方法误差	153
一、合理选择测量基准面	153
二、合理选择被测零件的定位方式	156
三、合理选择计量器具与被测工件的接触方式	169
四、合理选择测量点位置	170
五、测量次数的选择	172
六、选择误差最小的测量方法	172
七、测量形状误差和位置误差中的几个问题	180

VI

第四章 产品的寿命检验	186
一、寿命与可靠性	186
二、产品的寿命检验	189
附录 正态分布积分表	195
参考书目	197

第一章 测量误差的基本知识

在这一章里，主要介绍系统误差、偶然误差、粗大误差的性质、特征和判别方法，以便正确计算测量结果，及时发现测量误差，并查明其产生原因，提出减少测量误差的具体措施。

§ 1.1 测量与测量误差

一、什么是测量

测量就是两个同类量的比较，如用尺来测长度，用天平和砝码来称重量，都是在两个同类量间进行比较。这两个量，一个是已知的，称作单位量；另一个是待求的，称作被测量。通过比较，求出被测量是单位量的若干倍，或几分之几，从而把测量结果用一个数字和单位的乘积来表示。例如75.4mm、1/5g等等。

单位量和被测量之间的比较，需要在一定的条件下，借助专门的工具，采用一定的方法来进行。测量基准、测量条件、测量工具和测量方法是实现测量必不可少的因素。例如，利用量块和测微表测量工件直径（图1-1），量块3是测量基准，测微表1、表架2是测量工具。一些简单的测量，例如用尺来测长，尺既是测量基准，又是测量工具。

测量条件通常指环境温度、湿度、振动等自然条件，以及被测对象与量具仪器接触部分的测量压力等。测量方法的划分，有几种不同的原则，根据这些原则，可以划分测量的

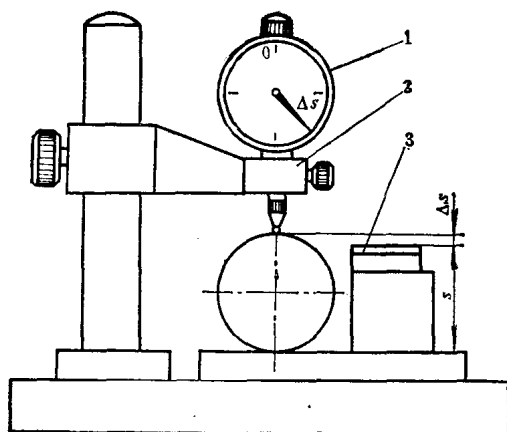


图1-1 用量块和测微表测量直径

1—测微表 2—表架 3—量块

不同种类。

1. 测量的分类

根据获得测量结果的方式不同，可以分为直接测量、间接测量和组合测量三类。

(1) 直接测量 直接把被测量与标准量进行比较得到测量结果，例如用卡尺测量长度，用量块和测微表测量工件直径（图1-1）。

(2) 间接测量 通过测量与被测值有一定函数关系的量算出被测值的大小。有些被测值直接测起来有困难，或者不易保证测量精确度，即可以采用这种测量方法。例如，测量非整圆工件的直径时（图1-2），可以分别测量其弓高 H 和弦长 S ，按照

$$D = \frac{S^2}{4H} + H$$

计算出直径 D (弓高弦长法)。

(3) 组合测量 当测量若干个相同的被测值, 例如刻线尺上若干条刻线距离; 圆周上等分若干个角度等, 我们除可一一测出它们的数值以外, 还可把它们编成不同的组, 所编组数应大于被测值的个数,

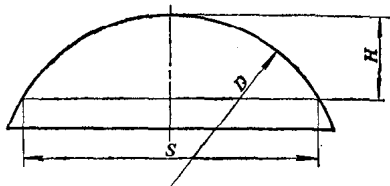


图1-2 间接测量直径

然后根据误差理论和测量误差为最小的条件, 建立各组测量结果之间的联系, 求出各个被测值的数值 (最小二乘法)。

2. 测量方法的选择

根据被测量工件的形状特点、测量精度、测量设备条件、生产批量和测量环境等选择适当的测量方法。

1) 绝对测量法与比较测量法

绝对测量法 被测值与标准量比较以后, 可以直接测得被测值的绝对值, 例如用卡尺测长。

比较测量法 (又叫相对测量法) 被测值和标准量比较以后, 只能得到被测值相对标准量的偏差。例如用量块和测微表测量轴径 (图1-1), 从测微表上读出的是轴径相对量块的尺寸偏差 Δs , 轴径尺寸由下式算得: $D = s + \Delta s$, s 为量块尺寸。

2) 接触测量与非接触测量

根据测量时量具或仪器与被测对象是否接触, 可以分为接触测量和非接触测量。万能量具、机械式测微仪和常用的长度量仪多数采用接触测量; 投影式仪器和气动量仪为非接触测量。对于薄、软、易变形的零件, 采用非接触测量, 可以避免测量压力的影响。

