体視图画法几何

TISHITUHUAFAJIHE

刘志儒 编著

中南工业大学出版社

体視图画法几何

刘 志 儒 编 著

中南工业大学出版社

内 容 提 要

《体视图画法几何》一书以体视图为主要插图，展示了空间几何要素相对于投影体系、以及几何要素之间的各种复杂几何关系。观察体视图如同观察实物模型一样，能较快地建立空间概念和培养空间想象能力。

本书以目前流行的各种版本教材，以及笔者在教学过程中所选择的具有代表性的图形为选题依据。强调基本概念和解决问题的基本方法。给出了点、直线、平面、曲线、曲面、组合体的投影和几何要素之间的各种量度和定位关系。

本书可以作为各种高等、中等工科院校的教学参考书。也可供工程技术人员和自学画法几何的人员参考。尤其是对缺乏实物教学的各类工科院校作实验教学是一种良好的工具。

体 视 图 画 法 几 何

编著　刘志儒
责任编辑：田荣璋

*

中南工业大学出版社出版发行
中南工业大学出版社印刷厂印装
湖 南 省 新 华 书 店 经 销

*

开本：787×1092　1/16　印张：6　字数：153 千字
1988年8月第1版　　1992年10月第2次印刷
印数：3001—10000

*

ISBN 7-81020-111-5/O·017
定价：4.50 元

前　　言

在学习画法几何的过程中，往往由于缺乏空间的想象能力而感到学习困难。体视图是解决这个问题的一个较理想的手段。

用滤色镜观察体视图，眼前就会呈现凸出于纸面的几何要素的立体形象。体视图具有特别强的立体感。观察体视图，形同观察静止不动的立体电影画面，其效果如同观察实物模型一般。而且体视图还有实物模型所不能起到的作用，例如体视图不仅能将几何要素之间的复杂几何关系表示出来，而且还能建立起几何要素和投影体系的关系——投影。这样就能促进读者由空间到平面和由平面向空间的转化过程。此外用体视图代替模型具有携带方便，随时可以观察的优点。

本书选题均以画法几何中比较重要的概念、定理、投影方法、以及解决空间问题的基本方法为依据。给出了空间要素的空间模型由体视图来表达，又给出了几何要素的投影由投影图来表示。在内容编排上是以配合目前的教学顺序为依据，突出重点、删繁就简。为了照顾读者观察空间几何要素的习惯，体视图中的一些面和几何体按不透明绘出；又考虑到使读者更加清楚地了解几何要素的投影，有些面和体又绘成透明的，这就使投影关系更加明确。

本书在编写过程中，中南工业大学任耀亭副教授提出许多宝贵意见并给予指教，在此表示衷心感谢。

由于水平所限，书中一定存在不少缺点和错误，请读者给予指正。

编　　者

一九八七年五月于衡阳

体视图的观察方法

将画页水平置于桌面上。右手持滤色镜（本书附有一付），左红右绿，在距画页下边图框250毫米、高300毫米处观看所得图形才能正确反映几何要素之间的关系。否则将产生变形，甚至不成立体。

体视图的代号为**TS**，如**TS**23。

投影图的代号为**TY**，如**TY**23。

一、投影法和平行投影的性质

投影法是画法几何的基础。按照投影中心与投影面的相对位置，投影法可分为二大类：

1. **中心投影**：见**TS** 1（a），当投影中心S到投影面的距离为有限时，则所有投影线（如SAa、SBb、SCc等）都交于投影中心S，这种投影法称为中心投影。它主要用于绘制建筑物的透视图。

2. **平行投影**：见**TS** 1（b）、（c），当投影中心S到投影面的距离为无限远时，则所有投影线都相互平行，这种投影法称平行投影。平行投影按投影方向是否与投影面垂直又分两种：

