

高等学校交流讲义

原子核理論讲义

YUANZIHE LILUN JIANGYI

夏 蓉 編

人民教育出版社

高等学校交流讲义



原子核理論讲义

YUANZIHE LILUN JIANGYI

夏 蓉 編

人民教育出版社

本书主要包括核力、核结构、核反应和核衰变等内容。对于上述内容,书中介绍了基本的理论处理方法和结果,并在一些部分把理论与实验的结果进行了比较和分析。学习本书应具备原子核物理的基本知识和实验方法的知识,以及量子力学和数学物理方法等课程的基础。

原子核理论讲义

夏 蓉 编

人民教育出版社出版 高等学校数学用书编辑组
北京宣武门内大街27号

(北京市书刊出版业营业许可出字第2号)

京 华 印 书 局 印 装

新华书店科技发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

统一书号 13010·1023 开本 $850 \times 1168 \frac{1}{32}$ 印张 $11 \frac{13}{16}$

字数 278,000 印数 0001—8,500 定价(0) 1.10

1961年8月第1版 1961年8月北京第1次印刷

目 录

第一章 核力問題.....	1
§ 1.1 核力問題的一般介紹.....	1
§ 1.2 在协变性要求下核力的普遍形式.....	4
§ 1.3 低能区中子与质子的相互作用, 氘核基态性质.....	8
§ 1.4 低能 $n-p$ 散射.....	11
§ 1.5 低能 $p-p$ 散射.....	19
§ 1.6 张量力对二核子系的影响.....	25
§ 1.7 中能及高能区核子-核子散射.....	29
§ 1.8 核子-核子散射的极化现象.....	39
第二章 原子核结构——壳模型.....	51
§ 2.1 核结构的基本实验事实及初步分析.....	52
§ 2.2 核子在核内的自洽场.....	63
§ 2.3 梅逸-玻孙的唯象理论.....	68
§ 2.4 壳模型的改进.....	81
第三章 原子核结构——集体模型.....	91
§ 3.1 集体模型的提出及一般考虑.....	91
§ 3.2 原子核的转动.....	98
§ 3.3 原子核的振动.....	110
§ 3.4 转动能谱受振动及粒子激发的干扰.....	117
§ 3.5 γ 跃迁对各种模型的检验.....	122
第四章 对称性.....	133
§ 4.1 转动态的意义.....	133
§ 4.2 态的无穷小转动.....	135
§ 4.3 态的有限转动.....	142
§ 4.4 张量算符 约化矩阵元选择定则.....	147
§ 4.5 角动量守恒.....	152
§ 4.6 空间反射态的定义.....	153
§ 4.7 宇称及其守恒.....	155
§ 4.8 时间反演态的定义.....	157
第五章 γ 跃迁.....	163
引言.....	163
§ 5.1 电磁场的平面波解.....	164

§ 5.2 电磁场的球面波解	168
§ 5.3 γ 跃迁几率公式	171
§ 5.4 γ 跃迁数量级 选择定则	177
§ 5.5 有关 γ 跃迁的一些重要的实验结果	180
§ 5.6 角关联公式	192
§ 5.7 混合跃迁的角关联	201
§ 5.8 核外场的影响	203
§ 5.9 内转换理论	205
§ 5.10 0-0 跃迁	212
第六章 β 衰变	214
§ 6.1 狄拉克电子论的简短回顾	215
§ 6.2 β 衰变的相互作用形式	218
§ 6.3 β 衰变跃迁公式	223
§ 6.4 β 衰变研究方面的一些结果	241
第七章 S 矩阵理论	261
§ 7.1 引言	261
§ 7.2 S 矩阵的定义 S 矩阵和各种截面的关系(没有自旋的情况)	265
§ 7.3 S 矩阵的定义 S 矩阵和各种截面的关系(有自旋的情况)	277
§ 7.4 S 矩阵的转动不变性和空间反射不变性	281
§ 7.5 S 矩阵的公正性	284
§ 7.6 细致平衡	288
第八章 布拉脱-维格纳公式和核反应的模型理论	291
§ 8.1 共振能级	291
§ 8.2 布拉脱-维格纳公式	298
§ 8.3 对于布拉脱-维格纳公式的讨论与实验结果的比较	307
§ 8.4 光学模型	320
§ 8.5 蒸发理论	341
§ 8.6 直接相互作用 氘核裂变反应	350
附录 I 克莱布西-哥尔当系数	365
附录 II 球谐函数和平面波	367
附录 III 关于角动量与空间转动	369

