趣味程序设计100例

纪有奎　王建新　编著

煤炭工业出版社

内 容 提 要

本书题目选自国内外趣味数学、数学竞赛题，不少出自著名数学家之手；有笔算方法；有编源程序。思路、框图和上计算机结果，使乏味程序设计趣味化，可锻炼读者灵活运用算法语言的能力，提高程序设计技巧的水平。

书中数学部分只需具备中学数学知识，程序设计部分需初步掌握基本BASIC语言，同时也适用于FORTRAN和ALGOL语言。题目趣味横生，引人入胜。取材有简有繁，实用性强，适用面广，使初学及有一定造诣的读者可各取所需，是一本普及与提高相结合的书。

本书可供大、中专师生、科研、设计单位及各计算中心的有关人员阅读。也可作为教学补充资料、参考选题。

责任编辑：刘庆韶

封面设计：郑玉水

趣味程序设计100例

纪有奎　王建新　编著

*

煤炭工业出版社　出版

（北京安定门外和平北路16号）

河北省固安县印刷厂　印刷

新华书店北京发行所　发行

*

开本787×1092 1/16　　印张13 1/4

字数313千字　　印数36,526—117,575

1982年8月第1版　　1984年9月第3次印刷

书号15035·2499　　定价 1.40元

前　　言

本书题目选自国内外趣味数学、数学竞赛、智力测验等题。内容广泛，妙趣横生，引人入胜。不少题是出自著名数学家之手，也有我们自己改编的。

这些具有不同难度的题，并非一定要用计算机来算出，而是做为程序设计的“靶子”，打破常规，体裁新颖，使乏味程序设计趣味化，可培养程序设计的兴趣和独立思考分析问题、解决问题的能力。通过多种类型的选题，不仅扩大了程序设计的视野和领域，复习并巩固所学的基础知识，并可锻练读者灵活地运用程序设计语言进行程序设计的本领，提高设计技巧和水平。

书中每道题包括两部分：（一）笔算步骤和结果；（二）程序设计部分——设计思路、框图和源程序，以及上机运行后打印结果。题目均选用基本BASIC语言进行程序设计并上机调试通过（除少部分题在DJS-130机、LSI-11/23机通过外，其余全在Z-80机通过，为统一格式，全写成后一种上机的格式）。由于每题都有设计思路分析和框图，故也适用于FORTRAN、ALGOL等功能性较强的算法语言，达到“举一反三”的目的，具有通用性。在编排上，笔算和上机计算并举，前呼后应，可使读者互相核对，观察两种方法计算特点。有了笔算步骤和结果，又可启发程序设计的思路。

该书题目有简有繁，有易有难，适用面广，使初学者和有一定造诣的读者均可各取所需，是普及和提高相结合的书。数学部分适合具备中学数学知识者阅读；程序设计部分适合有关大专院校、中专学校师生和科技人员阅读；也可供教师教学时做为习题参考书。

该书在编写过程中北京大学计算机科学技术系语言教研室主任杜淑敏副教授曾提了许多宝贵意见，我校领导也给予很大支持，谨此表示感谢。由于水平所限，难免有误，敬请广大读者指正。

北方交通大学电子工程系软件教研室 纪有奎　王建新

1982年1月

目　　录

一 水手分椰子

1 分西瓜

某机关的工会组织体育锻炼——游泳比赛。将一堆西瓜分给前三名，把该堆西瓜中的一半和半个西瓜奖给第一名；剩下的一半和半个西瓜奖给第二名；把最后剩下的一半和半个西瓜奖给第三名。但每次分时并没切开任何一个西瓜。问前三名每人各得几个西瓜？

（一）笔算步骤和结果

方法（1）可用最简单的原始想法去推导。原有的西瓜数以及在分西瓜时的两个剩余数都应当是奇数，否则，在每一次剩余数的一半再加上半个时，三个人都不能分得整数的西瓜（因为题中条件不许切开）。第二次剩余数的一半和1/2西瓜（第三名那份），只能是一个西瓜，即第二次剩余数一定是一个西瓜。依次类推，第二名得2个西瓜，第一名得4个西瓜。

