

数理逻辑与控制论

复旦大学数学系 編著

上海科学技术出版社

数理邏輯与控制論

(試用本)

复旦大学数学系 編著

上海科学技术出版社

內 容 提 要

本书系复旦大学数学系数学专业革新教材之一,内容包括自动机邏輯設計,算法描述,能行性理論等部分。本书可作綜合大学数学专业数理邏輯与控制論課程的教材,讲授 57 学时,亦可作高等院校有关专业的参考书。

数 理 邏 輯 与 控 制 論

(試 用 本)

复旦大学数学系 編著

*

上海科学技术出版社出版

(上海瑞金二路450号)

上海市书刊出版业营业许可証出 093 号

新华书店上海发行所发行 各地新华书店經售

商务印书館上海厂印刷

开本 850×1168 1/32 印张 9 6/82 字数 215,000

1960年8月第1版 1960年8月第1次印刷

印数 1—8,000

統一书号: 13119 · 382

定 价: (十) 1.05 元

編輯說明

2k577/103

我們受到全國持續躍進的大好形勢的鼓舞和推動，積極響應了黨的號召，在兩年來教育大革命已經取得偉大成績的基礎上，掀起了一个聲勢浩大的教學改革的群眾運動。通過這個運動，我們揭露了現在教學體系、教學內容和教學方法上陳舊落後的狀況，抓住訂方案、編大綱、寫教材、搞試驗等重要環節，試圖建立一套以馬克思列寧主義、毛澤東思想為指導的、反映現代科學發展水平的、理論聯繫實際的新的教學體系和內容，以及與之相適應的教學方法，使培養人才的工作更好地貫徹黨的社會主義建設總路線的精神。

作為這種新的探索和嘗試，我們在教學改革運動中，師生結合，提供了“關於綜合大學數學專業課程革新的建議”，編寫了一套可供綜合大學數學專業試用的基礎課程教材。全套教材包括數學分析（一）、數學分析（二）、泛函分析、高等代數、線性規劃和計算實習、計算數學、數理邏輯與控制論、常微分方程、數學物理方程、一般力學、連續介質力學、統計數學（包括信息論）等十二種，尚有物理學一種，因力量所限，未能及時編出。

根據“關於綜合大學數學專業課程革新的建議”的精神，我們力圖使這套教材具有以下几个特點：

一、在選材上，注意克服資產階級教育思想的影響，體現為社會主義建設服務和反映現代科學發展的要求。中國數學會提出的“數學發展的方向必須以解決尖端技術和重大工程、現代物理、自動化、國民經濟和大量計算任務中的數學問題為綱”，具體地說明了社會主義建設和現代科學發展對數學的要求，我們即以此作為選材的主要標準，同時，也考慮到基礎課的某些特殊要求，適當注

意了根据理論与实践之間的直接联系与間接联系,当前需要与长远需要等关系,来确定材料的取舍和不同材料的主次安排。根据这个精神,我們精簡了原来基础課内容中一部分不必要的古典内容,添加了一部分現代材料,还增加了一些新課程。

二、在材料处理上,注意克服过去課程設置各自为政、互不联系的缺点,体现科学知識的綜合与分类的辯証統一的关系。特别是近年来,边缘学科大量出現,科学发展在原有基础上愈来愈明显地趋向新的更高级的綜合,我們想力求使这套教材适应这个趋势。

具体說来,对那些条件已經成熟的、可以綜合处理的内容,即加以統一处理,例如将泛函分析与实变函数、积分方程以及綫性代数中的部分内容統一处理,在泛函分析中加以綜合;对那些綜合趋势已經比較明显,但独立設課条件尚不成熟的,也分別情况,注意在有关課程間建立密切的有机联系,若干材料还重新另行配置,例如原来理論力学中振动理論的一部分内容,这次就移到常微分方程中去了。

三、在材料的处理与闡述上,以辯証唯物主义观点为武器,破除形而上学和唯心主义对数学教学的影响。数学的研究对象是客观世界的量的侧面,所以它具有較多的抽象性,在研究方法上也較多地运用邏輯上的演繹推証。这些特点,本来應該有利于深刻地闡明問題的本質,但唯心主义者却总是加以歪曲,企图在引出抽象概念时,掩盖其实践来源,在形式論証中,避免闡述問題的本質。在这套教材中,我們力求消除这些唯心主义观点的影响。具体說来,对某些与生产实践有着更加直接联系的課程(如数学物理方程),既吸收已經严格建立数学理論的材料,也采用在实践中有广泛应用而理論上尚未成熟的材料,重新加以組織,恢复这門課程本来的生动活潑的面貌。各門課程中,对重要数学概念与問題的引进,都尽量闡明它們的直接和間接的实践来源;闡述論証过程中,