第一章 核力問題

§ 1.1 核力問題的一般介紹

核子間的相互作用力簡称核力，核力問題是原子核物理中基本問題之一，是基本粒子間强相互作用的一种。核力的知識对于解决原子核內部結構問題起着重要的作用。

两个基本粒子間的相互作用，通常是通过場来傳达的。例如，在电磁相互作用中，一个带电体的周圍存在着电磁場，它作用于附近的其他带电体，同样，可以設想，一个核子周圍存在着介子場，它作用于附近的其他核子。我們知道，电磁場的量子是光子，它可以被带电粒子(例如电子)吸收、发射，或在带电粒子的碰撞中产生(軋致輻射)。同样，可以期望有介子場中的量子——介子存在，它可以被核子吸收、发射，或在核子碰撞中产生，这些都已经經在实验中証实了。这种特殊的介子称为 π 介子，現在已肯定知道，当距离在 10^{-13} 厘米以上时，核子間的相互作用主要是由 π 介子傳播的，在更小的距离內，情况大为复杂，可能有其他种粒子及其他种机构起作用。

既然基本粒子間相互作用是由場来傳达的，那么，在描述它們間的相互作用时，便不能脱离掉場(或中間粒子)，但在某种极限情况下，相互作用的較簡單的近似描叙方法是可能的，例如当两个电子間相对运动速度 $v \ll$ 光速 c 时，我們可以用位能来表达相互作用力，位能只是两个电子的力学量的函数，不再包含光子在內。事实上，位能可以展为 $\frac{v}{c}$ 的級数，当 $\frac{v}{c} \ll 1$ 时，只須取前面一、兩項便够了。同样，在核力問題上，如果两个核子相对动能比 Mc^2 小得多

时(M 表核子的靜止質量),例如,动能 ≥ 150 兆电子伏特时,則核力也可以近似地通过位能来表达。这里位能只是两个核子力学量的函数,与介子的力学量无关。由于在原子核内核子的平均动能为 25 兆电子伏特,因此,可望由位能表达核力的近似还是可用的。

研究核力的方法不外从两个方面入手,一个是从实验上获得的 π 介子的性质及其与核子的相互作用,利用现有场论的方法推导出核子间的位能来,由于目前场论中还有着严重的困难,这一方向的努力,还只得到定性或半定量的成果。另一方面,则是从分析与核力直接有关的实验(主要是核子与核子的散射实验),并根据相互作用的若干普遍协变性要求建立两核子间的唯象位能。这两个方面相辅并进,各有其重要的一面,本章主要介绍核力的唯象理论。

在建立唯象理论中,除了借助于协变性条件外,主要依靠分析实验数据,特别是两体散射实验(np, pp, pd, nd),从这些实验直接得到的是角分布,即微分(有效)散射截面,由足够多的微分截面(包括为了测量极化效应进行的多次散射的截面),原则上可以确定一组相角位移,与此等效可以确定由任意初态(弹性)散射至任意终态的散射矩阵元。并且,原则上如果各种能量的相角位移或矩阵元都已测定,则可以唯一地确定核子间的位能。事实离开这样理想的情况还远得很,目前只能应用协变性条件及介子场论中某些定性结论作为指导,唯象地探索核力的特性及形式。

除了上述两体散射数据以外,几个最轻核的定态性质(如结合能、总角动量、磁矩、电四极矩、激发态性质等)也是确定核位能有用的可靠的资料。

在详细讨论如何从分析实验获得核力性质之前,以下将先介绍一些核力的定性知识:

(i)核力的力程及程度——从原子核本身的大小可以预言核

力的力程必然是短程的，大約在 10^{-13} 厘米左右，从測不准关系式也可以看出，約束在 10^{-13} 厘米附近的核子必然具有很大的动能（約二十几个兆电子伏特），核子必須有更大的吸力，才能使核子处于穩定的束縛态。