则原有西瓜总数为：$1+2+4=7$。

方法（2）设西瓜总数为n，据题意：

第一名得西瓜个数为：

$$\frac{n}{2}+\frac{1}{2}=\frac{n+1}{2} \tag{1}$$

第二名得西瓜个数为：

$$\frac{1}{2}\left[n-\left(\frac{n}{2}+\frac{1}{2}\right)\right]+\frac{1}{2}=\frac{n+1}{4} \tag{2}$$

第三名得西瓜个数为：

$$\frac{1}{2}\left[n-\left(\frac{n+1}{2}+\frac{n+1}{4}\right)\right]+\frac{1}{2}=\frac{n+1}{8} \tag{3}$$

由（1）、（2）、（3）可列方程 $(n+1)/2+(n+1)/4+(n+1)/8=n$ （4）

由（4）式可求出西瓜总数 $n=7$

将n分别代入（1）、（2）、（3）式，则知：第一名得4个、第二名得2个、第三名得1个西瓜。

（二）程序设计

（1）设计思路：

分西瓜时每人多得半个，还不许用刀切，说明每人分得的都是整数。我们利用这公式

$$x=y/2+1/2$$

式中y是西瓜总数，可设y_1代之，使$y_1\Rightarrow y$。每人分得整数，共三个人，故原有西瓜总数至少为$y_1=3$（初值），每次分后判是否上式每人所得数x是整数，若不是整数，说明原有西瓜总数不对，令$y_1+1\Rightarrow y$（再增加1个），再算，再判，直到分3次时x全是整数为止。将总数y打印出，并将前三名分别得数也打印出。

（2）框图：见图1。

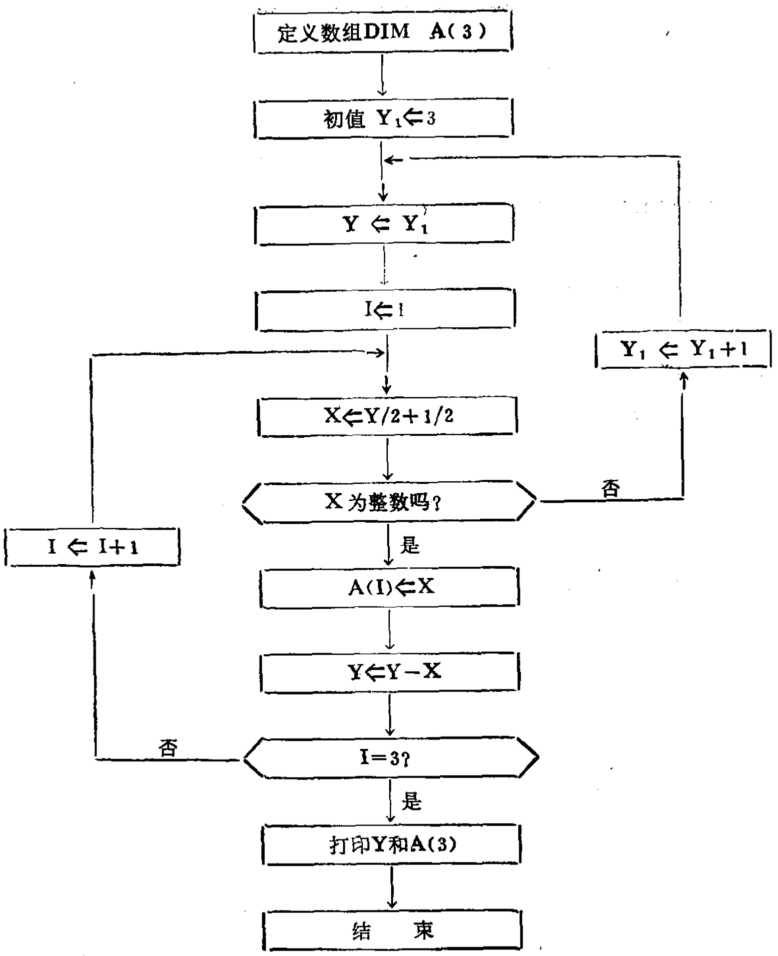

图 1

（3）源程序及运行结果：

```
5     DIM A(3)
10    LET Y1=3
12    LET Y=Y1
20    LET X=0
30    FOR I=1 TO 3
40    LET X=Y/2+1/2
50    IF ABS(X-INT(X)) <> 0 THEN 90
55    LET A(I)=X
58    LET Y=Y-X
60    NEXT I
70    PRINT"Y=", A(1)+A(2)+A(3),   A(1); "  "; A(2); "  "; A(3)
80    END
90    LET Y1=Y1+1
100   GOTO 12
```

```
>>RUN
Y=7                        4     2     1
***80 END***
```

