沈乃澂 编译

1986年基本物理常数国际推荐值

科学出版社

1986年基本物理常数国际推荐值

沈乃澂 编译

科学出版社

内 容 简 介

国际科技数据委员会基本常数任务组发表的 1986 年基本常数推荐值，是国际上公认的具有权威性的最新基本常数值．本书除给出了全部推荐值外，主要内容还有：关于 1986 年基本物理常数国际推荐值的说明；1986 年基本物理常数的平差；国际科学技术数据委员会简介．

国际科技数据委员会中国委员会和国家计量局将本书及所刊数据推荐给全国科学研究、工业生产、教学等部门参照使用．今后不再使用 1973 年发表的基本常数推荐值．

1986 年基本物理常数

国际推荐值

沈乃瀓 编译

责任编辑 王昌泰

科学出版社出版

北京朝阳门内大街 137 号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1987 年[illegible]月第一版　　开本：850×1168 1/32

1987 年[illegible]0 月第一次印刷　　印张：2

印数：[illegible]001—3[illegible]700　　字数：50,000

ISBN 7-03-[illegible]/O·33

[illegible]书号：13[illegible]935

定价：0.65 元

序

国际科技数据委员会（CODATA）基本常数任务组发表的1986年基本常数推荐值，是国际上公认的具有权威性的最新基本常数数值，沈乃澂同志根据B. N. 泰勒(Taylor)、E. R. 科恩（Cohen）提供的材料编译成书．我们将本书的内容及附表所刊的数据推荐给全国科学研究、工业生产、教学等各个部门参照使用．今后不再使用1973年发表的基本常数推荐值．

国际科技数据委员会中国委员会
国　家　计　量　局

一九八六年十二月

目　　录

关于1986年基本物理常数国际推荐值的说明

基本物理常数是把物理学不同分支学科联系在一起的物理理论链条中的重要环节.人们常常认为,物理学的所有各分支虽然明显地不同,但实际上却是相互密切地联系着的.仔细研究从各个不同领域的实验所得到的常数值，可以给我们提供关于物理学基础理论的总体一致性和正确性的重要知识.因此,不断地以更高的准确度测量基本物理常数之所以重要,不仅是为了“多加上一位小数值”,并给我们提供一组更一致的可使用的常数值，而且是因为这些测量有可能引导我们发现对自然的物理描述中前所未知的不一致性,或消除已知的不一致性.

某一个常数可以从不同的途径得到它的数值，因此可以得出一个推导某个常数的多个观测方程组．处理这种观测方程组最简捷而一致的方法是最小二乘法．由此能够算出常数的“最佳”折衷值，近似地满足所有有关方程．历史上曾进行过多次基本常数的最小二乘法平差,历时已有半个世纪之久．上一次平差是1973年进行的,那次是在国际科学技术数据委员会（简称 CODATA）成立后在它所属的基本常数任务组主持下完成的．以后约每十年重新进行一次常数平差，1986年完成了一次最新的平差.

一般来说，在常数的最小二乘法平差中输入的数据可分为两类．第一类称为辅助常数,它的不确定度很小,以致可认为是精确的． 第二类包含不够精密的或称随机输入数据． 后者是接受平差的量,从中选出几个未知量或“平差常数”,依据这些量进行最小二乘法计算.在1973年的平差中,两类数据的分界线约为0.5ppm*

---

* $1\text{ppm} = 1\times10^{-6}$.

的水平．这十三年间，由于常数数值的准确度有所提高，这个分界线也相应地变化．由表 1 所列的 1986 年最小二乘法中所用的主要辅助常数汇总表中可见，其中不确定度最大为 20 ppg*，即 2×10^{-8}，比上次约减小 25 倍．然而，“辅助常数”一词仍用于指可以假定为精确已知的量，即它所具有的不确定度和在同一方程中可能出现的其它量的不确定度相比可以忽略不计．可忽略意指它最低限度要比其它量所给定的不确定度小三倍，大多数情况下要小 5～10 倍．同样，“随机数据”（见表 2 所列）是指那些接受平差的量，亦即指输入值和输出值一般不同的那些量．表中所列的不确定度均指 1 个标准偏差．