(ii) 核力与两个核子所处的态有关——例两个具有自旋为 $\frac{\hbar}{2}$ 的粒子，可以組成自旋三重态或单态，在这两个不同的态下，核力也是不同的，此处，两个核子在质心坐标系中的波函数具有一定的宇称，处于不同宇称的态下的核子，具有不同的位能。

(iii) 核力与核子的电荷无关——不論中子或質子，只要处于同一种态下，它們之間具有相同的核力。

(iv) 核力中包含有非有心力的成分。

(v) 核力表現了所謂饱和性，原子核的总結合能大約与粒子数成正比，而不与核子数的平方（即核子对数）成正比，原子核内部的核物质密度总是接近于一个常数。

(vi) 核力与核子的动量有关，其中較肯定的是二体位能中包括自旋軌道耦合項。

(vii) 核力中除了二体力外，还有多体力存在，但关于多体力的研究存在严重的困难，唯象方法很难用来研究多体力，但可用来檢驗多体力的重要程度，如果多体力的力程比二体力更短，則可期望多体力在核結構問題只占着次要的地位。

(viii) 关于核力的徑向变化問題，能說的只有在相互間距离 r 大处，位能大致与 $e^{-\mu r}$ 成正比（ $\mu = \frac{m_\pi c}{\hbar}$ ， m_π 为 π 介子的质量），而在 r 小处，位能的变化細節已失去其意义，一般認為可以唯象地用一排斥心来表示。

(ix) 由于排斥心在概念上及計算上都引起一些困难，現在正設法用核力对动量的依賴性来代替排斥心，并已取得一些成果。

§ 1.2 在协变性要求下核力的普遍形式

出現于薛丁格方程中的二体位能，在物理上应当滿足以下一些合理的协变性要求；这些协变性在物理的广大領域里一直是被实验所証实的。

(i) 移动不变性——位能不可能依賴两个核子的質心的位置，以 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ 表这两个核子的空間坐标，則位能 V 只能是 $\mathbf{r} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$ 的函数，不依賴于 $(\mathbf{x}_1 + \mathbf{x}_2)$ (我們知道，移动不变性相当于系統的总动量守恒)。

(ii) 轉动不变性——这要求位能中只能有标量及赝标量出現，赝标量不同于标量之处在于前者在空間反演中改变符号，而后者不变，两者在空間轉动中皆保持不变(轉动不变性相当于总角动量守恒)。

(iii) 空間反射不变性——这就使位能中只有标量出現(空間反射不变性相当于宇称守恒)。

(iv) 伽利略变换不变性——要求位能不依賴于两核子的总动量 $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$ ，只依賴于相对动量 $\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$ ，亦即在所有慣性坐标系中，位能的形成都是一样。

(v) 時間反演不变性——要求 $V(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \sigma_1, \sigma_2) = V(\mathbf{r}, -\mathbf{p}, -\sigma_1, -\sigma_2)$ ，在時間反演中， σ_1 的变换性质与 $\mathbf{r} \times \mathbf{p}$ 相同。

(vi) 位能算符应当是自轭的。

(vii) 位能应当是两核子力学量的对称函数，即在位能中两核子的力学量互换后位能形式不变。

利用以上七个条件，不难証明不依賴动量 $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$ 的位能的普遍形式为

$$V = V_0(r) + V_\sigma(r)\sigma_1\sigma_2 + V_T(r)s_{12} \quad (1)$$

其中 s_{12} 为

$$s_{12} = 3 \frac{\sigma_1 \cdot r \sigma_2 \cdot r}{r^2} - \sigma_1 \cdot \sigma_2 \quad (2)$$

(1) 已经是能用 r, σ_1, σ_2 建立起来的满足上述条件的最普遍的标量, $V_0(r), V_\sigma(r), V_T(r)$ 都是任意的 r 的函数, $V_T(r)s_{12}$ 一项称为张量位能, 它随着 r 及 σ_1, σ_2 的取向不同而采取不同数值, 因此是一种非有心力。

如果允许位能中包括 p 的一次项, 则位能中只可能增加一项自旋轨道耦合能 V_{Ls} :

$$V_{Ls} = V_{Ls}(r) \mathbf{s} \cdot \mathbf{L}, \quad (3)$$

其中 $\mathbf{s} = \frac{\hbar}{2} (\sigma_1 + \sigma_2), \mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$.