（1）斜投影：见**TS** 1（b），投影线与投影面倾斜的投影法，称为平行斜投影。

（2）正投影法：见**TS** 1（c），投影线与投影面垂直的投影法，称为平行正投影。

平行投影主要用于绘制工程图样。

平行投影的基本性质

（1）点的投影仍然是点，见**TS** 1（d）。

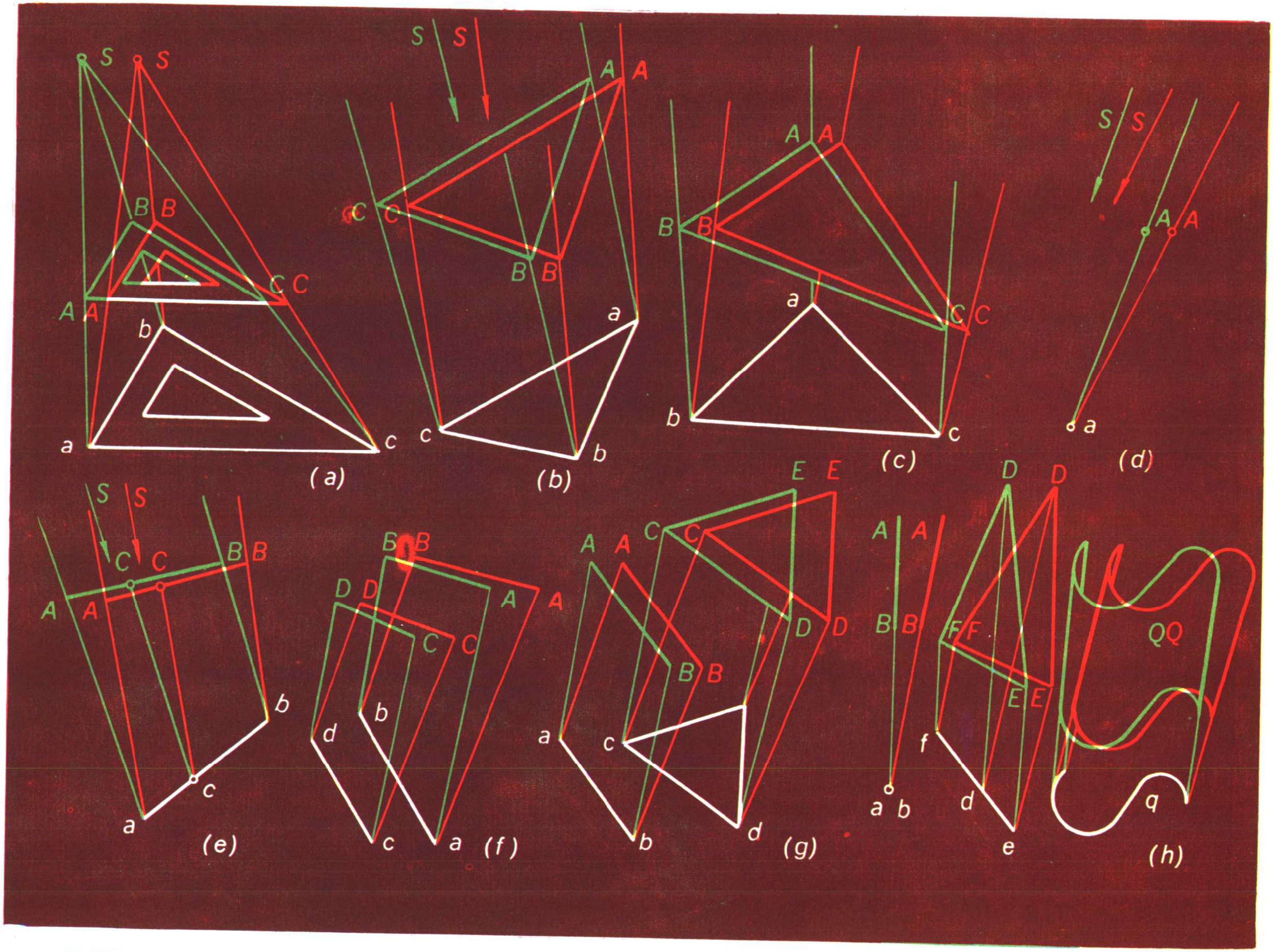
（2）直线的投影一般仍是直线，见**TS** 1（e）、（f）。

（3）直线上的点的投影仍在直线的投影上，且点分该线段所成两段的长度之比等于它们的投影长度之比。如**TS** 1（e），点C在AB上，其投影C在ab上，且$\frac{AC}{CB}=\frac{ac}{cb}$

（4）两平行直线的投影仍平行，且两线段长度之比等于它们投影长度之比。如**TS** 1（f），$AB \parallel CD$，则$ab \parallel cd$，且$\frac{AB}{CD}=\frac{ab}{cd}$。

（5）当线段和平面图形平行于投影面时，它们的投影反映线段的实长和平面图形的真形。如**TS** 1（g），直线AB和平面三角形CDE平行投影面，则$AB=ab$，$\triangle CDE \cong \triangle cde$

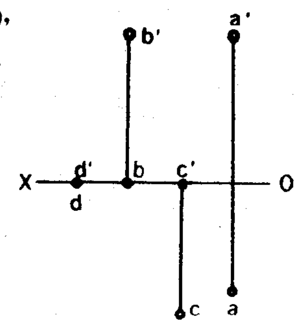
（6）当直线、平面、柱面平行于投影方向时，它们的投影有积聚性 如**TS** 1（h），直线AB、平面三角形DEF和柱面Q的素线平行于投影方向，则AB的投影聚成点，DEF的投影聚成直线，柱面Q投影聚成曲线q。


(a)
(b)
(c)
(d)
(e)
(f)
(g)
(h)

二、点 的 投 影

1. 两投影面体系：见**TS** 2（*a*），由互相垂直的水平投影面*H*和正投影面*V*组成。两投影面交线*OX*称投影轴。*V*和*H*两面将空间分成四个部分，分别称为Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ分角。

2. 点在两面体系的投影：见**TS**2(*b*)，*A*点在*H*面上方，在*V*面前方；*B*点在*V*面内；*C*点在*H*面内；*D*点在轴上，其投影图见**TY** 2（*b*）。



TY 2(b)

点的投影规律

（1）点的两个投影的连线垂直于投影轴（即 $aa' \perp OX$）。

（2）点的水平投影到*OX*轴的距离等于空间点到*V*面的距离；点的正投影到*OX*轴的距离等于空间点到*H*面的距离（即 $aa_X = Aa'$、$a'a_X = Aa$）。