（4）附注

运行后打印出$y=7$是原有西瓜总数，4、3、1分别表示第一、第二、第三名所得西瓜数。

2 水手分椰子

五个水手带着一只猴子，船靠岸时，来到荒岛上休息，突然发现一堆椰子。由于劳累全躺下睡觉了。第一名水手醒来，将椰子平均分成5堆后还余一个椰子给了猴子，自己藏起一堆，又躺下睡觉。第二名水手醒来将剩下的4堆椰子混在一起，又重新平均分成5堆，恰巧又剩下一个也给了猴子，自己也藏起一堆。第三、四、五名水手依次醒来，也都如此分法，如此作法。真巧！每次分后都多出一个椰子给猴子吃。

当第二天五个水手一齐醒来时，发现椰子已经不多了，都心照不宣，为了表示"公平"，将剩下的椰子混在一起，又平均分成5堆，每人一堆，恰巧又剩下一个，给了早已饱尝口福的猴子。请问原来这一堆椰子共有多少个？

（一）笔算步骤和结果

据题意分析，五个人每次平均分成5堆，次日又分一次，共分6次，每次分后都多余一个给了猴子。

方法（1）令n是第二天早晨五人平分时每人所得数。则第二天早晨还剩$5n+1$个。夜里最后一个人分时，所藏数为$\frac{5n+1}{4}$，此人未分时还剩$5\times\frac{5n+1}{4}+1=\frac{25n+9}{4}$个。倒数第二人藏数$\frac{1}{4}\times\frac{25n+9}{4}$，未藏时还剩$5\times\frac{1}{4}\times\frac{25n+9}{4}+1=\frac{125n+61}{16}$个。同理，倒数第三人藏数$\frac{1}{4}\times\frac{125n+61}{16}$，未藏时还剩数$5\times\frac{1}{4}\times\frac{125n+61}{16}+1=\frac{625n+369}{64}$个。同理，倒数第四人藏数$\frac{1}{4}\times\frac{625n+369}{64}$，未藏时还剩数$5\times\frac{1}{4}\times\frac{625n+369}{64}+1=\frac{3125n+2101}{256}$个。同理，第一个人藏数$\frac{1}{4}\times\frac{3125n+2101}{256}$，未藏时还剩数$5\times\frac{1}{4}\times\frac{3125n+2101}{256}+1=\frac{15625n+11529}{1024}$个。故可得原有数为：

$$N=\frac{15625n+11529}{1024}=15n+11+\frac{265n+265}{1024}=15n+11+\frac{265(n+1)}{1024}。$$

因为N必为整数，即$265(n+1)$必须可被1024整除，在此条件下，n的最小值为1023，故

$$N=15\times1023+11+265=15621个$$

即原有椰子总数至少应为15621个。

方法（2）若我们从椰子总数着手，可更快又无需更多计算式即可推出。首先，椰子总数为N被5除余1，其商为l。即$N=5l+1$，第一个人藏了l个，又给猴子一个，剩下k，$k=4l=\frac{4}{5}(N-1)$，而此数又能被5除余1。即$k=5l_1+1$，而$4l=k=5l_1+1$，$l=5l-4l=5l-(5l_1+1)=5(l-l_1)-1$。故$l$被5除能余4，或$N=5l+1$被25除余21。而满足此

条件的自然数，可在每25个数目中找到一个。若我们任找一个，则其它所有满足条件的数，皆可以加或减（－25）的倍数而得到。又$k=(4/5)(N-1)$，（经两人分后的椰子数）仍可被5除余1。此时决定l_1被5除的余数，或k和l被25除的余数，或N被125除的余数。如此继续综合所有条件，决定N被$5^6=15625$除所得的余数，即可找出答案。而此余数必位于1和15625之间。