如果位能中允许有 p 的二次项甚至高次项, 则位能的形式越来越复杂, 在能量不太高的情况下, (1) 加上 (3) 的位能形成可能已经够普遍的了。

除了以上七个条件外, 还有一个很重要的性质要求核位能要满足, 即:

(viii) 核力的电荷无关性——亦即不论是 np, pp 或 nn , 只要是处于同一个(相对运动)态下, 它们间的位能便是一样, 当然有些态, 由于包里原理, np 能达到的, 而 pp 及 nn 不能达到, 凡是能达到的态, 核子间的位能总是一样的, 以前的七个条件可以从一般物理考虑予以承认, 第八个条件的成立有待于实验的证明, 这一点将在以后讲到。

为了表达这个性质, 有必要引进核子的同位旋的概念, 即我们把中子与质子看成同一种粒子(核子)在“同位旋空间”的两个态, 也就是说, 给核子引入一个新的同位旋坐标。因为对于核子在同位旋空间中只有两个态, 所以说同位旋算符在形式上与自旋算符相似。以 τ_1, τ_2, τ_3 与 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 相对应, τ_3 有两个本征值: $\tau_3 = 1$

相当于中子; $\tau_3 = -1$ 相当于质子; τ_1, τ_2, τ_3 满足 $\tau_1^2 = \tau_2^2 = \tau_3^2 = 1$ 及 $\tau_1\tau_2 + \tau_2\tau_1 = 0, \dots$ 等关系式。在以 τ_3 为对角矩陣的表象中, τ_1, τ_2, τ_3 的矩陣形式为

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

在同一表象中以 $\gamma = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \delta = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ 分别表示中子及质子的同位旋波函数, 与自旋态相似, 两个核子的同位旋态有三重态与单态之分:

	波 函 数	代表	对 称 性
三 重 态	$\xi_{1,1} = \gamma(1)\gamma(2)$	n^2	} 对称
	$\xi_{1,-1} = \delta(1)\delta(2)$	He^2	
	$\xi_{1,0} = \frac{1}{\sqrt{2}}[\gamma(1)\delta(2) + \gamma(2)\delta(1)]$	H^2	
单 态	$\xi_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{2}}[\gamma(1)\delta(2) - \gamma(2)\delta(1)]$	H^2	反对称

容易看出, 三重态与单态分别为两个核子的同位旋坐标的对称及反对称函数, 它們都是 $\tau^2 = (\tau_1 + \tau_2)^2$ 及 $\tau_z = \tau_{1z} + \tau_{2z}$ 的本征态, $\xi_{1,-1}$ 表示 $\tau = 1, \tau_z = -1$ 的本征态, 余类推。

在我們这样将质子中子看成同种粒子的两个态, 并引入同位旋坐标后, 我們必須要求二个(或更多个)核子的波函数是 $r, \sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2$ 的反对称函数, 即变换两个核子的所有坐标, 波函数應該改变符号, 以 $\varphi(r)\chi(\sigma)\xi(\tau)$ 来表示这样的波函数, 則利用包里原理, 可建立下表, 表中說明某些 np 能达到的态(c 和 d)和 nn 及 pp 不能达到的态, 核力的电荷无关性即表示在态 a, b 下, np, nn, pp 的相互作用完全一样。这一要求就限制了在位能中 τ_1, τ_2 出現的可能形式, 以 $f(\tau_1, \tau_2)$ 表示任何这种可能的形式, 則根据以上所述, $f(\tau_1, \tau_2)$ 必須是满足下一条件的对称函数:

核子系	$\xi(\tau)$	$\chi(\sigma)$	$\varphi(r)$	态
nn	三重态, 对称	三重态	奇宇称	a
pp		单态	偶宇称	b
np	三重态, 对称	三重态	奇宇称	a
		单态	偶宇称	b
	单态, 反对称	三重态	奇宇称	c
		单态	偶宇称	d

$$f(\tau_1, \tau_2) \xi_{1,m} = \lambda_1 \xi_{1,m}$$

其中 λ_1 与 m 无关, 容易看出满足上式的 f 只有是常数或者 $\tau_1 \cdot \tau_2$, 由此以前所得位能可能的普遍形式, 在引入同位旋坐标后, 每一项都变为两项, 例如:

$$V_0(r) \longrightarrow V_0(r) + V_\tau(r) \tau_1 \cdot \tau_2$$

$$V_\sigma(r) \sigma_1 \cdot \sigma_2 \longrightarrow V_\sigma(r) \sigma_1 \cdot \sigma_2 + V_{\sigma\tau}(r) \sigma_1 \cdot \sigma_2 \tau_1 \cdot \tau_2$$

.....

由此得出在协变性要求下, 包含动量至一次方为止的普遍位能形式为

$$V = V_0 + V_T s_{12} + V_{sL} \mathbf{s} \cdot \mathbf{L} \quad (5)$$

其中, $V_0 = V_0(r) + V_\sigma(r) \sigma_1 \cdot \sigma_2 + V_\tau(r) \tau_1 \cdot \tau_2 +$

$$+ V_{\sigma\tau}(r) \sigma_1 \cdot \sigma_2 \tau_1 \cdot \tau_2 \text{ (有心力)} \quad (6)$$

$$V_T = V_{T0}(r) + V_{T\tau}(r) \tau_1 \cdot \tau_2 \text{ (张量力)} \quad (7)$$

$$V_{sL} = V_{sL0}(r) + V_{sL\tau}(r) \tau_1 \cdot \tau_2 \text{ (自旋轨道耦合力)} \quad (8)$$

由于 $\sigma_1 \cdot \sigma_2$ 在三单态下为 1, 单态下为 -3, 所以也可按宇称及自旋单态或三重态来列举各种位能:

V_0 中有四种: (${}^3V_0^+$), (${}^3V_0^-$), (${}^1V_0^+$), (${}^1V_0^-$),

V_T 中有两种: $(^3V_T^+)$, $^3V_T^-$,

V_{sL} 中有两种: $(^3V_{Ls}^+)$, $^3V_{Ls}^-$ 。

显然在单态下 V_T 及 V_{sL} 都为零, 上式中有括号者表示 pp 及 nn 不能达到的态, 指标“+”, “-”号表示宇称为偶或奇。

至于每一种位能中径向部分的具体形状, 只有从分析实验求得, 在介子场论中, 也可用一般微扰法得出以上的核力的一般形式, 但位能的具体径向变化及大小与实验不符。

§ 1.3 低能区中子与质子的相互作用, 氦核基态性质

在低能区域内的特点, 是在相对运动中波长远大于核力力程, 因此不能希望低能实验能有助于识别位能的细节, 相反地, 低能实验最多只能用来决定有关位能的少数参数。由于低能实验测量得较准确, 这些被决定的参数具有肯定的意义; 任何方式提出的两体位能, 必须首先能给出这些参数才有意义。核力的电荷无关性, 在这个能量区域内也已经显示出来。

研究低能区的 n, p 相互作用时, 氦核是一个最简单而且有用的例子。有关氦核的主要实验数据, 有以下几个:

(1) 氦核是由一个中子与一个质子组成的稳定核, 它只有一个束缚态, 总角动量(核自旋) $J=1$ 。

(2) 结合能 $B=2.226 \pm 0.002$ 兆电子伏特。

(3) 磁矩 $\mu_D=0.857411 \pm 0.000019$ (核磁子)。

$$\mu_p + \mu_n - \mu_D = 0.02231 \pm 0.00012 \text{ (核磁子)}。$$

(4) 电四极矩 $Q_D = (2.738 \pm 0.014) \times 10^{-27}$ 厘米²。

利用这些数据, 我们已经能够初步地得出中子与质子间位能的一些粗浅的结论。几个有关位能的参数可以由此决定, 从 $(\mu_p + \mu_n - \mu_D) \ll \mu_D$ 可以看出, 中子、质子在质心坐标中基本上处于 S 态, 不然的话, 质子会贡献一部分轨道磁矩, 于是 $(\mu_p + \mu_n - \mu_D)$

