

目 录

上篇 线性代数

第一部分 作业练习题

第一章 n 阶行列式	(3)	§ 3-8 向量空间	(19)
§ 1-1 全排列及其逆序数	(3)	第四章 线性方程组	(21)
§ 1-2 n 阶行列式的定义	(3)	§ 4-1 齐次线性方程组	(21)
§ 1-3 对换	(5)	§ 4-2 非齐次线性方程组	(21)
§ 1-4 行列式的性质	(5)	§ 4-3 第三、四章习题课	(23)
§ 1-5 行列式按行(列)展开	(7)	第五章 相似矩阵及二次型	(25)
§ 1-6 克莱姆法则	(7)	§ 5-1 预备知识	(25)
第二章 矩阵及其运算	(9)	§ 5-2 方阵的特征值与特征向量	(25)
§ 2-1 线性变换与矩阵	(9)	§ 5-3 相似矩阵	(27)
§ 2-2 矩阵的运算	(9)	§ 5-4 实对称矩阵的相似矩阵	(27)
§ 2-3 逆阵	(11)	§ 5-5 二次型及其标准形	(29)
§ 2-4 矩阵分块法	(11)	§ 5-6 正定二次型	(29)
第三章 向量组的线性相关性与矩阵的秩	(13)	第六章 线性空间与线性变换	(31)
§ 3-1 引例	(13)	§ 6-1 线性空间的定义与性质	(31)
§ 3-2 n 维向量	(13)	§ 6-2 维数、基与坐标	(31)
§ 3-3 线性相关与线性无关	(15)	§ 6-3 基变换与坐标变换	(31)
§ 3-4 向量组的秩	(15)	§ 6-4 线性变换	(33)
§ 3-5 矩阵的秩	(17)	§ 6-5 线性变换的矩阵表示	(33)
§ 3-6 矩阵的初等变换	(17)		
§ 3-7 初等方阵	(19)		

第二部分 自测题

第一章 n 阶行列式	(35)	第四章 线性方程组	(38)
第二章 矩阵及其运算	(36)	第五章 相似矩阵及二次型	(39)
第三章 向量组的线性相关性与矩阵的秩	(37)	第六章 线性空间与线性变换	(41)

第三部分 参考题

第一章 n 阶行列式	(42)	第四章 线性方程组	(43)
第二章 矩阵及其运算	(43)	第五章 相似矩阵及二次型	(44)
第三章 向量组的线性相关性与矩阵的秩	(43)	第六章 线性空间与线性变换	(44)

第四部分 答案与提示

一、作业练习题	(45)	三、参考题	(53)
二、自测题	(50)		

下篇 概率论与数理统计

第一部分 作业练习题

第一章 概率论的基本概念	(59)	§ 3-2(2) 边缘分布	(77)
§ 1-1 随机试验	(59)	§ 3-3 条件分布	(77)
§ 1-2 样本空间、随机事件	(59)	§ 3-4 相互独立的随机变量	(79)
§ 1-3 频率与概率	(59)	§ 3-5 两个随机变量的函数的分布	(81)
§ 1-4 等可能概型(古典概型)	(61)	第四章 随机变量的数字特征	(83)
§ 1-5 条件概率	(63)	§ 4-1 数学期望与几种重要随机变量的数学期望	(83)
§ 1-6 独立性	(65)	§ 4-2 方差与几种重要随机变量的方差	(85)
第二章 随机变量及其分布	(67)	§ 4-3 协方差及相关系数	(87)
§ 2-1 随机变量	(67)	§ 4-4 矩、协方差矩阵	(87)
§ 2-2(1) 离散型随机变量的概率分布	(67)	第五章 大数定理及中心极限定理	(89)
§ 2-2(2) 离散型随机变量的概率分布	(69)	§ 5-1 大数定理	(89)
§ 2-3 随机变量的分布函数	(69)	§ 5-2 中心极限定理	(89)
§ 2-4 连续型随机变量的概率密度	(71)	第六章 样本及抽样分布	(91)
§ 2-5 随机变量的函数的分布	(73)	§ 6-1 随机样本	(91)
第三章 多维随机变量及其分布	(75)	§ 6-2 抽样分布	(91)
§ 3-1 二维随机变量	(75)	第七章 参数估计	(93)
§ 3-2(1) 边缘分布	(75)	§ 7-1 点估计	(93)
		§ 7-2 估计量的评选标准	(95)
		§ 7-3 区间估计	(95)