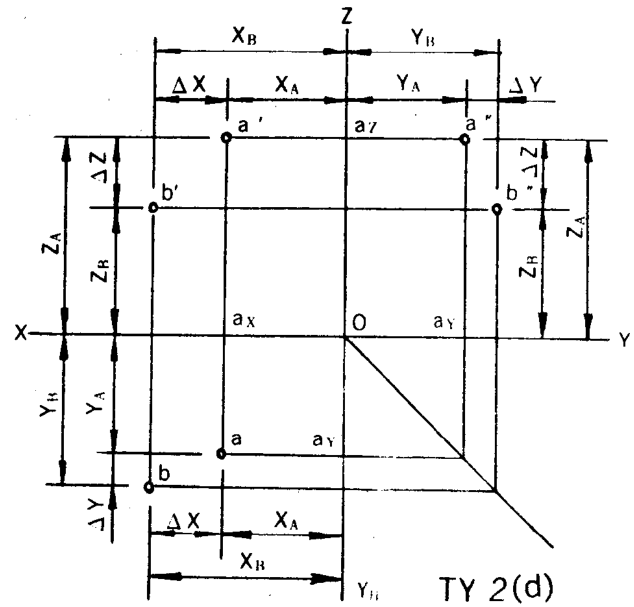
3. 三投影面体系：在两投影面体系的基础上，再加入与*H*和*V*均垂直的侧投影面*W*。则三个投影面将空间分成Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ、Ⅳ、Ⅴ、Ⅵ、Ⅶ、Ⅷ个分角，见**TS** 2（*c*）。我国通常采用第一分角画法。

4. 点的三面投影、点的坐标、两点的相对位置：见**TS**2(*d*)，由空间*A*点分别向三个投影面作垂线与三个投影面分别交于*a*、*a'*、*a''*，则*a*、*a'*、*a''*分别称为*A*点的水平投影、正投影、侧投影。同样*b*、*b'*、*b''*分别称为*B*点的水平投影、正投影、侧投影。

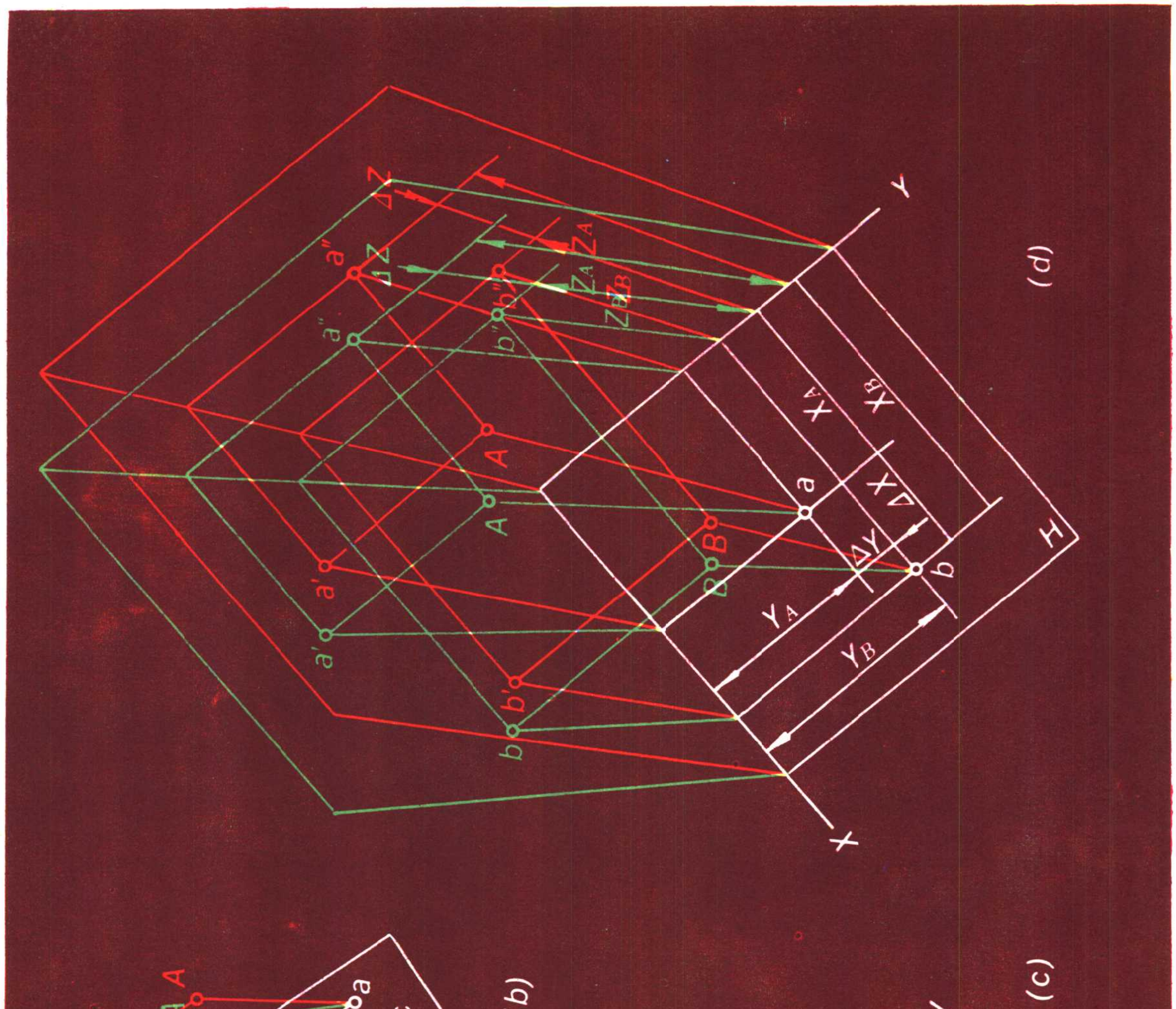
空间点到*W*、*V*、*H*三个投影面的距离分别用*X*、*Y*、*Z*坐标来表示，其大小为

