目　录

上篇　线性代数

第一部分　作业练习题

第二部分　自测题

第三部分 参考题

第四部分 答案与提示

下篇 概率论与数理统计

第一部分 作业练习题

第二部分 自测题

第三部分 参考题

第四部分 答案与提示

上　篇

线性代数

班级________姓名________

第一部分 作业练习题

第一章 n 阶行列式

§1-1 全排列及其逆序数

§1-2 n 阶行列式的定义

1. 以自然数从小到大的次序为标准次序，求下列排列的逆序数.

(1) 52134

(2) $n(n-1)(n-2)\cdots3\cdot21$

(3) $1\cdot3\cdots(2n-1)\cdot2\cdot4\cdots2n$

2. 设排列 $a_1a_2\cdots a_n$ 的逆序数为 K，试求排列 $a_na_{n-1}\cdots a_2a_1$ 的逆序数.

3. 选择 m 与 n 使下列排列

(1) $2145m69n7$ 为奇排列.

(2) $39m7215n4$ 为偶排列.

4. 确定五阶行列式中以下各乘积的符号.

(1) $a_{14}a_{23}a_{42}a_{35}a_{51}$

(2) $a_{35}a_{51}a_{43}a_{22}a_{14}$

5. 试写出四阶行列式中含 $a_{13}a_{31}$ 的项.

6. 若 n 阶行列式中,零的个数多于 n^2-n 时,该行列式的值是多少?

班级________姓名_______

§1-3 对　　换

§1-4 行列式的性质

1. 用行列式的性质求解下列各题.

(1)计算 $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 1 & 1 & 1+y \end{vmatrix}$　　(2)计算 $\begin{vmatrix} 23 & 26 & 29 \\ 24 & 27 & 30 \\ 25 & 28 & 31 \end{vmatrix}$

2. 证明：$\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ p & q & r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y & b & q \\ x & a & p \\ z & c & r \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & y & z \\ p & q & r \\ a & b & c \end{vmatrix}$

3. 解方程 $\begin{vmatrix} a & a & x \\ m & m & m \\ b & x & b \end{vmatrix} = 0$

4. 证明：

$$\begin{vmatrix} a^2 & (a+1)^2 & (a+2)^2 & (a+3)^2 \\ b^2 & (b+1)^2 & (b+2)^2 & (b+3)^2 \\ c^2 & (c+1)^2 & (c+2)^2 & (c+3)^2 \\ d^2 & (d+1)^2 & (d+2)^2 & (d+3)^2 \end{vmatrix}=0$$

5. 计算下列 n 阶行列式

(1) $\begin{vmatrix} a & x & \cdots & x \\ x & a & \cdots & x \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x & x & \cdots & a \end{vmatrix}$

(2) $\begin{vmatrix} a_0 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & a_n \end{vmatrix}$

班级________姓名________

§1-5 行列式按行(列)展开

§1-6 克莱姆法则

1. 求解下列各题：

(1)设 $\begin{vmatrix} a & 1 & 2 & 3 \\ b & -1 & 0 & 1 \\ c & 0 & 2 & 3 \\ d & 1 & -1 & -1 \end{vmatrix}$ 求第一列的代数余子式的值.

(2)计算 $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ 1 & b & b^2 & b^3 \\ 1 & c & c^2 & c^3 \\ 1 & d & d^2 & d^3 \end{vmatrix}$

2. 计算下列行列式

(1) $\begin{vmatrix} 1+a_1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1+a_2 & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1+a_n \end{vmatrix}$ $(a_1a_2\cdots a_n\neq 0)$

(2) $D_{2n}=\begin{vmatrix} a & & & & & b \\ & \ddots & & & \iddots & \\ & & a & b & & \\ & & b & a & & \\ & \iddots & & & \ddots & \\ b & & & & & a \end{vmatrix}$

3. 试讨论方程组$\begin{cases}2x_1-2x_2+4x_3=0\\2x_1+x_2-5x_3=0\\4x_1-x_2-4x_3=0\end{cases}$ 有无非零解.