§ 7-4(1) 正态总体均值与方差的 区间估计	(95)	的检验	(99)
§ 7-4(2) 正态总体均值与方差的 区间估计	(97)	§ 8-2(1) 正态总体均值的假设检验	(99)
§ 7-5 (0-1)分布参数的区间估计	(97)	§ 8-2(2) 正态总体均值的假设检验	(101)
§ 7-6 单侧置信区间	(97)	§ 8-3 正态总体方差的假设检验	(101)
第八章 假设检验	(99)	§ 8-4 样本容量的选取	(103)
§ 8-1 单个总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 均值 μ		§ 8-5 分布拟合检验	(103)

第二部分 自测题

第一章 概率论的基本概念	(105)		(109)
第二章 随机变量及其分布	(106)	第六章 样本及抽样分布	(110)
第三章 多维随机变量及其分布	(107)	第七章 参数估计	(110)
第四章 随机变量的数字特征	(108)	第八章 假设检验	(111)
第五章 大数定理及中心极限定理			

第三部分 参考题

第一章 概率论的基本概念	(112)		(115)
第二章 随机变量及其分布	(112)	第六章 样本及抽样分布	(115)
第三章 多维随机变量及其分布	(113)	第七章 参数估计	(115)
第四章 随机变量的数字特征	(114)	第八章 假设检验	(116)
第五章 大数定理及中心极限定理			

第四部分 答案与提示

一、作业练习题	(117)	三、参考题	(127)
二、自测题	(124)		

上 篇

线性代数

第一部分 作业练习题

第一章 n 阶行列式

§ 1-1 全排列及其逆序数

§ 1-2 n 阶行列式的定义

1. 以自然数从小到大的次序为标准次序, 求下列排列的逆序数.

(1) 52134

(2) $n(n-1)(n-2)\cdots 3\cdot 21$

(3) $1\cdot 3\cdots(2n-1)\cdot 2\cdot 4\cdots 2n$

2. 设排列 $a_1a_2\cdots a_n$ 的逆序数为 K , 试求排列 $a_na_{n-1}\cdots a_2a_1$ 的逆序数.

3. 选择 m 与 n 使下列排列

(1) 2145 m 69 n 7 为奇排列.

(2) 39 m 7215 n 4 为偶排列.

4. 确定五阶行列式中以下各乘积的符号.

(1) $a_{14}a_{23}a_{42}a_{35}a_{51}$

(2) $a_{35}a_{51}a_{43}a_{22}a_{14}$

5. 试写出四阶行列式中含 $a_{13}a_{31}$ 的项.

6. 若 n 阶行列式中, 零的个数多于 $n^2 - n$ 时, 该行列式的值是多少?

§ 1-3 对 换

§ 1-4 行列式的性质

1. 用行列式的性质求解下列各题.

(1) 计算
$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1+y \end{vmatrix}$$

(2) 计算
$$\begin{vmatrix} 23 & 26 & 29 \\ 24 & 27 & 30 \\ 25 & 28 & 31 \end{vmatrix}$$

2. 证明:
$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ p & q & r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y & b & q \\ x & a & p \\ z & c & r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ p & q & r \\ a & b & c \end{vmatrix}$$