我们还可计算N被5^6除之余数，但不一定要找出余数，因有一数（－4）可满足题目所有条件，被5除商（－1），余（＋1），（－4）减去1再乘以4/5（满足条件第一次剩下的）等于（－4），再被5除时又余（＋1），商为（－1）。故以满足关系式来论（－4）皆能满足条件，但椰子数必为正数，可是我们已得到可满足条件的数（－4），只要将此数加上5^6的倍数，皆可满足条件，而5^6的倍数，最小为1倍，即5^6。故椰子数最小可为$5^6-4=15625-4=15621$。即椰子总数至少为15621个。

（二）程 序 设 计

（1）设计思路：

假定我们令每个水手来之前为y个椰子，而令这个水手走了之后所剩椰子为x。经分析，得到这样的一个算式：

$$x=\frac{4}{5}(y-1)$$

利用这一算式，采用迭代的方法。首先给y一个初值，然后将这个算式迭代6次（即5个水手每人分一次后又共同分一次）。每次分完后，考查结果是不是整数。如果不是，说明初值不合理。要改变初值，重新开始分。如果分6次的结果都是整数，说明所给初值就是水手们来之前椰子的总数。

在选取初值时，一定要通过仔细分析来确定。初值给的不合理可能大大地增加机器运行时间。也可能出现死循环或一直运算下去直到产生“溢出”，机器打出错误信息为止。

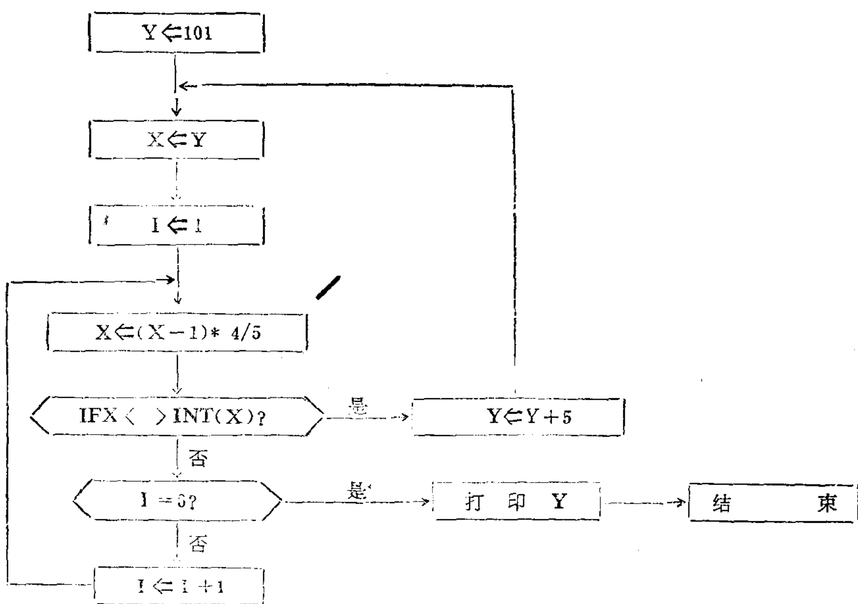

图 2

间时步长的选取也很重要。选得不合理也会出现以上现象。

根据此题题意，考虑到一个数减1还能被5整除，那么这个数的尾数（即个位数）一定是1或者是6。此外，如果初值给的太小，一定会增加机器运行时间。由题意，可以想象椰子的总数不会很小。所以我们选取101为初值。为保证 $y-1$ 后能被5整除，选取步长为5。

（2）框图：见图2。

（3）源程序及运行结果：

```
5    LET Y=101
10   LET X=Y
15   FOR I=1 TO 6
20   LET X=(X-1)*4/5
25   IF X <> INT(X)THEN 45
30   NEXT I
35   PRINT"Y=";Y
40   END
45   LET Y=Y+5
50   GOTO 10
>>RUN
Y=15621
***40 END***
```

3 小猴摘桃

小猴子摘来一些桃。它吃掉了一半，觉得不过瘾，又吃了一只。第二天，它也这样，先吃了剩下的一半，再多吃一只。第三天也如此。第十天小猴一看，就剩一个桃了。问小猴那天共摘来多少只桃？

（一）笔算步骤和结果

设小猴那天摘来 x 只桃子。

第一天吃掉 $\frac{x}{2}+1$，剩下 $x-\left(\frac{x}{2}+1\right)=\frac{x}{2}-1$。

第二天吃掉 $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{2}-1\right)+1=\frac{x}{4}+\frac{1}{2}$，剩下 $\left(\frac{x}{2}-1\right)-\left(\frac{x}{4}+\frac{1}{2}\right)=\frac{x}{4}-\frac{3}{2}$。