应当等于一个核磁子的数量级, 又因 $J=1$, 所以中子与质子的自旋是平行的。不过, 这里还是存在着矛盾的, 因为既然认为氘核处于 S 态就不会有电四极矩。如果核子间相互作用是有心力场, 则轨道角动量是运动常数, 氘核基态必然只能有一定的轨道角动量。 S 态不可能与其他态混起来, 所以说 $Q_D \neq 0$ 表示核子间位能不可能全是有心力场。以上从协变性要求已经看出非有心力也是可能出现的, 氘核的这个性质更证实了非有心力是必然存在的, 由于 Q_D 及 $\mu_D - \mu_p - \mu_n$ 的数值还算比较小, 为了估计有心力的大小, 我们可暂且略去它们, 先假定核力是有心力。

在质心坐标中, 氘核基态波函数 ψ 满足

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(r) \right] \psi(r) = E \psi(r),$$

其中 $\mu = \frac{M_n M_p}{M_n + M_p} \approx M_p$, $V(r)$ 表示中子与质子间位能, 相当于前面讲过的 ${}^3V_e^+$, $E = -B = -2.226$ 兆电子伏特。上式的 s 波部分只包括径向波函数 $\psi_0(r) = R(r) = \frac{u(r)}{r}$, $u(r)$ 满足

$$\left\{ \frac{d^2}{dr^2} + [-\alpha^2 + v(r)] \right\} u(r) = 0 \quad (9)$$

$$\alpha^2 = -\frac{2\mu E}{\hbar^2}, \quad v(r) = -\frac{2\mu V(r)}{\hbar^2} \quad (10)$$

$u(r)$ 必须满足由条件 $u(0)=0$, $u(\infty)=0$, 为了得到关于 $V(r)$ 的一般认识, 假定 $V(r)$ 为方位阱,

$$\begin{cases} V(r) = -V_0, & r < b \\ V(r) = 0, & r > b \end{cases} \quad (11)$$

(9) 变为

$$\begin{cases} \left(\frac{d^2}{dr^2} + K^2 \right) u(r) = 0, & r < b \\ \left(\frac{d^2}{dr^2} - \alpha^2 \right) u(r) = 0, & r > b \end{cases} \quad (12)$$

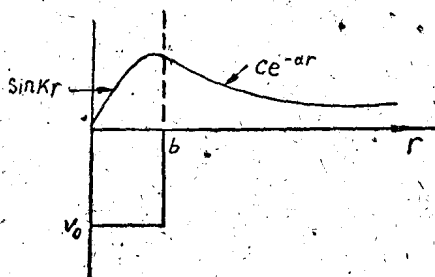


图 1.1

其中

$$K^2 = \frac{2\mu V_0}{\hbar^2} - \alpha^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2} (V_0 - B), \quad (13)$$

由此得

$$\begin{cases} u(r) = \sin(Kr), & r < b \\ u(r) = Ce^{-\alpha r}, & r > b \end{cases} \quad (14)$$

內、外波函数在 $r=b$ 处必須相接；注意：外部波函数梯度是負的，由于氖核只有一个束縛态，內部波函数 $\sin Kr$ 在 $r=b$ 处必定是刚刚开始下降，即 $Kb \simeq \frac{\pi}{2}$ 。如果 $B=0$ ，則 $Kb = \frac{\pi}{2}$ 。此时 V_0 与 b

滿足 $V_0 b^2 = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{\hbar^2}{2\mu} \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{4M_p}$ 。对于实际的 B 來說， $V_0 b^2$ 比 $\frac{\pi^2 \hbar^2}{4M_p}$ 稍