3) 单项测量与综合测量

一些几何形状复杂的零件，例如螺纹、齿轮、花键等需要对几个参数进行测量。对这些参数逐一分别测量，就叫单项测量，例如分别测量螺纹的中径、螺距和螺纹半角；测量几个参数的综合作用，就叫综合测量，例如采用螺纹量规检查螺纹制件。从评定合格性的要求看，综合测量既简单又明显。但从分析误差原因以改进工艺的要求来看，则往往要进行单项测量。

4) 等精度测量和不等精度测量

等精度测量是在大致相同的测量条件下(包括计量器具、测量环境、测量方法以及观测人员的技术水平)进行的测量，这时获得的测量结果具有相同的精度，即可靠程度相同。不等精度测量是在不同的测量条件下进行的，这时获得的测量结果具有不同的精度，即可靠程度也不同。

二、测量误差

1. 什么是测量误差

任何测量，不论仪器如何精密，方法如何正确，工作如何细心，在测量结果中，或多或少总要包含测量误差。一般说来，误差是指错误值与正确值之差，即

$$\text{误差} = \text{错误值} - \text{正确值} \quad (1-1)$$

对于长度计量，测量误差 δ 是测得值 l 与真实值 L 之差

$$\delta = l - L \quad (1-2)$$

实际上，绝对真实的量值是无法求得的。一般把使用更精密的仪器，在更高一级的测量条件下测得的量值，作为近似的真实值，有时也称为实际值。例如，在车间里，用千分尺测量心轴直径为 39.99mm，在计量室使用光学比较仪测量为 39.994mm。则在车间里使用千分尺测量的误差为

$$\delta = l - L = 39.99 - 39.994 = -0.004(\text{mm})$$

为了减少测量误差对测量结果的影响，如果已知测量误差的数值，可以对测量结果进行修正。修正值与测量误差的绝对值相同，符号相反，即

$$\text{修正值} = -\text{测量误差} \quad (1-3)$$

因此，把测得值与修正值相加，可以得到近似的真实值，即

$$\begin{aligned} \text{真实值} &= \text{测得值} - \text{测量误差} \\ &= \text{测得值} + \text{修正值} \end{aligned} \quad (1-4)$$

例如在上例中，千分尺测量心轴直径的测量误差为 -0.004mm ，修正值为 0.004mm ，心轴直径的准确值为 $39.99 + 0.004 = 39.994(\text{mm})$ 。

测量误差的大小决定测量的精确度。测量误差愈小，测得值愈接近于真实值，测量的精确度愈高；测量误差愈大，测得值愈偏离真实值，测量的精确度愈低。

2. 产生测量误差的原因

任何测量都是被测值和单位量之间的比较。这种比较需要采用某种测量基准和测量工具，在一定的测量条件下，通过一定的测量方法才能进行。如果这些测量因素发生变化，与理想的情况不一致，就会使测得值与真实值不一致，产生测量误差。

1) 测量基准误差

长度测量的工作基准通常采用量块（又称块规）；在光学计量仪器上也采用标准线纹尺作为长度基准；此外，在工厂中还常常使用各种标准件和校对件。如果它们尺寸制造不精确，或是在检定时测量不精确，或者在使用时方法不正确，都可能产生测量误差。

2) 测量工具误差

长度测量常用的测量工具, 包括各种万能量具、机械式测微仪, 以及各种光学量仪、电动量仪和气动量仪。这些量具和量仪的误差主要来自以下几方面。

① 设计和制造造成的误差。例如在设计量仪的传动机构时, 采用了近似设计, 使传动机构存在着原理误差。此外, 由于元件的制造误差、装配间隙、摩擦, 都会使量具和仪器产生测量误差。

② 调整使用方法不正确。在使用量具和仪器时, 没有调整到理想状态, 例如不垂直、不水平、零位不正确、放大比不准确等, 从而产生测量误差。

③ 量具和仪器在使用中的磨损, 也会带来测量误差。

3) 测量条件误差

由于测量环境条件, 例如温度、湿度、振动、接触测量压力等, 与要求的标准状态不一致, 引起测量基准、测量工具和被测物本身发生变化, 从而产生测量误差。

4) 测量方法误差

有些被测值不能直接测出, 需要间接测量其它量, 例如测量非整圆工件的直径 (图1-2); 还有些被测值需要采用一些近似的测量和计算方法, 例如测量小角度时用弦长近似代替弧长, 都可能引起测量误差。由于被测对象的安装、定位和瞄准方式不正确, 也会引起测量误差。所有这些测量误差都叫测量方法误差。