第三天吃掉 $\frac{1}{2}\left(\frac{x}{4}-\frac{3}{2}\right)+1=\frac{x}{8}+\frac{1}{4}$，剩下 $\left(\frac{x}{4}-\frac{3}{2}\right)-\left(\frac{x}{8}+\frac{1}{4}\right)=\frac{x}{8}-\frac{7}{4}$。

若 n 表示天数，由上发现递推公式

第 n 天吃掉 $\frac{x}{2^n}+\frac{1}{2^{n-1}}$，剩下 $\frac{x}{2^n}-\frac{2^n-1}{2^{n-1}}$。

则第九天吃掉 $\frac{x}{2^9}+\frac{1}{2^8}$，剩下 $\frac{x}{2^9}-\frac{2^9-1}{2^8}$。

而第九天剩下的就是小猴第十天发现的那只桃子，则有等式

$$\frac{x}{2^9}-\frac{2^9-1}{2^8}=1,$$

$$\therefore\ x=\left(1+\frac{2^9-1}{2^8}\right)\times 2^9=1534\ \text{（只）。}$$

（二）程 序 设 计

（1）设计思路：

从第10天仅剩一只桃开始向前推算，第 9 天时剩下的桃子为：〔（第10天的桃子＋1）×2〕，第 8 天时剩下的桃子为：〔（第 9 天的桃子＋1）×2〕……，第一天的桃子为：〔（第 2 天的桃子＋1）×2〕，首先给 A 一个初值 1，然后利用循环语句， 9 次使用迭代公式： $A_n=(A_{n-1}+1)\times 2$ 即得结果。

（2）框图：见图 3。

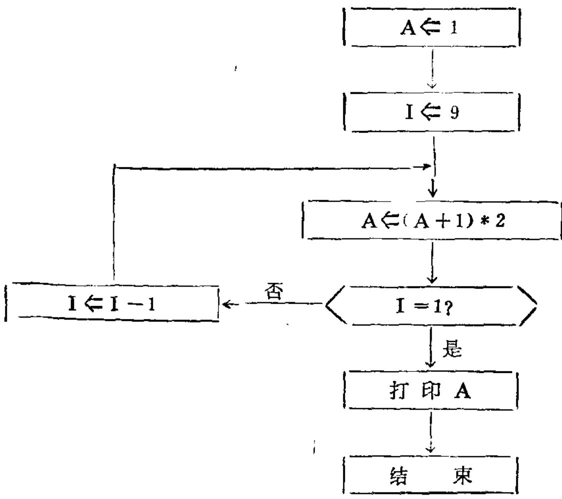

图 3

（3）源程序及运行结果：

```
 5      LET A=1
10      FOR I=9 TO 1 STEP -1
15      LET A=(A+1)*2
20      NEXT I
25      PRINT"A=", A
30      END
>>RUN
A=1534
***30 END***
```

二　爱因斯坦的一道数学题

4　登　台　阶

数学老师上课时提问李明："你每次上楼梯时一步迈几个台阶？"回答："有时迈一个，有时迈两个台阶。"老师又问："从一楼到咱们二楼共有20个台阶，按你这种走法，即每步只能跨一个或两个台阶，你一共有几种走法？"李明张口结舌，一时回答不出。请你帮助算算，共有几种走法？

（一）笔算步骤和结果

如图 4-1 所示，上楼梯第一级，只有一种方法；上楼梯第二级有两种方法；而上楼梯第三级则有三种方法。一般地，若想上第 n 级楼梯，因为他的最后一步可从第n－2级跨两级，也可以从第n－1级跨一级而达到，所以若用u_{n-2}，u_{n-1}和u_n分别表示上第n－2，n－1和第 n 级楼梯的方法数数，便可得