$X_A = Oa_X = a'a_Z = aa_Y$；$Y_A = Oa_Y = aa_X = a''a_Z$；$Z_A = Oa_Z = aa_X = a''a_Y$。

空间两点的相对位置可以用两个点的坐标差来表示。$\Delta X = X_B - X_A$、$\Delta Y = Y_B - Y_A$、$\Delta Z = Z_A - Z_B$分别表示*A*、*B*两点的左右、前后、上下的相对位置。



TY 2(d)


(a)
(b)
(c)
(d)
X
Y
Z
O
H

三、直线的投影

根据直线对投影面的相对位置，直线分为三类：

（1）投影面垂直线——垂直于一个投影面的直线。

（2）投影面平行线——平行于一个投影面的直线。

（3）一般位置直线——倾斜于各个投影面的直线。

前二类又称特殊位置直线。

垂直线的投影

投影面垂直线又可分为三种：

（1）正垂线：垂直于V面的直线。

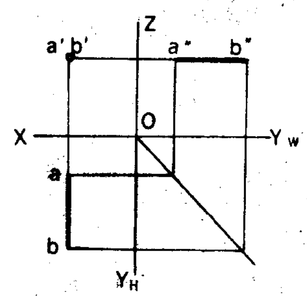
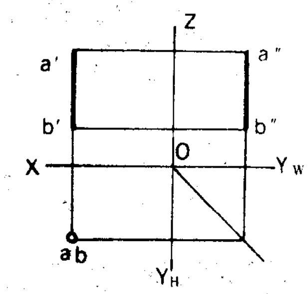
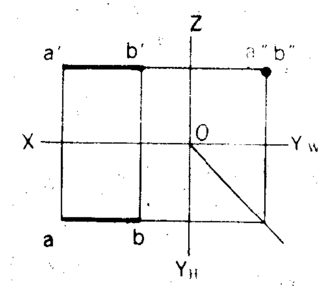
（2）铅垂线：垂直于H面的直线。