在这次平差的常数值中，出现了几个定义值，其不确定度为零．在表 1 中出现的是光速 c 和 V_{76BI}．光速 c 作为定义值是在 1983 年第十七届国际计量大会通过新米定义时规定的．在过去，长度单位米和时间单位秒是分别独立地定义的．光速的单位为米/秒，是长度米和时间秒的导出单位．新的米定义规定：1 米是光在真空中在 1/299792458 秒的时间间隔内行程的长度．在此定义中，光速值是作为定义值规定下来的，而长度单位就成为时间单位秒和光速值的导出量．V_{76BI} 是 1976 年 1 月 1 日国际计量局（BIPM）所保持的电压单位，它是用交流约瑟夫森效应关系 $\nu=(2e/h)V_{76-BI}$ 来定义的，式中的 ν 为微波频率，其数值为 483594 GHz，$2e/h$ 为两倍的基本电荷与普朗克常数之比．在表 4 和表 5 中出现的另两个数值是真空导磁率 μ_0 和真空介电常数 ε_0．前者是 $4\pi\times10^{-7}$，因为 π 是圆周率，它是一个自然常数，并不存在不确定度；后者 $\varepsilon_0=1/\mu_0c^2$，由于 c 为定义值，μ_0 为自然常数，因此 ε_0 也就成为定义值或精确值了．

表 2 中的 Ω_{BI85} 是指 1985 年 1 月 1 日国际计量局的保存欧姆单位，A_{BI85} 是 1985 年 1 月 1 日国际计量局的保存电流单位．由于电阻单位欧姆、电流单位安培和电压单位伏特目前均用实物

* $1\text{ppg}=1\times10^{-9}$．

(例如电池组)进行保存和复现，它与国际单位制（SI）之间有一定的差别，它们之间的关系用转换因子来表示． 例如： $\Omega_{BI85}=K_{\Omega}\Omega$，$A_{BI85}=K_V K_{\Omega}^{-1}A$，$V_{76-BI}=K_V V$,其中 K_{Ω} 和 K_V 分别为欧姆转换因子和伏特转换因子，它们在基本物理常数测量中起着很重要的作用．因为任何基本物理常数均需用 SI 单位表示，但实际测量中则应用保存单位，因此在使用保存单位的观测方程中会出现相应的转换因子．

最激动人心的计量学进展，也许是 1980 年联邦德国的冯·克里青首次观测到的电导的量子化现象，称为量子霍耳效应．应用这个效应可以把电阻单位与微波频率和相应的基本常数相联系，因此可用来建立电阻单位的量子标准．更重要的是，可以用它来进行精细结构常数的直接宏观测量． 因此，冯·克里青荣获了 1985 年诺贝尔物理学奖金．表 2 中的量子霍耳电阻 R_H 就是用这种方法测得的，六个国家的测量结果的不确定度约在 2×10^{-7} 左右，符合程度也在 5×10^{-7} 以内．

纵观 1986 年基本常数的新的推荐值，我们发现，与 1973 年的相应数值相比，许多常数值的不确定度减小了一个量级左右，同时数值也有较大变化． 在所列的 19 个独立数值中有 9 个数值的变化超出了 1973 年国际推荐值的不确定度，有的甚至超过了三倍．附表九中未列出的其他常数或组合量也存在类似的情况．

沈乃澂

CODATA 中国委员会基本常数工作组

一九八六年十二月

1986 年基本物理常数的平差

一、引　言

1. 背景

CODATA 基本常数任务组于 1969 年建立，并提供了一组基本常数和转换因子的准确数值，这些数值对解释科学和技术的数据是非常重要的．该任务组在 1973 年的报告[1.1]中提供了第一次为国际上采用的物理和化学的基本常数数值组．这些数值几乎立即受到一些新的测量结果的挑战，至少对过去的十年来说，显然需要一次新的平差．然而，影响我们对物理常数的认识的数据在不断地涌现，通常很难确定一个改变推荐值的最佳时间．1986 年 1 月 1 日已定为进行这次评论的截止时间，并认为未采用的新数据对 1973 年数值引起的任何变化，都将远小于在截止时间前采用的数据所包含的变化．