$$u_n = u_{n-1} + u_{n-2} \quad (n \geq 2) \qquad (1)$$

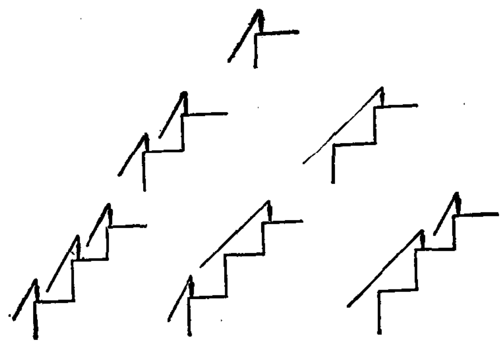

图 4-1

为方便计不妨改写为

$$u_{n+2} = u_{n+1} + u_n \quad (n \geq 1)$$

注意到　$u_1 = 1$，$u_2 = 2$，∴　$u_3 = 3$，由(1)式可以得到一个数列：

1，2，3，5，8，13，21，……，10946。这是该题的递推解法，即第 20 项为10946，欲登上20个台阶，不难推出共有10946种走法。

附：若假设$u_0 = 1$，我们便可得到菲波那奇数列如下：

因为由（1）式，若n＝2时，则可得第 3 项

$$u_2 = u_1 + u_0 = 1 + 1 = 2。$$

于是得到著名的菲波那奇数列

1，1，2，3，5，8，13，21……。

若 n 表示该数列的项数，则递推公式

$$u_n = u_{n-1} + u_{n-2} \quad (n \geq 3) \qquad (2)$$

(二）程 序 设 计

（1）设计思路：

登20个台阶共有几种走法的问题，通过前面的分析我们已经得到了这样一个数列：

1，2，3，5，8，13，21，……，10946。

其中数列第 1 项的内容即为登上第 1 阶台阶的几种走法。并且很容易看出每一项中的内容都是它前面两项中的内容之和。所以只要建立两个单元A和B。先将第 1 项、第 2 项中的内容送入A和B，然后反复利用这两个单元进行递推：

$$A + B \Rightarrow A, \quad B + A \Rightarrow B$$

这样不断地改变A和B中的内容，连续第 9 次所得到的B就是登上第20个台阶的所有

走法。

（2）框图：见图4-2。

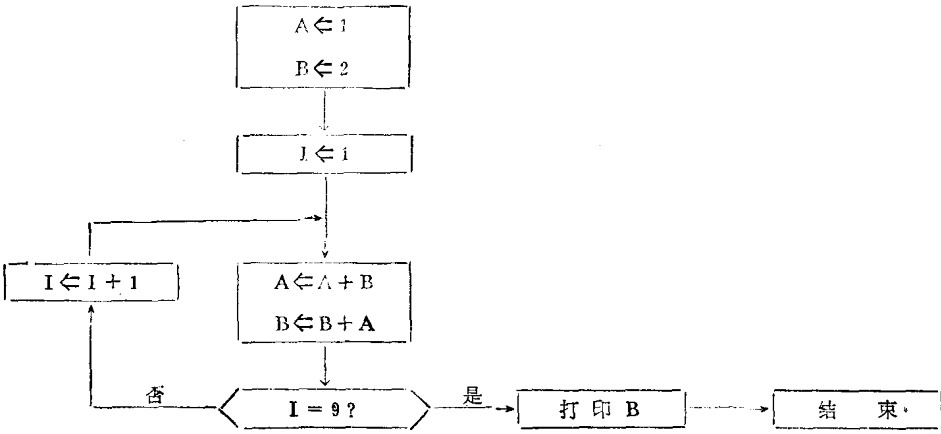

图 4-2

（3）源程序及运行结果：

```
10    LET A=1
15    LET B=2
20    FOR I=1 TO 9
25    LET A=A+B
30    LET B=B+A
35    NEXT I
40    PRINT B
45    END
≫RUN
10946
***45 END***
```

5 兔子繁殖

菲波那奇在1202年所著“算盘一书”中有一道题：“某人想知道一年内一对兔子可以生几对小兔子，他筑了一道围墙，把一对兔子关在里面。已知一对兔子每一个月可以生一对小兔子，而每一对兔子生下后第二个月就可以生兔子，问雌雄一对兔子一年内能繁殖成几对兔子？”