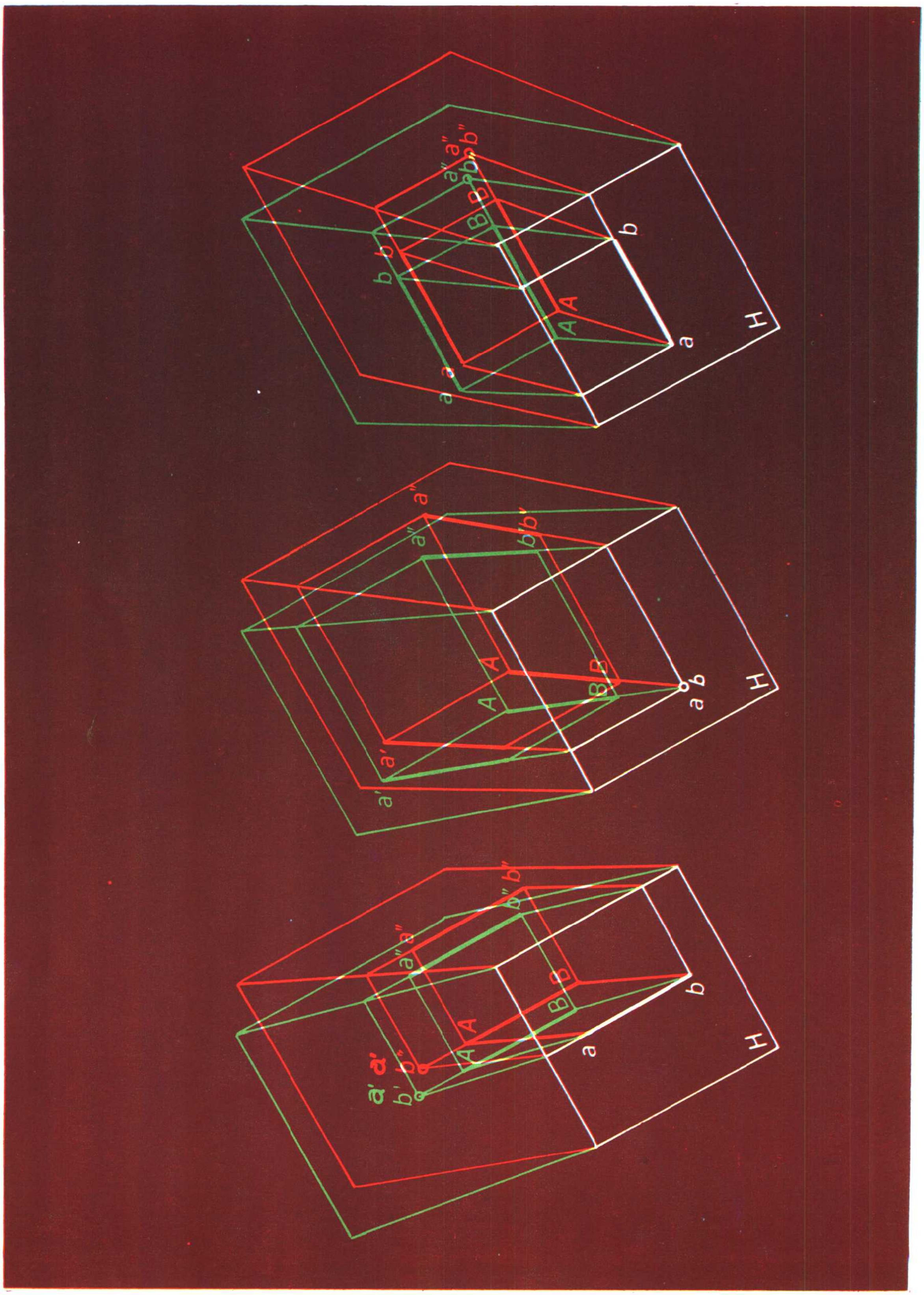
（3）侧垂线：垂直于W面的直线。

垂直线的投影及其投影特点见表1。

垂直线的空间模型见TS 3。

表1　垂直线的投影及其投影特点

直线的位置	正垂线（$\perp V$）	铅垂线（$\perp H$）	侧垂线（$\perp W$）
投影图			
投影特点	1. $a'b'$聚成一点； 2. $ab \perp OX$，$a''b'' \perp OZ$； 3. $ab=AB$，$a''b''=AB$。	1. a、b聚成一点； 2. $a'b' \perp OX$，$a''b'' \perp OY_W$； 3. $a'b'=AB$，$a''b''=AB$。	1. a''、b''聚成一点； 2. $a'b' \perp OZ$，$ab \perp OY_H$； 3. $a'b'=AB$，$ab=AB$。
	1. 直线在所垂直的投影面上的投影聚成一点。 2. 直线在其它两个投影面上的投影分别垂直于相应的投影轴，且反映该线段的实长。		



TS3

2. 平行线的投影

投影面平行线又可以分为三种：

（1）正平线：平行于V面而倾斜于H面和W面的直线。

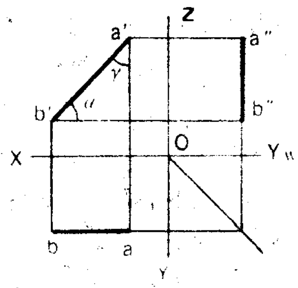
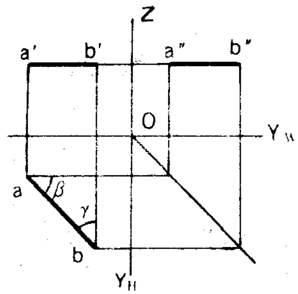
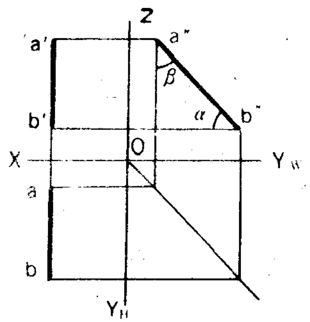
（2）水平线：平行于H面而倾斜于V面和W面的直线；