在过去的五年内，本文作者在任务组其他成员的指导下，已评述和分析了大量材料．这篇报告总结了那些成果，并给出了从 1986 年平差导出的新的‘最佳’值组．这篇评论与以前的评论(Cohen and Taylor[1.2] (1973) 和 Taylor, Parker and Langenberg[1.3] (1969)) 在构思上是类似的．然而，在这次分析中，并未区分哪些数据分析中是依赖于量子电动力学 (QED) 的，哪些数据不依赖量子电动力学，因为在目前的实验精度极限范围内，还没有证据表明 QED 的概念(如果反对它的实现)是不成立的．

在过去的十二年内，已经发表了大量关于基本常数的实验和理论工作．对红外和可见光频率的测量已达到相当高的水平，从而导致了用光在给定时间内的行程来重新定义米．另一项进展是在原子晶格间距与光学波长之间建立了直接的联系，从而使阿伏

伽德罗常数的测定获得了重大的改进. 电子反常磁矩的量子电动力学数值计算的精度及它的实验测定,均获得了令人难忘的进展. 最激动人心的计量学成就是1980年冯·克里青[1.4]观测到了电导的量子化,从而实现了精细结构常数的直接宏观测量,他为此而获得了诺贝尔奖金[1.5].

2. 数据选择和计算程序

由于存在与以前分析各种实验和理论数据有关的问题,应该特别注意1986年分析中的统计有效性问题.

尽管数据可以表示不同的物理量,但它们必须用其不确定度可以一致比较的方式来表示,这显然是十分必要的. 因此,作为评论而言,在检验每次测量或数值计算最初给定的不确定度时(必要时可以修正),要保证所有的不确定度均始终用统计方差表示. 这与国际计量局(BIPM)不确定度报告工作组的建议[2.1,2.2]大体上是一致的. 这些建议原则上并不区分'偶然'和'统计'不确定度,而将不确定度分为A类或B类,"按照估计数值的方式分为:

1. 应用统计方法估计的数值,
2. 用其他方法估计的数值."

A类不确定度用估计方差 s_i^2 来表征,B类不确定度用假定存在的、认为与方差等价的量 u_j^2 来表征. 由于这两类方差在数学上用相同方式进行处理,本报告中略去了符号的差别,假如必须注意在贡献来源中的差异,就使用 s_A^2 和 s_B^2. 在某些情况下,为了估计B类不确定度的方差,最基本的误差分布可用矩形表示,在这种情况下规定的误差极限表示那种分布的半量限 a. 等效方差取为 $a^2/3$.

这次平差在选择数据中采用了两个基本准则:

(i) 结果必须是在1986年1月1日前获得的,但并不要求最终形式的发表也在这个日期以前,只要材料足够完整,可以给出其有意义的不确定度,就可以考虑使用它.

(ii) 每个数据的不确定度应足够小,使它在与同类量的其他

数值相比时，具有有效的权．当存在两个数据时，若一个数据的总权小于另一个数据的权表示的不确定度，则前者对结果不能产生有效的影响．方差估计(或统计权)的相对不确定度为 $\sqrt{2/n}$，其中 n 是形成估计基础的统计无关变量的有效数．由于有些实验结果是建立在据 50 次有效观测的基础上的，给定的不确定度很难可靠到优于 10%．此外，很难检验小于最终不确定度的十分之一左右的系统误差的存在，并且没有必要把这样的数据引入分析中，因为它使结果改变的量小于由可能未检测到的系统误差效应所产生的不确定度．因此，我们不应该包含权很小的数据．与测量相同量的其他数据的权或在输入组中由其他数据导出的间接值的权相比，其权小于后者权的百分之几的数据均不应采用．因此，已经采用了上述的一般规则，即若其所述的不确定度大于同类量的其他测量或间接计算的不确定度的四倍(其权近似小于后者的权的 0.06 倍)，则这项测量将在分析中不予使用．

基本常数分析的最小二乘法在以前的文章中[1.2,1.3,2.3]已作了详细的介绍．简言之，每一项实验结果代表在一组物理量数值上的一个约束，这可表示为辅助常数与未知量之间的代数关系．分析所选择的未知量组并不是唯一的，但它们必须是完整而独立的．未知量组的完整性意味着具有足够的未知量来表示全部实验数据；独立性表示没有任何未知量可以表示为其他未知量的组合，因此用未知量表示观测的方式是唯一的．