（一）笔算步骤和结果

由第4题笔算推导出菲波那奇数列为：

1，1，2，3，5，8，13，……，

其通项递推公式为：$u_n=u_{n-1}+u_{n-2}$ （1）

n是项数（$n\geqslant3$），即从第3项开始，每一项都是其前两项之和。

我们就利用该数列，将原题改为：假定一对兔子每一个月初生一对一雌一雄的小兔，每对小兔在两个月以后也逐月生一对一雌一雄的小兔。现设年初时在兔窝里放雌雄一对小兔，问一年时，兔房里有多少对兔子？

我们分析这个问题。在一、二月份该对小兔已长成大兔，在三月初，该对大兔子生一对小兔，这时窝里有一大一小两对兔子。到四月初，那对大兔子继续生一对小兔子，这时窝里已有 2＋1＝3 对兔子。到五月初，那对大兔子又生一对小兔子，而三月初生的那对小兔子也开始生一对小兔了，这时窝里有3＋2＝5对兔子。到六月份，那对大兔继续生一对，三月初出生的那对也生一对，而四月初生的那对小兔，也生一对了，这时窝里有5＋3＝ 8对兔子，如此继续下去……。

用u_n记第 n 个月初时，窝里兔子对数，于是

$$u_1=1,\ u_2=1,\ u_3=2,\ u_4=3,\ u_5=5,\ u_6=8。$$

由递推公式（1），可以继续算出七至十二月窝里逐月的兔子对数

$$u_7=u_6+u_5=8+5=13,$$

$$u_8=u_7+u_6=13+8=21,$$

$$u_9=u_8+u_7=21+13=34,$$

……

$$u_{12}=u_{11}+u_{10}=89+55=144。$$

由此得知，第十二月（年底），窝里共有144对兔子。

（二）程 序 设 计

（1）设计思路：

利用具有递推关系的菲波那奇数列。设两个暂 存 单 元 A和B。先令A＝1，B ＝1，表示第一、第二月的兔子对数，则第三个月为A⇐A＋B（即2⇐1＋1），这时A单元里已是2， B单元里仍是1。第四个月为B⇐A＋B（即3⇐2＋1)。用两个单元A、B，利用循环语句如此继续下去，每循环一次是两个月，循环六次便可，由于开始前已令A＝1， B＝1。所以循环五次便可，打印出B项，便是12个月的兔子对数。

（2）框图：见图5。

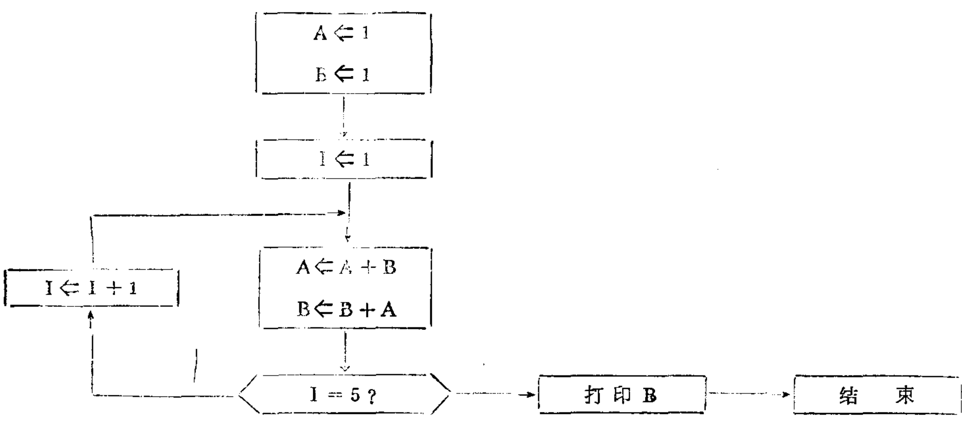

图 5

（3）源程序及运行结果

```
10      LET A=1
15      LET B=1
20      FOR I=1 TO 5
```

```
25      LET A=A+B
30      LET B=B+A
35      NEXT I
40      PRINT B
45      END
>>RUN
144
***45 END***
```

6 牛数递增

有一位数学家曾提出这样一道算题："有一头母牛，它每年年初生一头小母牛。每头小母牛从第四个年头起，每年年初也生一头小母牛。问在第二十年时，牛的头数共有多少？"