4. 求解下列各题.

(1)λ 为何值时,齐次方程组

$$\begin{cases}(1-\lambda)x_1-2x_2+4x_3=0\\2x_1+(3-\lambda)x_2+x_3=0\\x_1+x_2+(1+\lambda)x_3=0\end{cases}$$

有非零解.

(2)用克莱姆法则解方程组

$$\begin{cases}2x_1+x_2-5x_3+x_4=8\\x_1-3x_2\qquad-6x_4=9\\\qquad 2x_2-x_3+2x_4=-5\\x_1+4x_2-7x_3+6x_4=0\end{cases}$$

班级________姓名________

第二章 矩阵及其运算

§2-1 线性变换与矩阵

§2-2 矩阵的运算

1. 已知线性变换$\begin{cases}x_1=2y_1+2y_2+y_3\\x_2=3y_1+y_2+5y_3\\x_3=3y_1+2y_2+3y_3\end{cases}$，试求从变量 x_1,x_2,x_3 到变量 y_1,y_2,y_3 的线性变换.

2. 已知两个线性变换$\begin{cases}x_1=2y_1+y_3\\x_2=-2y_1+3y_2+2y_3;\\x_3=4y_1+y_2+5y_3\end{cases}$ $\begin{cases}y_1=-3z_1+z_2\\y_2=2z_1+z_3\\y_3=-z_2+3z_3\end{cases}$

求从 z_1,z_2,z_3 到 x_1,x_2,x_3 的线性变换.

3. 计算下列乘积：

(1) $\begin{pmatrix}4&3&1\\1&-2&3\\5&7&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}7\\2\\1\end{pmatrix}$

(2) $(1,2,3,4)\begin{pmatrix}0\\2\\5\\-1\end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix}2\\1\\3\end{pmatrix}(-1,2)$

(4) $\begin{pmatrix}3 & 1 & 0 & 2\\1 & -1 & 2 & 4\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & -1 & 1\\1 & 1 & 2\\1 & 0 & 1\\3 & -1 & 2\end{pmatrix}$

4. 求解下列各题：

(1)设 $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\0 & 2\end{pmatrix}$，试求矩阵 B，使 $AB=BA$.

(2)设 $A=\begin{pmatrix}\lambda & 1 & 0\\0 & \lambda & 1\\0 & 0 & \lambda\end{pmatrix}$，试求 A^2, A^3, A^4.

5. 证明下列各题：

(1)若 B 与 C 都与 A 可交换，则 $B+C, BC$ 都与 A 可交换.

(2)若 A 为 n 阶对称矩阵，B 为 n 阶方阵，则 B^TAB 为对称矩阵.

6. 是非题：

(1)若 $A^2=O$，则 $A=O$. [ ]

(2)若 $AB=O$，则必有 $A=O$，或 $B=O$. [ ]

(3)若 $A^2=A$，则必有 $A=O$，或 $A=E$. [ ]

(4) $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$. [ ]

(5) $AE=EA=A$ [ ]

(6)若 $AX=AY$ 且 $A\neq O$，则 $X=Y$. [ ]

工程达标度2

§2-3 逆　阵

§2-4 矩阵分块法

1. 填空：

(1) $(ABC)^T=$______.　　(2) 若 A 可逆，且 $|A|=2$，则 $|A^{-1}|=$______.

(3) 若 $A=\begin{pmatrix}0&1&1\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$，$f(x)=3x^2+x$；$f(A)=$______.

(4) 设 $A=\begin{pmatrix}1&2&-1\\0&3&1\\0&0&4\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}2&0&0\\1&1&0\\3&2&4\end{pmatrix}$，则 $|AB|=$______.