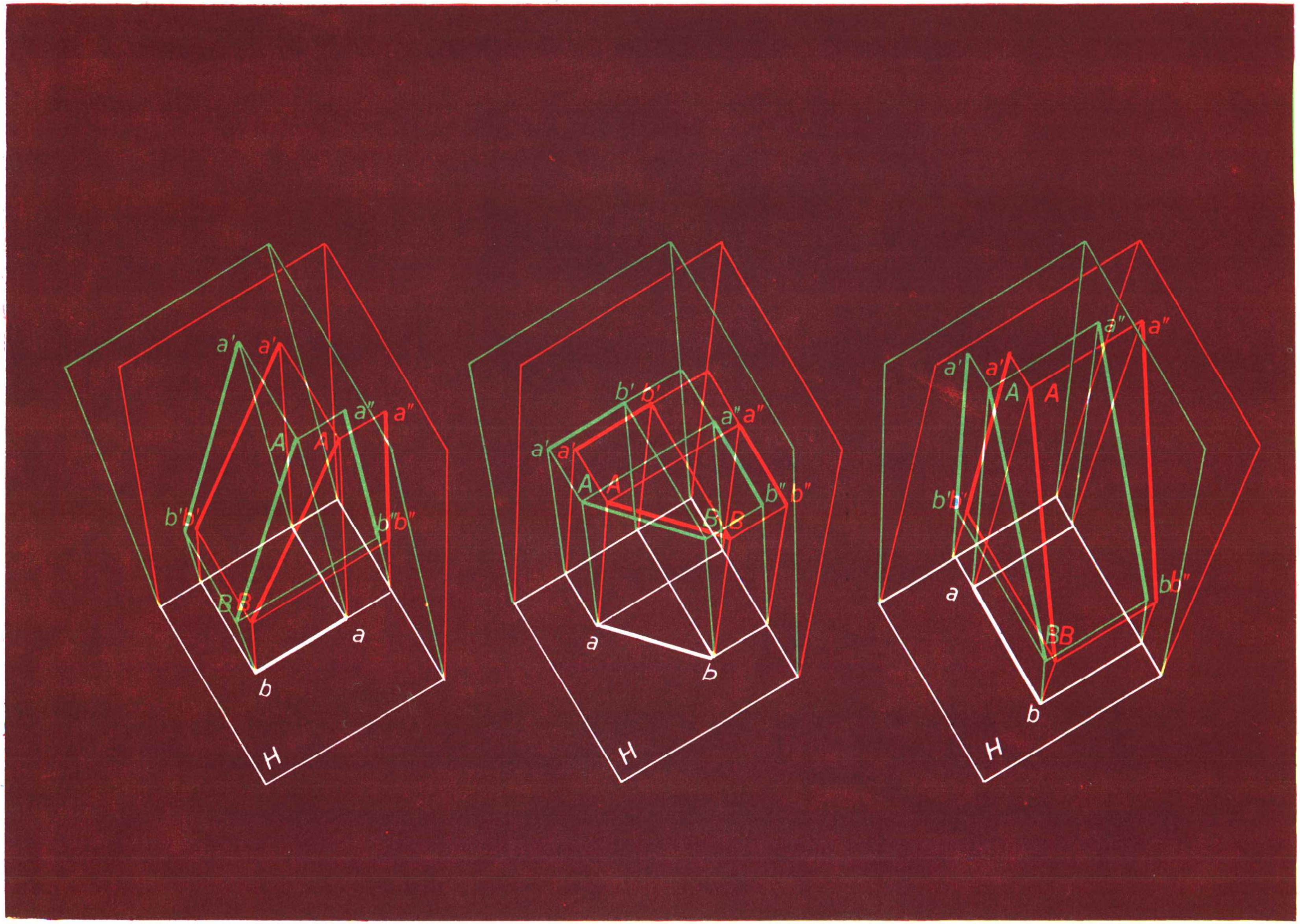
（3）侧平线：平行于W面而倾斜于H面和V面的直线

平行线的空间模型见TS 4。

投影面平行线的投影及其投影特点见表 2。

表 2　平行线的投影及其投影特点

直线的位置	正平线（$/\!/ V$）	水平线（$/\!/ H$）	侧平线（$/\!/ W$）
投影图			
投影特点	1. $a'b'=AB$; 2. $ab /\!/ OX$, $a''b'' /\!/ OZ$; 3. $a'b'$与X轴和Z轴的夹角反映α、γ。	1. $ab=AB$; 2. $a'b' /\!/ OX$, $a''b'' /\!/ OY_W$; 3. ab与X轴和Y_H轴的夹角反映β、γ。	1. $a''b''=AB$; 2. $a'b' /\!/ OZ$, $ab /\!/ OY_H$; 3. $a''b''$与Y_W轴和Z轴的夹角反映α、β。
	1. 直线在所平行的投影面上的投影，反映该线段的实长和对其它两个投影面的夹角 2. 直线在其它两个投影面的投影分别平行于相应的投影轴，且都小于该线段的实长。		


a'
a'
A
A
a"
a"
b'b'
b"b"
BB
a
b
H
b'
b'
a'
a'
a"a"
A
A
b"b"
BB
a
b
H
a'
a'
A
A
a"
a"
b'b'
bb"
a
BB
b
H