（一）笔算步骤和结果

根据题意可列表如下：

年数	一	二	三	四	五	六	……	二十
牛的头数	2	3	4	6	9	13	……	2745

由表找出递推公式　　$u_n=u_{n-1}+u_{n-3}$　$(n\geqslant 4)$

由递推公式，将n作为项数或年数，可求出

$n=7$时　$u_7=u_6+u_4=19$，

$n=8$时　$u_8=u_7+u_5=19+9=28$，

$n=9$时　$u_9=u_8+u_6=28+13=41$，

……　　……

$n=20$时　$u_{20}=u_{19}+u_{17}=2745$。

（二）程序设计

（1）设计思路：

第一种方法：通过前面数学方法的分析，得到公式：

$$u_n=u_{n-1}+u_{n-3}\quad(n\geqslant 4)$$

从这一公式出发，建立一个20个元素的一维数组A。将2，3，4分别送入A(1)，A(2)，A(3)中。从A(4)开始反复利用公式即可得到A(20)。

第二种方法：用M记录每年中成熟母牛数。用N记录每年中新生小母牛数。用H记录每年中未成熟小母牛数。J记录每年中已成熟小母牛数。

那么，

在第一年时：	在第K年时：
$M=1$	$M_K=M_{K-1}+J_{K-1}$
$J=0$	$J_K=H_{K-1}$
$H=0$	$H_K=N_{K-1}$
$N=1$	$N_K=M_K$

这样就可直接利用K年时的关系式，求出当K＝20时的M、J、H、N以及它们的和。

（2） 框图：

第一种方法的框图，见图6-1。

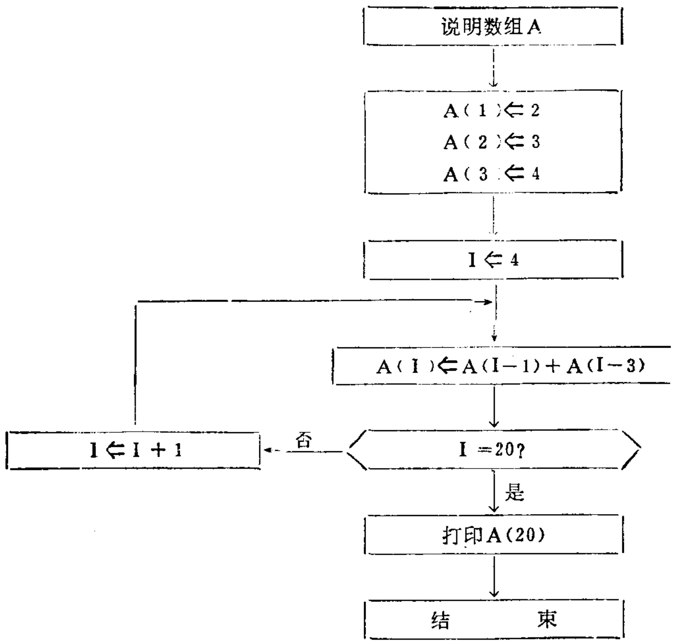

图 6-1

第二种方法的框图：见图6-2。

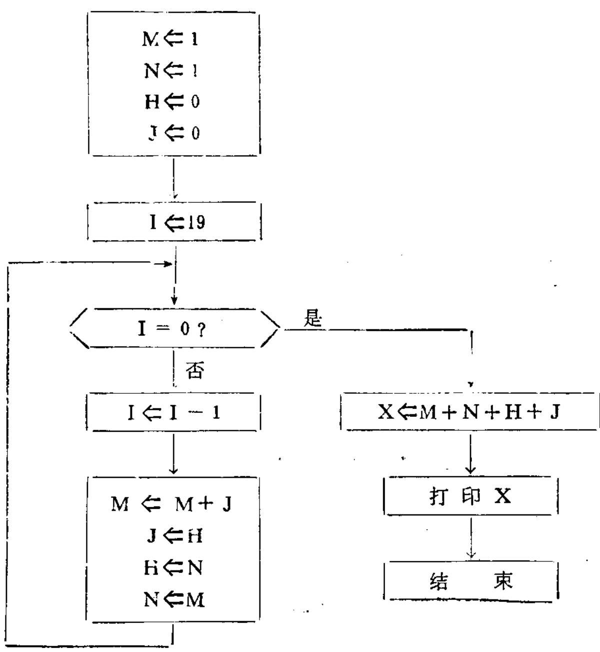

图 6-2

（3） 源程序及运行结果：