通常的最小二乘法程序采用所谓伯奇比 $R_B=(\chi^2/\nu)^{\frac{1}{2}}$，作为对平差结果的不确定度改变尺度的因子，以便得到 χ^2 等于 ν 的一个值，即它的期望值．这个程序是对与单位权相关的‘误差’的经验估计．假如给定的不确定度只具有相对意义，而不存在对绝对权的先验估计，或假如所有输入数据的系统误差大致类似，则认为将权统一地改变尺度是可以成立的．然而，对于从完全不同的物理领域的不同的和独立的来源所得到的数据，统一扩展所有的不确定度是没有理由的，对给定权作尺度上的任何改变都应该看作是一种先验信息，它对每个单独数据的不确定度分配都可以是

有效的.

因此,在分析输入数据时,我们不仅已考虑了通常的最小二乘法算法,而且考虑了由列宁格勒门捷列夫计量研究所(VNIIM)的Tuninskii 和 Kholin[2.4,2.5] 提出的算法，以及由 Taylor[2.6] 建议的修正和 Cohen[2.7-2.9] 介绍的扩展的最小二乘法算法. 与每个实验数据有关的权 ω_i 是 $1/\sigma_i^2$. 新的算法可以归为这样的程序,即认为在最小二乘法分析中所需的方差(因此得出权)是未知的，而只把由A类和B类分量相加的量作为先验估计 s_i^2 来应用. 他们用数据的一致性提供附加的经验信息,用此来改进这些估计.

Tuninskii 和 Kholin 采用成本函数的形式来修正每个观测方程的权. 在此方式中 χ^2 取为等于具有最小成本的期望值 ν. 他们提出的成本函数为

$$C = \Sigma(1/\omega_i s_i^2 - 1)^2 \qquad (2.1)$$

这种算法称为 VNIIM 算法.

在 VNIIM 算法中，假如观测的权减小到零，则存在一个无限成本补偿;若权变得很大，则只有有限的补偿. Taylor 特别考虑了成本函数的一种对称形式，这里用它作为函数的一个例子. 对于小权和大权均具有较大的成本

$$C = \Sigma\left(\frac{1}{\omega_i s_i^2} - 2 + \omega_i s_i^2\right). \qquad (2.2)$$

他还证明，用不同算法得到的结果对于所用的成本函数的精密形式并不很敏感[2.6],因为成本函数的主要影响是由接近 $\omega_i s_i^2 = 1$ 的平方关系所确定的.

在将根据有效自由度 ν_i 得到的先验估计 s_i^2 与由残差和 χ^2 值提供的经验估计结合时，两种扩展的最小二乘法算法都考虑了方差估计的可靠性信息.

第一种算法 ELS1 采用残差 $r_i = y_i - \hat{y}_i$，其中 $\hat{y}_i$ 是最小二乘法拟合中的平差值，再加上先验标准偏差 s_i，求出方差 σ_i^2 的最佳估计. 表达式 $\hat{\sigma}_i = a_i s_i^2 + b_i r_i^2$ 中的系数 a_i 和 b_i，通过要求这个表达式是无偏的并具有 σ_i^2 的最小方差估计量来确定.

残差方差的期望值是 $1/\omega_i - t_{ii}$，其中 $1/\omega_i$ 是 y_i 的方差，t_{ii} 是 $\hat{y}_i$ 的方差[2.3,2.10]. 输入数据方差的自洽估计是权为 ν_i 的先验估计 s_i^2 与权为 1 的经验估计 $r_i^2/(1-\omega_i t_{ii})$ 的平均，即

$$\frac{1}{\omega_i}=\frac{\nu_i s_i^2+r_i^2/(1-\omega_i t_{ii})}{\nu_i+1}. \tag{2.3}$$