插入若干必要的描述性材料；得到的結論，也闡明它在實踐中直接和間接的作用。本學期我系幾門主要基礎課程，都初步做到了減少學時、提高質量，據了解，主要是在教學過程中初步體現了這個精神。因此，根據我們一些不成熟的經驗，要徹底解決這個問題，除在教材內容上盡量克服這些唯心主義觀點的影響以外，還要注意在教學方法中消除這些影響。

徹底實現教學改革，建立一套新的體系，是一個艱巨複雜的任務，也需要一個較為長期的時間來摸索。我們所作的一些嘗試，僅僅是個開端，既受到思想水平和科學水平的限制，又缺乏較充分的實踐經驗，某些課程的教材，還是在師生結合、邊學邊寫的情況下編出來的。因此不論在處理原則上或者在處理方法上都還不夠成熟。有不少問題，例如如何在教材中反映我國社會主義建設實際中所提出的數學問題、如何在有關各課程間建立更密切的有機聯繫等等，在編寫過程中，也還把握不定，處理不盡適當。我們懇切地希望同志們批評和指正。

上海科學技術出版社和商務印書館上海印刷廠對這套教材的迅速出版，給了極大的支持，我們在這裡表示衷心的感謝。

復旦大學數學系

1960年5月

序

随着控制技术，特别是电子数字计算机与种种遥控自动系统的飞速发展，数理逻辑的应用范围正在迅速地扩大。最近十多年来，数理逻辑在控制技术上广泛应用的结果，一方面大大地加速了控制技术的发展，另一方面，又丰富了数理逻辑本身的内容。今天，数理逻辑已与现代尖端技术紧密地联系在一起。因此，从数学科学必须为社会主义建设服务这个总的观点看来，在综合大学数学系数学专业以及计算数学专业开设一门数理逻辑及其技术应用的课程是有必要的。我们把这门课程叫做“数理逻辑与控制论”。

本课程在取材上，力求与当前社会主义建设和科学技术(控制技术)发展紧密结合，使这方面的内容大大加强。因此，我们把自动系统的逻辑设计提高到特别重要的地位，如继电器电路与电子数字电路的设计等。另一方面，对于数理逻辑的某些重要理论，我们也作了较详细的阐述，因为这些理论对控制技术的发展有着特别突出的意义。

在编写上，我们力求依循“实践—理论—实践”以及由浅入深的原则。但由于参加编写的同志们对数理逻辑、控制论都是初学，加以匆促成书，错误与不妥之处在所难免，请同志们指正。

复旦大学数学系数理逻辑与控制论编写小组

1960年5月

緒 論

本課程是以数理邏輯为工具来闡述控制論的某些一般問題。

控制論是一門新兴的边緣学科,它是在自动化設備,如自动調节、操纵技术、遙控技术、快速电子計算机以及生物学、数学的基础上发展起来的。

控制論是研究一切控制系統——生物、非生物——的結構共性,以及控制过程的一般共同規律的科学。

科学技术的高速度发展,特别是电子計算机的出現,使得在一定条件下用机器代替人的某些特定的脑力劳动,就如同用机器代替体力劳动一样成为可能。我們知道,計算机不仅会做数值計算,而且会做种种的邏輯运算,如自动翻譯、数学証明等。这就在某种程度上模拟了人的大脑活动。电子計算机的这个特点使数理邏輯与控制技术产生了十分密切的联系。

熟悉数理邏輯的学者知道,产生数理邏輯科学的基本思想来源之一,正是人們企图用机器来模拟人脑活动的經驗累积。因此說,从数理邏輯科学产生的一日起,它就与控制技术有着不可分割的联系。我們不妨来回顾一下历史。

亚里士多德邏輯学建立之后,希腊人就产生了用某种机械去代替人的思維活动的想法。十七世紀中叶,資本主义自由竞争的生產方式給科学技术以很大的刺激。年轻的物理学家巴斯格在1642年創造了历史上第一架原始的数字計算机。随后,在1673年数理邏輯的奠基人萊布尼茲又在这个基础上制造成一架数字計算机。萊布尼茲認為人們花很多時間去进行简单的数字計算是沒有