2. 求方阵 $A=\begin{bmatrix}1&2\\2&5\end{bmatrix}$ 的伴随矩阵 A^*，并验证：$AA^*=A^*A=|A|E$.

3. 求下列方阵的逆矩阵.

(1) $\begin{pmatrix}\cos\theta&-\sin\theta\\\sin\theta&\cos\theta\end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix}a_1&&&0\\&a_2&&\\&&\ddots&\\0&&&a_n\end{pmatrix}$ $(a_1a_2\cdots a_n\neq0)$

(3) 已知 $A^{-1}=\begin{pmatrix}3&2&0&0\\2&1&0&0\\0&0&4&1\\0&0&0&3\end{pmatrix}$，试求 A.

4. 解矩阵方程：

(1) $X\begin{pmatrix}2&1&-1\\2&1&0\\1&-1&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-1&3\\4&3&2\end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}X\begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&1\\0&1&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&-4&3\\2&0&-1\\1&-2&0\end{pmatrix}$

5. 设 m 次多项式 $f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_mx^m$，记 $f(A)=a_0E+a_1A+a_2A^2+\cdots+a_mA^m$，$f(A)$称为方阵 A 的 m 次多项式.

(1)设 $A=\begin{pmatrix}\lambda_1 & 0\\ 0 & \lambda_2\end{pmatrix}$，证明：$A^K=\begin{pmatrix}\lambda_1^K & 0\\ 0 & \lambda_2^K\end{pmatrix}$，$f(A)=\begin{pmatrix}f(\lambda_1) & 0\\ 0 & f(\lambda_2)\end{pmatrix}$

(2)设 $A=P\Lambda P^{-1}$，证明：$A^K=P\Lambda^KP^{-1}$，$f(A)=Pf(\Lambda)P^{-1}$.

6. 设 n 阶方阵 A 的伴随矩阵 A^*，证明：(1)若 $|A|=0$，则 $|A^*|=0$；(2) $|A^*|=|A|^{n-1}$.

班级________姓名________

第三章　向量组的线性相关性与矩阵的秩

§3-1　引　　例

§3-2　n维向量

1. 设 $\alpha_1=(1,1,0)$，$\alpha_2=(0,1,1)$，$\alpha_3=(2,1,0)$，求 $\alpha_1-\alpha_2$ 及 $2\alpha_1-3\alpha_2+\alpha_3$.

2. 设 $3(\alpha_1-\alpha)+2(\alpha_2+\alpha)=5(\alpha_3+\alpha)$，求 α. 其中 $\alpha_1=(2,5,1,3)$，$\alpha_2=(10,1,5,10)$，$\alpha_3=(4,1,-1,1)$.

3. 是非题：

(1)若存在不全为零的数 $k_1,k_2,\cdots,k_m$，使 $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_m\alpha_m=0$ 且 $k_1\beta_1+k_2\beta_2+\cdots+k_m\beta_m=0$，则 $\alpha_1+\beta_1,\alpha_2+\beta_2,\cdots,\alpha_m+\beta_m$ 线性相关.　[　　]

(2)设向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$，且存在一组不全为零的数 $k_1,k_2,\cdots,k_m$，使得 $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_m\alpha_m\neq0$，则 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 线性无关.　[　　]

(3)设有 n 维向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$，当 $k_1=k_2=\cdots=k_m=0$ 时，$k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_m\alpha_m=0$ 成立，则 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 线性无关.　[　　]

(4)单个的向量是线性无关的.　[　　]

(5)若向量组 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_m$ 线性相关，向量组 $\beta_1,\beta_2,\cdots,\beta_m$ 也线性相关，那么，一定存在一组不全为零的数 $k_1,k_2,\cdots,k_m$，使 $k_1\alpha_1+k_2\alpha_2+\cdots+k_m\alpha_m=0$ 及 $k_1\beta_1+k_2\beta_2+\cdots+k_m\beta_m=0$ 均成立.

[　　]