通常，最小二乘法平差的每一个输出量都受到全部输入量的影响. 因此，如果没有同一种量的离散数据，应用全部输出量对每个输入量的权求出统计上最有效的估计是合适的. 第二种算法 ELS2 用更完备的和式代替了上述表达式，即 $\hat{\sigma}_i^2=a_i s_i^2+\Sigma b_{ijk} r_j r_k$，并由此得出非常简单的结果，最佳估计是权为 ν_i 的先验值 s_i^2 和权为 ν 的经验估计 $(\chi^2/\nu\omega_i)$ 的平均：

$$\frac{1}{\omega_i}=\frac{\nu_i s_i^2+\nu((\chi^2/\nu)/\omega_i)}{\nu_i+\nu},$$

或

$$\omega_i=(\nu_i+\nu-\chi^2)/\nu_i s_i^2. \tag{2.4}$$

式 (2.4) 在统计上比式 (2.3) 更强，其比例为 $(\nu_i+\nu)/(\nu_i+1)$. 然而，式 (2.4) 对于正权通常可以无解；因为权 ω_i 为正值时，$\nu_i+\nu$ 必须大于 χ^2. 若在数据组中存在大于 1 的离散项，该算法不可能充分减小离散数据的权，使其产生 χ^2 的足够小的值. 缺乏收敛是一种迹象，在观测的残差大于可认为是数据中的偶然扰动部分的意义下，数据是离散的. 这是假定式 (2.4) 的一个矛盾，而且说明这种算法不适于应用于这样的数据组.

两种算法具有不同的函数. ELS 1 的式 (2.3) 正图识别与整组一致性有偏离的数据，其偏离表明存在离散性，并通过重新给定数据的统计权来修正那些离散性. 假如数据在没有发现的系统误差时是足够"澄清的"，使给定的权完全代表假定的基本概率分布的方差，则应用 ELS 2 的式 (2.4). 用在 1 (若精度指数 ν_i 很大，$\nu_i\gg 1$) 和 R_B (若精度指数小，$\nu_i\to 0$) 之间的不等的标量代替伯奇比的固定标量因子，即使对标准最小二乘法过程的 χ^2 值小于 ν，算法 ELS2 也成立. 伯奇比小于 1，算法 ESL 2 减小了不确定度；在伯奇比大于或小于 1 的每一种情况下，算法用以改变标准

偏差的因子总是在1与R_B之间.

二、数据评论

同在过去平差中一样,数据分为两类:比较精密的数据(辅助常数)和不太精密的数据(随机数据).前者由于其相对不确定度很小,不接受平差,后者接受平差.

数据分为两类并没有正式的分界线,但是某一变量的不确定度远小于另一个变量的不确定度时,它们之间的关系并不会由平差来改变因此可作常数处理.例如,最初曾想把质子-电子质量比作为分析的未知量之一.然而,在集结数据的过程中,由于m_p/m_e的精度很高,直接观测方程的权远大于任何其他关系贡献的权(例如质子磁矩测量在过去的平差中也具有这样的重要性).

若一个辅助常数有多于1次的测定,如里德伯常数的情况,数据只需要用简单的加权平均表示(这只是最小二乘法的一维形式),平均值可作为不再接受平差的常数.

3. 辅助常数

本次平差中,全部辅助常数的不确定度均小于0.02 ppm;一个辅助常数的不确定度决不会大于所出现的随机数据不确定度的十分之一,典型情况下前者为后者的二十分之一.附表一中列出了这次平差中所用的主要辅助常数.在少量例子中,数值本身受到平差的影响,因此必须叠代确定,表一中所列的数值为1986年推荐值.

a. 光速和米定义

用光速表示的新的米定义[3.1],在分析中把c确定为精确的辅助常数,但这既不是做波长计量学观测,也不保证某种给定的激光将提供一个有效的长度标准.米定义是概念上的定义,并不是工作定义,它所代表的实际工作标准包含在技术规定中,即在一些确

定的工作条件下，所选用的吸收稳定的激光器的规定的超精细结构分量将构成频率和波长的协调组合，它们在规定的不确定度范围内复现米[3.2]。

b. 质子-电子质量比

数值 $m_p/m_e = 1836.152701(37)$ 是华盛顿大学的 R. S. van Dyck 及其合作者们报道的最新结果[3.3]，是根据电子和质子在彭宁陷阱中的相同磁场内的回旋频率 $\omega_c = eB/m$ 的测量得到的. Gräff 等人[3.4]也报道了一个几乎相等但不太精密的数值，$m_p/m_e = 1836.1527(11)$. Wineland 等人[3.5]对数据进行了重新计算，得出 $m_p/m_e = 1836.15234(36)$.