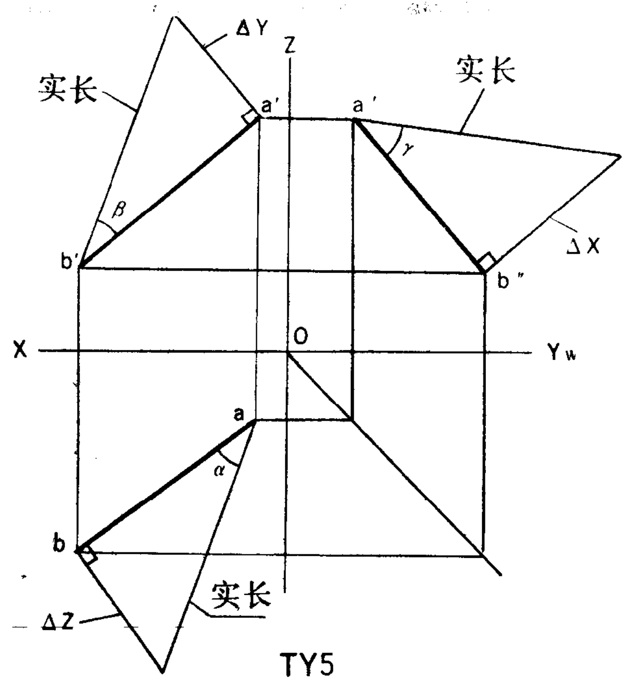
3. 一般位置直线的投影

倾斜于各个投影面的直线，称为一般位置直线，见TS 5。

一般位置直线在三个投影面的投影均不能反映直线的实长，也不能直接反映出直线与三个投影面的夹角。

一般位置直线的实长和它与三个投影面的夹角的求法：

设一般位置直线与H、V、W三个投影面的夹角分别为α、



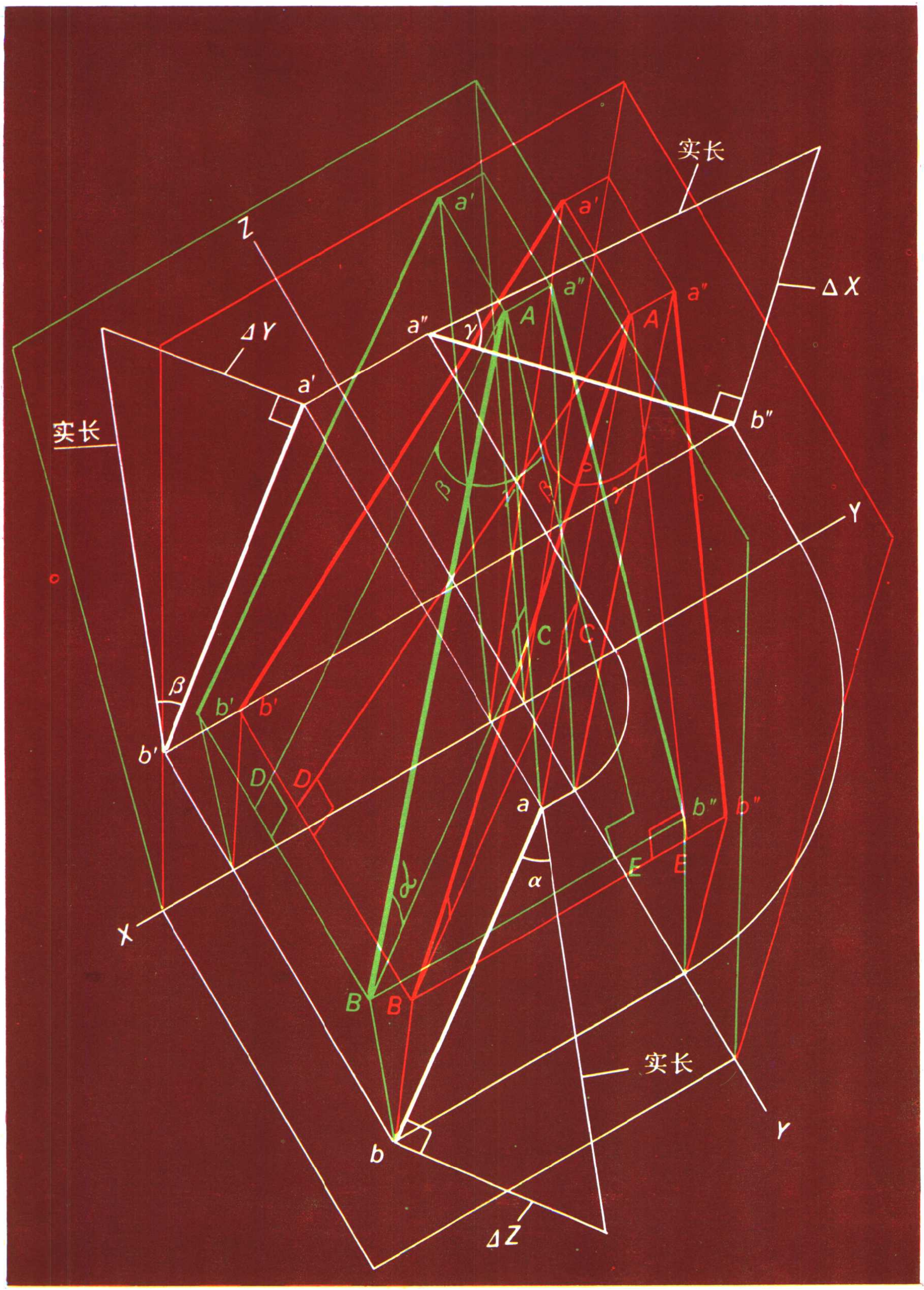
TY5

β、γ，则由TS 5可以看出：

$$ab = AB\cos\alpha;\quad a'b' = AB\cos\beta;\quad a''b'' = AB\cos\beta$$

在空间直角三角形ABC中，AB为实长，AC为A点和B点的Z坐标差ΔZ，BC为直线的水平投影，AB和BC之间的夹角为直线与水平投影面H的夹角α。只要利用投影图中水平投影ab，以及A、B两点的Z坐标差，就能作出该直角三角形，作法见TS5中的白色图形和TY 5。

如果要求实长和β角，可参看空间直角三角形ABD，利用投影图中的正投影$a'b'$和A、B两点的Y坐标差，组成直角三角形，即可求出实长和β角。若要求实长和γ角，可参看空间直角三角形ABE，利用投影图中的侧投影$a''b''$和A、B两点的X坐标差，组成直角三角形，即可求出实长和γ角。



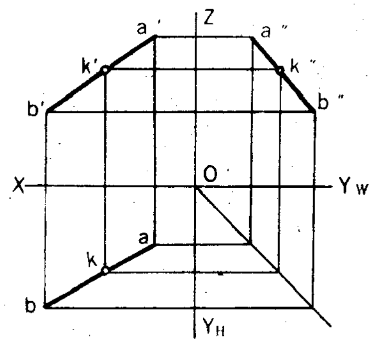
实长
ΔX
ΔY
实长
a′
a″
A
a′
a″
A
a″
a′
b″
β
γ
C
C
b′
b′
b′
D
D
a
b″
b″
E
E
α
X
Y
B
B
实长
b
ΔZ
Z
Y

4. 直线上的点

由平行投影的性质知道，点在直线上，则点的各个投影必在该直线的同面投影上，且点将该直线分成的两段线段长度之比等于其投影长度之比。反之，如果点的各个投影在直线的同面投影上，且分直线段投影长度之比相同，则该点一定在直线上． 见TS 6（*a*）

已知点在直线上确定点的投影

在TY 6（*a*）中，已知直线AB的投影，且知K点在直线AB上，又知K点的水平投影k；求K点的正投影和侧投影。作法：



TY6(a)