此外, 因观测者分辨能力所限, 或因偏视、疲劳和疏忽引起的误读和误记, 也会产生测量方法误差。

3. 测量误差的分类

根据测量误差的性质, 可以把误差分为系统误差、偶然

误差和粗大误差。

1) 系统误差

对同一个被测值在相同条件下进行重复测量，误差的大小和方向不变，或者按照确定的规律变化，这样的误差称为系统误差。前者称为固定性系统误差，或定值系统误差；后者称为变动性系统误差，或变值系统误差。例如，由千分尺的零位不正确，或量块的尺寸误差而产生的测量误差，属于

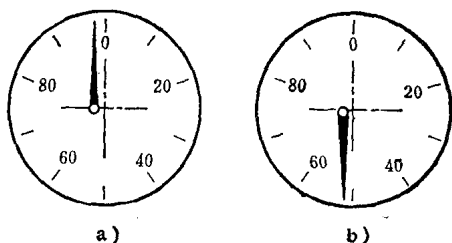


图1-3 百分表刻度盘偏心产生的
变值系统误差

a) 读数偏小 b) 读数偏大

定值系统误差；而百分表的刻度盘偏心，则会使读数时产生变值系统误差：读数会有时偏小，有时偏大（图1-3）。

系统误差对测量结果有很大影响，因此必须确定在测量过程中是否含有系统误差，是定值系统误差还是变值系统误差。如果是定值系统误差，应设法确定它的数值；如果是变值系统误差，则应确定它的变化规律或变动范围，并查明其产生原因，以便在测量过程中减少和消除它们的影响。

2) 偶然误差

偶然误差又叫随机误差。在相同的条件下，对同一个被测值进行重复测量，测量误差有时大，有时小，有时为正，有时为负。其大小和方向的变化，没有确定的规律，这种误差称为偶然误差。

偶然误差的产生原因很多，无法一一查明，因而也无法

加以控制。但是，使用同一件量具或同一台仪器，在相同的条件下，对同一个被测物进行重复测量时，如果测量次数足够多，可以发现偶然误差的大小和正负误差出现的可能性，完全服从统计规律，我们没有理由认为误差会偏向一方，或者偏向另一方。因此，随着测量次数的增加，偶然误差的平均值将逐渐减小，趋近于零。这就是说，尽管我们无法控制偶然误差，但是，可以取多次测量的平均值，以减少偶然误差对测量结果的影响，使测量结果更接近真实值。

3) 粗大误差

由于主观上的疏忽，或者外界条件的突然变化，造成读数、记录和计算错误，从而明显地歪曲了测量结果。这样的误差称为粗大误差或粗差。带有粗大误差的测量值，应当及时发现，及时剔除。

应当注意的是，尽管我们把误差划分为系统误差、偶然误差和粗大误差，这三类误差却是互相联系，而且在一定条件下是可以互相转化的。例如一批量块的中心长度误差，其大小和方向没有确定的规律，但若检定出量块的实际尺寸，就可以从测量结果中加以修正。我们研究测量误差的目的之一，就在于掌握误差转化的规律，提高测量精度。

4. 测量精度

测量精度代表测量结果与被测物的真实值相接近的程度。测量结果与真实值愈接近，测量误差愈小，测量精度愈高。

测量精度可以分为：

(1) 测量准确度 反映系统误差大小的程度。系统误差愈小，测量结果与真实值愈接近，测量准确度愈高。

(2) 测量精密度 反映偶然误差大小的程度。偶然误

差愈小，测量结果的分散程度愈小，多次测量的重复性愈好，测量结果更可信。

(3) 测量精确度 它把“精密”和“准确”各取一字，反映了系统误差和偶然误差的综合误差大小的程度。

在我国和其他一些国家，测量精度的名词尚未统一。在有些书籍和文章中，采用正确度代表系统误差，采用准确度代表综合误差。因此在读的时候要搞清其含义。

需要注意精密度与精确度的区别。在一组测量结果中，尽管精密度很高，即测得值十分密集，但精确度不一定高，其测得值可能严重偏离真实值。反之，若精确度高，则精密度一定高。精确度与精密度之间的区别，可以用下述打靶的例子来说明（图1-4）。

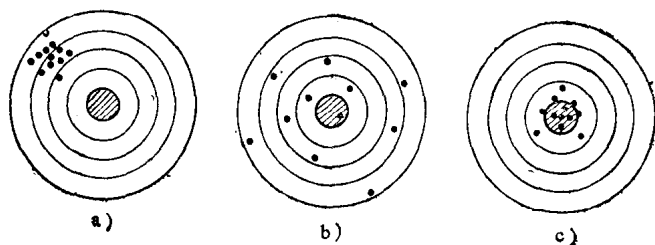


图1-4 精密度与精确度的区别

a) 精密度高但准确度低 b) 精密度低 c) 精确度高

图1-4 a、b、c表示三个射手的射击成绩。斜线代表靶心，是射击目标。由图可见：图a弹着点密集，但偏向一边，表示精密度虽高但准确度低，因此精确度不高。图b弹着点居中，但较分散，表示准确度虽高，但精密度低，因而精确度也不高。图c的精密度和准确度都高，因而精确度高。在测量工作中，没有靶心，只有假想的真实值。我们进行的每一次测量，都相当于一次射击。一组精确的测量结果应当尽