在过去的平差中，这个比值或其等效比值 $\mu_p'/\mu_N = (m_p/m_e) \times (\mu_p'/\mu_B)$ 是一个平差的随机变量. Mamyrin 等人[3.6]的数据给出的 μ_p'/μ_N 值等效于 $m_p/m_e = 1836.15090(79)$，而 Petley 和 Morris[3.7] 的测量给出 1836.1521(13). 这些早期测量与华盛顿大学的数据大致相符，但显然精度较低(因此权较小)，因此在我们的分析中不必考虑它们.

c. 相对原子质量和质量比

核的相对原子质量取自 Wapstra 和 Audi 的 1983 年原子质量表[3.8].

在约化质量因子、μ 子素(μ^+e^- 原子)的 QED 项及电子 g 因子的 QED 计算中均需要质量比 m_μ/m_e. 这个比值(或等效地用磁矩比 μ_μ/μ_p)是平差中的一个变量，但作为以 $1+m_e/m_\mu$ 形式的辅助常数，我们只需要降低 200 倍的精度.

电子 g 因子的 QED 计算还需 τ 轻子-电子质量比的数值；根据 1984 年"粒子性质评论"[3.9]，我们采用 $m_\tau/m_e = 3492(6)$.

d. 里德伯常数

无多普勒光谱学技术已使里德伯常数的全部早期测量作废，

因为与1973年所用的数据相比，前者的精度提高了一至二个量级. 目前的数值是根据斯坦福大学[3.10]和耶鲁大学[3.11]的测量得出的. 他们是根据新的米定义、将 m_p/m_e 和 α 的新值合并的 Erickson 的光谱能级计算的修正[3.12]重新计算得到的. NPL[3.13] 作出了 R_∞ 的测定，并给出了与耶鲁和斯坦福大学相符的结果. 推荐值中并未将此包括在内，因为他们所列出的精度比耶鲁的数据要差6倍. 因此，即使把它包括在内，对最終结果也不会产生重要的贡献.

e. 自由电子和 μ 子的 g 因子

自由电子的 g 因子 $g_e = 2\mu_e/\mu_B = 2(1 + a_e)$，其中 μ_e 是电子磁矩，μ_B 是玻尔磁子，g_e 以两种方式对平差有贡献：作为一个输入变量，可以由此导出精细结构常数的值；作为固定的辅助常数 g_e. 表一中 g_e 的值是华盛顿大学的 Dehmelt 和 van Dyck 等人[3.14]最近报道的值，他们是通过对贮存在冷却到4.2K的彭宁陷阱中的单个电子的测量得到的. 实验本身的不确定度为 4×10^{-12}，考虑到装置的有限形状引起的回旋加速器轨道中理论上可估计到的位移，给予这个值的不确定度有所增加[3.15,3.16].

自由 μ 子的 g 因子 $g_\mu = 2\mu_\mu/(e\hbar/2m_\mu) = 2(1 + a_\mu)$. 进入平差仅作为一个辅助常数. 与电子反常相比，μ 子反常的精度较低，无论在实验上或理论上作为精细结构常数的竞争数值的计算均不能达到较高的精度. 这里所用的数值是根据 CERN[3.17] 在过去二十年内所作的一系列 μ 子测量所得到的最新结果.

f. 电子与核的磁矩比

比值 μ_e/μ_p 是根据 Winkler 等人[3.18]对氢中的 g 因子测量得出的，这是最准确的数值. 他们报道的值为

$$g_j(\mathrm{H})/g_p(\mathrm{H}) = 658.2107063(66)(0.010\mathrm{ppm}). \tag{3.1}$$

g 因子必须用 Grotch 和 Hegstrom[3.19]、Faustov[3.20] 及 Close 和 Osborne[3.21] 的束缚态修正理论修正到自由粒子的值：