意义的,因为这事情完全可由机器来进行。計算既然可以由机器来实现,那么人們的邏輯推理活动是否也可以用机器来进行呢? 是否能够創造出某种帮助人們进行推理活动的机器——邏輯机呢? 远在 13—14 世紀,古典邏輯学家路勒斯曾考虑过这个問題,而且創造了第一架原始的邏輯机。这是萊布尼茲創立数理邏輯的主要思想来源之一。但是,在萊布尼茲的时代,对計算机械化和推理机械化还没有成为社会需要,因此,这种以机器模拟人脑的思想在萊布尼茲以后的二百多年来没有得到进一步的发展,而数理邏輯也是作为一門純粹理論学科被研究的。

直到本世紀的四十年代,当自动化和計算技术的发展要求建立包含有数百个和数千个繼电器的复杂系統,这样复杂系統的分析与綜合是单凭人們的經驗难以对付的,才差不多同时在苏联、美国、日本出現了研究繼电器接点綫路結構的符号方法及数理邏輯的命題演算在分析、綜合这种綫路中的应用。1943 年, V. C. 麦克卡洛奇和 V. 彼特斯的“有关神經活动的思想的邏輯演算”一文发表后,数理邏輯就开始用来分析和綜合电子管綫路。近年来,数理邏輯已应用于所有开关綫路的理論中,例如晶体二极管和三极管綫路的理論,磁开关綫路的理論等等。数理邏輯現时已成为分析、綜合这种电气綫路的必不可少的工具。所以說,控制技术的发展,使数理邏輯获得了新生。

由于数理邏輯在計算机研究中的应用,发展了一般自动机邏輯的新方向。自动机邏輯不仅是研究計算机的总体設計和一般自动化系統的总体設計問題,而且还研究如何使一个自动化系統在遭受局部破坏时仍可使用的問題,以及如何使用不可靠元件来构造出可靠的自动化系統的問題等等。可以这样說,自动机邏輯是研究如何用現代的技术成就来机械模拟人脑的某些特定的思維活动和神經活动,如邏輯机、証明机、科学信息机、翻譯机等机器都

属于这个范围。

在控制論的研究中，数理邏輯的基本理論——能行性理論起着特別突出的作用。一类問題所謂是能行可解的，就是說存在某种确定的方法和步驟来判定这类問題中的任一个命題的是或非。即存在某种判定这类問題的精确算法。为什么說，能行性理論在控制論的研究中起着特別突出的作用呢？比如說，我們要实现某一个控制过程的自动化，那末，首先碰到的問題，便是把这个控制过程用数学語言加以陈述，并找出某种确定的、在有限个步驟里可以完成的方法，来論証这控制过程机械实现的可能，即控制过程的算法描述(算法化)問題。例如，在計算机上編制翻譯程序、学习程序就是这种問題。其次，根据这种算法所提供的詳細情况，为了实现这个控制过程，进行自动机构的邏輯設計。最后研究其物理实现。要解决其中的第一个問題——算法描述問題，首先要研究这一控制过程的算法化是否能行的問題。实际上，大量的控制过程是不可能算法化的。比如，一般地說，不可能有这样的算法，通过这算法可以解决所有数学定理的証明。由此看到，能行性問題的研究，一方面給我們指出了哪一类問題有机械地解决的可能(即可能用一个專門裝置——专用机来解决这类問題)，另一方面又為我們揭示了某些潜在的絕境。

在数理邏輯里发展的各个能行性理論已建立起自己的主要概念，如递归函数、 λ -演算、图灵(Turing)机器、有穷組合运算、正規算法、算子算法等。我們可以說，每一个主要概念實質上都是給出了一类算法，并且可以証明，这些算法都是等价的。这些算法的研究对于控制过程的算法描述具有重大的意义。首先对建立发展电子計算机的程序理論是非常重要的，在每一个这样理論的意义下的可計算函数，在电子計算机上求值的程序自动化是不困难的，至少在原則上是已經解決了的。可惜的是，这些算法和数学工

作者研究所得的計算方法距离很远，因为太笨重太繁复了。面临着这样的情况就要求我們建立比較方便的，和上面种种算法相互等价的新的算法概念。

綜合以上所述，我們可以說，数理邏輯是控制論的一个重要的理論基础。

控制論的另一重要的理論基础是信息論。實質上，任何控制过程的研究，都与信息的傳遞、存貯、加工分不开的。詳談这方面的問題已超出本課程的范围，茲不贅述。

随着社会主义建設的飞速发展，对国民經济各部門的机械化、自动化提出了越来越高的要求，科学技术的巨大成就，提供了满足这种要求的物質可能，因此，开展对控制过程的普遍規律的研究具有极为重大的意义。控制論研究的目的应当是：一方面为生产过程的自动化、全盘自动化建立科学的基础，另一方面从研究人的思維活动及生命有机体的結構，为我們提供更好的自动系統。