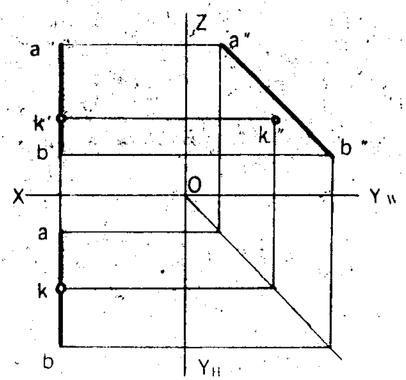
（1）由k点引OX轴垂线与$a'b'$交于k'点，则k'为k点的正投影。

（2）由k'点引OZ轴的垂线与$a''b''$交于k''点，则k''即为K点的侧面投影。

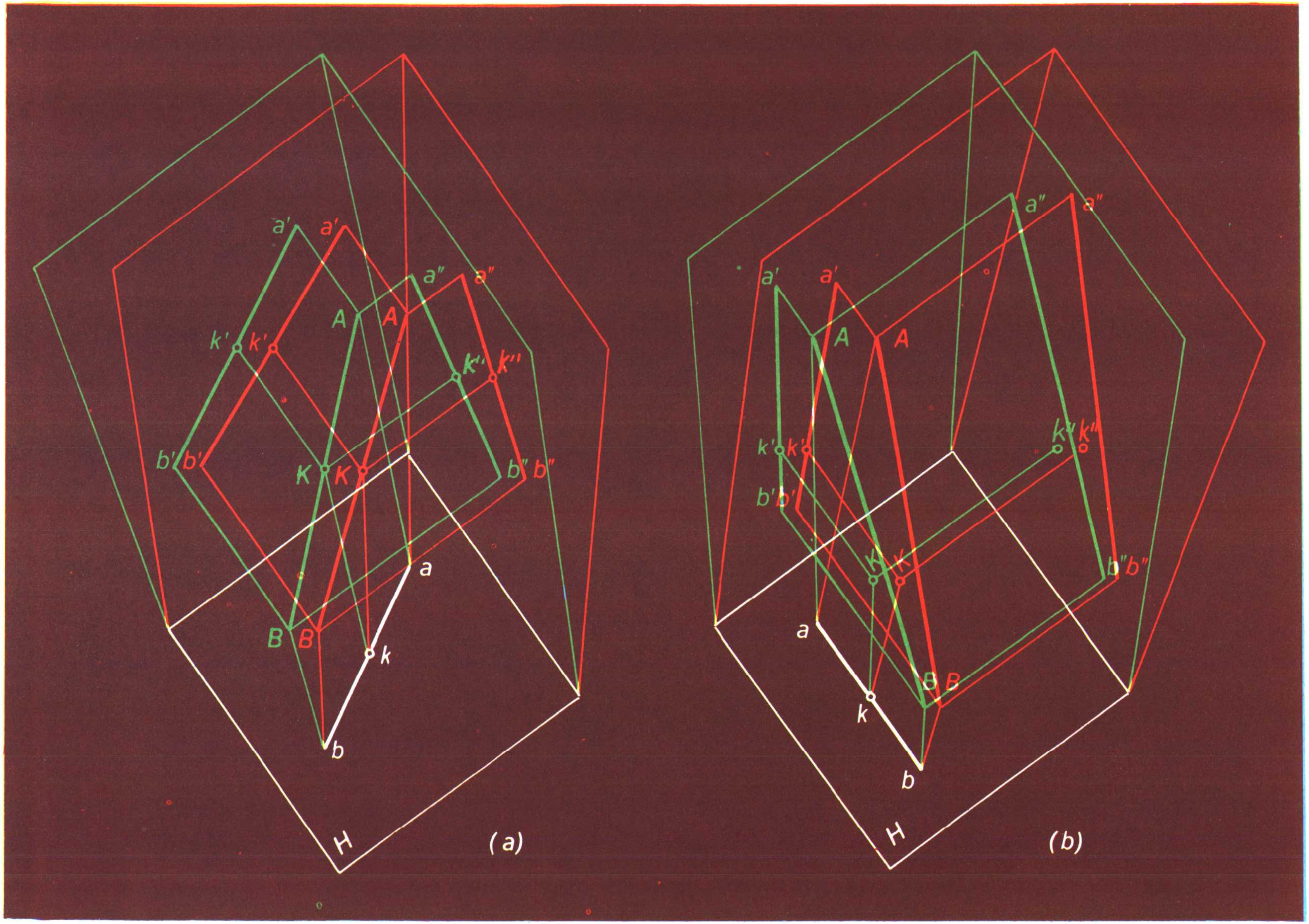
判断点是否在直线上

（1）对于一般位置直线，只要点的两个投影在直线的同面投影上，且符合点的投影规律，就可以肯定点一定在直线上。

（2）对于特殊位置直线，若点的两个投影在直线的同面投影上，不能立刻肯定点在直线上，需要作出点的第三面投影，或根据等比性才能判断点是否在直线上见TS6（*b*）作法见TY 6（*b*），由图可见K点不在AB上。



TY 6 (b)


a'
a'
a"
a"
A
A
k'
k'
k"
k"
b'
b'
K
K
b"
b"
a
B
B
k
b
H
(a)
a'
a'
a"
a"
A
A
k'
k'
k"
k"
b'
b'
K
K
b"
b"
a
B
B
k
b
H
(b)