3. 解方程
$$\begin{vmatrix} a & a & x \\ m & m & m \\ b & x & b \end{vmatrix} = 0$$

4. 证明:

$$\begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 & (a+3)^2 \\ b^2 & (b+1)^2 & (b+2)^2 & (b+3)^2 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 & (c+3)^2 \\ d^2 & (d+1)^2 & (d+2)^2 & (d+3)^2 \end{vmatrix} = 0$$

5. 计算下列 n 阶行列式

$$(1) \begin{vmatrix} a & x & \cdots & x \\ x & a & \cdots & x \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x & x & \cdots & a \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} a_0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$$

§ 1-5 行列式按行(列)展开

§ 1-6 克莱姆法则

1. 求解下列各题:

$$(1) \text{ 设 } \begin{vmatrix} a & 1 & 2 & 3 \\ b & -1 & 0 & 1 \\ c & 0 & 2 & 3 \\ d & 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

求第一列的代数余子式的值.

$$(2) \text{ 计算 } \begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & b & b^2 & b^3 \\ 1 & c & c^2 & c^3 \\ 1 & d & d^2 & d^3 \end{vmatrix}$$

2. 计算下列行列式

$$(1) \begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix} \quad (a_1 a_2 \cdots a_n \neq 0)$$

$$(2) D_{2n} = \begin{vmatrix} a & \cdots & a & b & \cdots & b \\ & \ddots & & & \ddots & \\ & & b & \cdots & a & \cdots & a \\ & & & \ddots & & \ddots & \\ & & & & a & \cdots & a \end{vmatrix}$$

3. 试讨论方程组
$$\begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 - 5x_3 = 0 \\ 4x_1 - x_2 - 4x_3 = 0 \end{cases}$$
 有无非零解.

4. 求解下列各题.

(1) λ 为何值时, 齐次方程组
$$\begin{cases} (1-\lambda)x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 + (3-\lambda)x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 + x_2 + (1+\lambda)x_3 = 0 \end{cases}$$
 有非零解.

(2) 用克莱姆法则解方程组
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 - 3x_2 \quad \quad - 6x_4 = 9 \\ \quad \quad 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -5 \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = 0 \end{cases}$$

第二章 矩阵及其运算

§ 2-1 线性变换与矩阵

§ 2-2 矩阵的运算

1. 已知线性变换
$$\begin{cases} x_1 = 2y_1 + 2y_2 + y_3 \\ x_2 = 3y_1 + y_2 + 5y_3 \\ x_3 = 3y_1 + 2y_2 + 3y_3 \end{cases}$$
 试求从变量 x_1, x_2, x_3 到变量 y_1, y_2, y_3 的线性变换.

2. 已知两个线性变换
$$\begin{cases} x_1 = 2y_1 + y_3 \\ x_2 = -2y_1 + 3y_2 + 2y_3 \\ x_3 = 4y_1 + y_2 + 5y_3 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = -3z_1 + z_2 \\ y_2 = 2z_1 + z_3 \\ y_3 = -z_2 + 3z_3 \end{cases}$$
 求从 z_1, z_2, z_3 到 x_1, x_2, x_3 的线性变换.

3. 计算下列乘积:

(1)
$$\begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 5 & 7 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

(2)
$$(1, 2, 3, 4) \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} (-1, 2)$$

$$(4) \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

4. 求解下列各题:

(1) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, 试求矩阵 B , 使 $AB=BA$.

(2) 设 $A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 0 & 0 & \lambda \end{pmatrix}$, 试求 A^2, A^3, A^4 .

5. 证明下列各题:

(1) 若 B 与 C 都与 A 可交换, 则 $B+C, BC$ 都与 A 可交换.

(2) 若 A 为 n 阶对称矩阵, B 为 n 阶方阵, 则 $B^T A B$ 为对称矩阵.

6. 是非题:

(1) 若 $A^2=O$, 则 $A=O$.

(2) 若 $AB=O$, 则必有 $A=O$, 或 $B=O$.

(3) 若 $A^2=A$, 则必有 $A=O$, 或 $A=E$.

(4) $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$.