可能接近真实值，就好象一个优秀射手的弹着点密集分布在靶心周围一样。

§ 1.2 偶然误差

我们都有这样的经验：在相同条件下，对同一被测物进行多次测量，测量结果大同小异。例如，用千分尺测量钢球直径 100 次，测量结果的分布情况见表 1-1。

表 1-1 多次测量结果的分布 (mm)

测量结果 x_i	剩余误差 $v_i = x_i - \bar{x}$	出现次数 n
9.991	-0.004	1
9.992	-0.003	4
9.993	-0.002	13
9.994	-0.001	20
9.995	0	23
9.996	0.001	21
9.997	0.002	12
9.998	0.003	4
9.999	0.004	2
平均值 $\bar{x} = 9.995$		$n = 100$

从上述一组测量结果中可以看出，100 次测量结果很接近，平均值为 9.995mm，代表了这一组测量结果的一致性；100 次测量结果的数值又不完全相同，有的等于平均值，有的比平均值稍大，有的比平均值稍小，这说明每一次测量之间都存在一些微小的差异，也代表了每一次测量的特殊性。

因此，所谓“大同”，即这一组测量是在相同的条件下，使用相同的测量基准、量具和测量方法进行的。如果这些测量因素与理想的状况不一致，就会使测量结果系统性地偏大

或偏小。例如,采用更精密的仪器测量钢球直径为 9.992mm ,说明这一组测量值的平均值系统性地偏大了 $9.995-9.992=0.003\text{mm}$ 。因此,我们常用系统误差代表一组测量结果的测量误差的共同性。

所谓“小异”,是由于这些测量因素在每一次测量之间都发生了一些难以查觉的微小变化,使每一个测量值互不相同,产生了变化不定的测量误差。我们常用偶然误差代表测量误差的特殊性。

一、什么是偶然误差

在相同条件下,对同一个被测值进行多次测量,测量误差有时大,有时小;有时为正,有时为负,其大小和方向的变化,没有确定的规律,完全出于偶然。这样的误差称为偶然误差。

偶然误差的存在,是由于影响一个事物发生变化的原因很多而造成的。这些因素之间互相制约,互相作用。平常我们注意到的,只是我们认为影响较大的显著性因素。还有许多影响较小的因素,不是我们尚未发现,就是我们无法控制,这些因素的影响,正是造成偶然误差的原因。例如,对钢球直径的100次测量结果不一致,当然,这可能由于在千分尺上读数时对小数值读得不准,但这只能引起测量结果的末位数字相差 ± 1 ,而上述测量结果的末位数字,相差竟达8个单位,因此必然存在着其它因素的影响。这些因素可能有:

① 测力的微小变化,使每次测量时,钢球与千分尺接触部分的变形量大小不一。

② 环境温度的微小变化,使钢球和量具的热胀冷缩不一致。

③ 钢球表面吸附的水蒸汽、油膜、灰尘等，其厚度无法控制。

④ 千分尺的两个测量表面不平行，在每次测量时，钢球在测量面之间的位置又不一致。

⑤ 千分尺测微螺杆与螺母之间的间隙和摩擦，使得量具在读数时产生示值变化。

⑥ 钢球的形状误差。

⑦ 读数误差。

还有许多我们没有发现的因素。它们的影响具有以下特点：

因素的数目很多，少则十几个，多则几十，甚至上百个。每一种因素的变化没有确定的规律，因此它们对误差的影响，有时大，有时小；有时为正，有时为负。其发生和变化，完全出于偶然。

每一种因素的变化，对测量误差都有一些微小的影响，但是又没有任何一种因素的变化，对测量误差产生巨大和决定性的影响。

这些众多的偶然性因素综合作用的结果，使得偶然误差没有确定的变化规律，其大小和方向都不可预测。但是，如果我们在相同的条件下，对同一个被测值进行多次测量，则可发现偶然误差的分布完全服从统计规律。

二、偶然误差的分布规律——正态分布

在表 1-1 所示的一组测量结果的分布中，如果我们用每一个测量结果 x_i 与平均值 $\bar{x}$ 的差数代表该次测量值与平均值的偏离，称为剩余误差，用 v_i 来表示

$$v_i = x_i - \bar{x} \quad (1-5)$$

把剩余误差 v_i 与出现次数 n 之间的关系，画成统计图