大。采用其他类型的位阱，也得到类似的結果；即結合能数值只确定了标志位能深度与宽度平方的乘积 $V_0 b^2$ 。为了看一看这些量的数量級，举出以下一些数字：

$$b = 2 \times 10^{-13} \text{ 厘米} \quad V_0 = 25 \text{ 兆电子伏特}$$

$$b = 1.7 \times 10^{-13} \text{ 厘米} \quad V_0 = 35.2 \text{ 兆电子伏特}$$

而 $\frac{1}{\alpha} = 4.3 \times 10^{-13}$ 厘米这个长度相当于外部波函数的长度，由于

它已經比 b 大許多，所以 $\frac{1}{\alpha} \approx 4.3 \times 10^{-13}$ 厘米几乎可以认为是氖核的半徑。

§ 1.4 低能 n - p 散射

(1) 实验数据及有效力程理论 在低能散射中 ($E_L < 10$ 兆电子伏特), 质心坐标中微分截面是各向均匀的, 这很容易在理论上说明, 因为在低能下波长比相互作用范围要大得多, 波函数中只有 s 波部分受相互作用的影响显著。再当靶上质子可以当作自由时, 在质心坐标中的角分布便是各向同性的, 这个条件只要在入射中子能量比质子在靶上分子中的结合能 (约 1 电子伏特) 大得多时就满足。

实验中 E_L 在 10 至 100 电子伏特中测得的 n - p 散射总截面为 $20.36(\pm 0.1)$ 巴恩^①, 其他能量下测得的截面如表 1.1。

表 1.1

E_L (兆电子伏特)	σ (巴恩)
1.005	4.228 ± 0.018
1.315	3.675 ± 0.016
2.540	2.525 ± 0.009
4.749	1.690 ± 0.007

在这个能量区域内, 我们将把 n - p 散射看成是纯弹性散射, 尽管这样做不完全正确, 因为除弹性散射外, 质子还可以被中子俘获, 放出 γ 射线, 但这个截面当 $E_L \lesssim 1$ 电子伏特时, 比弹性散射截面要小得多, 因此把 n - p 散射当成纯弹性散射还是很好的近似。

散射态波函数一般可写成

$$\psi(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu} = E,$$

其中 s 波部分为

① 1 巴恩 = 10^{-28} 厘米²。

$$(e^{ikr})_{l=0} = \sqrt{\frac{\sin kr}{4\pi kr}}$$

$$(f(\theta))_{l=0} = \frac{e^{i\delta_0}}{k} \sin \delta_0$$

$$(\psi(r))_{l=0} = \psi_0(r) = \sqrt{\frac{\sin kr}{4\pi kr}} + \left(\frac{e^{i\delta_0}}{k} \sin \delta_0 \right) \frac{e^{ikr}}{r} \quad (15)$$

δ_0 的数值取决于 $V(r)$; $u(r) = r\psi_0(r)$ 所满足的方程式为

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + (K(r))^2 \right] u(r) = 0, \quad (16)$$

其中 $K(r) = \left[\frac{2\mu}{\hbar^2} (E - V(r)) \right]^{\frac{1}{2}}$, E 为在质心坐标中的能量。当 $r \rightarrow \infty$ 时, $K \rightarrow \left(\frac{2\mu}{\hbar^2} E \right)^{\frac{1}{2}} = k$ 。从(15)式可求得满足 $n(0)$ 的解, 这个解在 $r \rightarrow \infty$ 时趋于 $\sin(kr + \delta_0)$, C 为归一化常数。由此便得到 δ_0 。

微分散射截面 $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ 及总截面 σ 各为

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= |f(\theta)|^2 = \frac{1}{k^2} \sin^2 \delta_0, \\ \sigma &= \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega = \frac{4\pi}{k^2} \sin^2 \delta_0. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

以上的表式, 对于任何核子的弹性散射来说, 只要在能量低到只有 s 波起作用便适用。对于力程短位阱深的位能, 由于 $\lambda = \frac{1}{k} \gg b$, 低能散射与位阱形状关系不大。这一简化情况, 应当可以在 σ 或 δ_0 的对于位阱形状及随能量的变化中表现出来。事实上, 利用实验上得到 δ_0 , 作以 $k \cos \delta$ 为纵坐标, 以 k^2 为横坐标的图, 发现基本上是一条直线, 这一点, 在理论上也是可以解释的。设(16)式在两个不同的能量 E_1, E_2 (其相应波数为 k_1, k_2) 下的两个解为 $u_1(r), u_2(r)$;