(5) $AE=EA=A$

(6) 若 $AX=AY$ 且 $A \neq O$, 则 $X=Y$.

[]
[]
[]
[]
[]
[]

工
程
达
标
2

§ 2-3 逆 阵

§ 2-4 矩阵分块法

1. 填空:

(1) $(ABC)^T =$ _____ . (2) 若 A 可逆, 且 $|A| = 2$, 则 $|A^{-1}| =$ _____ .

(3) 若 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, $f(x) = 3x^2 + x$, $f(A) =$ _____ .

(4) 设 $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, 则 $|AB| =$ _____ .

2. 求方阵 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ 的伴随矩阵 A^* , 并验证: $AA^* = A^*A = |A|E$.

3. 求下列方阵的逆矩阵.

(1) $\begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} a_1 & & & 0 \\ & \ddots & & \\ & & a_2 & \\ 0 & & & \ddots & \\ & & & & a_n \end{pmatrix} \quad (a_1 a_2 \cdots a_n \neq 0)$

(3) 已知 $A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, 试求 A .

4. 解矩阵方程:

(1) $X \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

5. 设 m 次多项式 $f(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_mx^m$, 记 $f(A) = a_0E + a_1A + a_2A^2 + \cdots + a_mA^m$, $f(A)$ 称为方阵 A 的 m 次多项式.

(1) 设 $A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$, 证明: $A^k = \begin{pmatrix} \lambda_1^k & 0 \\ 0 & \lambda_2^k \end{pmatrix}$, $f(A) = \begin{pmatrix} f(\lambda_1) & 0 \\ 0 & f(\lambda_2) \end{pmatrix}$

(2) 设 $A = PAP^{-1}$, 证明: $A^k = PA^kP^{-1}$, $f(A) = Pf(A)P^{-1}$.

6. 设 n 阶方阵 A 的伴随矩阵 A^* , 证明: (1) 若 $|A| = 0$, 则 $|A^*| = 0$; (2) $|A^*| = |A|^{n-1}$.

第三章 向量组的线性相关性与矩阵的秩

§ 3-1 引 例

§ 3-2 n 维向量

1. 设 $\alpha_1 = (1, 1, 0)$, $\alpha_2 = (0, 1, 1)$, $\alpha_3 = (2, 1, 0)$, 求 $\alpha_1 - \alpha_2$ 及 $2\alpha_1 - 3\alpha_2 + \alpha_3$.

2. 设 $3(\alpha_1 - \alpha) + 2(\alpha_2 + \alpha) = 5(\alpha_3 + \alpha)$, 求 α . 其中 $\alpha_1 = (2, 5, 1, 3)$, $\alpha_2 = (10, 1, 5, 10)$, $\alpha_3 = (4, 1, -1, 1)$.

3. 是非题:

(1) 若存在不全为零的数 $k_1, k_2, \dots, k_m$, 使 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_m\alpha_m = 0$ 且 $k_1\beta_1 + k_2\beta_2 + \dots + k_m\beta_m = 0$, 则 $\alpha_1 + \beta_1, \alpha_2 + \beta_2, \dots, \alpha_m + \beta_m$ 线性相关. []

(2) 设向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$, 且存在一组不全为零的数 $k_1, k_2, \dots, k_m$, 使得 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_m\alpha_m \neq 0$, 则 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性无关. []

(3) 设有 n 维向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$, 当 $k_1 = k_2 = \dots = k_m = 0$ 时, $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_m\alpha_m = 0$ 成立, 则 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性无关. []

(4) 单个的向量是线性无关的. []

(5) 若向量组 $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ 线性相关, 向量组 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m$ 也线性相关, 那么, 一定存在一组不全为零的数 $k_1, k_2, \dots, k_m$, 使 $k_1\alpha_1 + k_2\alpha_2 + \dots + k_m\alpha_m = 0$ 及 $k_1\beta_1 + k_2\beta_2 + \dots + k_m\beta_m = 0$ 均成立. []