因此，控制論的研究应当結合全盘自动化、无綫电技术、生物控制以及种种邏輯机的制造，同时大力开展对数理邏輯、信息論等方面的研究。控制論在生产过程全盘自动化中的任务，我們認為主要的應該是对各种自动装置（如自动系統、自动生产綫、工厂自动化、通信装置等）进行邏輯設計及系統的可靠性問題、信息傳遞和加工問題等方面的研究。

思維活动的机器模拟——邏輯机的研究是控制論的重要方向之一。

邏輯机是在一定程度上可以模拟人脑活动的机器，例如模拟人脑的某些演繹、归納、推理等活动，借以提高人們进行推理的速度；提高脑力劳动的效率，提高自动化的水平。邏輯机的研究对于国防、生产及科学研究都将有深刻的影响。

科学技术的发展，使我們有可能創造种种代替人們某些推理

活动的机器。现代科学信息机就是一种逻辑机，它能够对科学文献自动作出文摘；在接受科学情报时，对那些已有的、重复的情报和那些可以从已有的情报中经过简单的推导而得的情报作自动删节，把那些不能从已有情报中简单推导出来的新情报自动地整理存贮起来。机器能进行演绎的和归纳的推理，能回答人们向它提出的问题。在回答人们的问题时，往往不是一下子把“记忆”中的现成内容输送出来，而是需要在机器里进行“推理”之后才给出回答，如同人在回答问题时都要经过一番思索一样。它还能在一定程度上模拟一个人的学习过程，它不但能很快地“读书”，而且在回答人们向它提出问题中推导出有价值的原来在它的“记忆”中没有的情报。

这种逻辑机的意义是远远地超出自动处理科研情报的范围的，既能迅速、准确地处理科研情报，当然也能迅速地、准确地处理其他种类的情报。

生物学中控制论问题的研究应以研究生命有机体的结构、活动规律以及其电模拟为主。这种研究有两方面的意义，一方面可以从研究中理解生物的调节、发育、新陈代谢、遗传变异的逻辑规律，从而为解决医疗，创造新的化学合成材料，培养新的生物品种提供线索和方法。另一方面对生命有机体进行控制论的研究可以为创造新的自动系统中所需要的网络提供有价值的参考资料，从而实现某种模拟的可能。

控制论形成为一门科学还只是十多年来的事情，它很年轻，还没有成为一个完整的系统。但是随着科学技术的发展，它将会迅速地成长壮大，其巨大威力也将日见显著。实际上，在现代的科学研究、生产管理以及运输和通信技术中已广泛地应用控制论的成就。为了加速我国社会主义科学事业的飞速发展，大力开展控制论这一学科的研究是完全必要的。

目 录

序 緒論

第一篇 自动系統邏輯設計(I)

引言	1
第一章 接点电路的邏輯設計	3
§ 1 接点电路的代数	3
§ 2 命題演算	7
§ 3 接点电路的分析	13
§ 4 接点电路的化簡	19
§ 5 命題演算在电路綜合中的应用	24
第二章 继电器电路邏輯設計	28
§ 1 继电器电路代数	28
§ 2 多步电路的綜合	34
§ 3 继电器电路綜合实例——继电器式計数器电路	40
§ 4 继电器电路的分析	51

第二篇 自动系統邏輯設計(II)

引言	59
第一章 电子数字計算机概論	64
§ 1 电子数字計算机的作用	64
§ 2 一般介紹	64
§ 3 电子数字計算机的設備	68

§ 4	运算器	77
§ 5	存储器	83
§ 6	输入和输出	85
§ 7	M-3 与 EDCM 简介	87
第二章	神经网络	94
§ 1	基本概念	95
§ 2	确定事件的表示	112
第三章	网络理论	119
§ 1	基本概念	119
§ 2	良态网络	122
§ 3	确定网络	124
§ 4	合式网络	127
§ 5	合式网络和数字计算机线路	133
第四章	概率逻辑	139
§ 1	问题的提出, 概率逻辑的主要对象	139
§ 2	关于单线输出自动机的误差控制	141
§ 3	多端网络	148
§ 4	多端网络中的误差分析	154

第三篇 算法描述

引言	157
第一章 算子图示	158
§ 1 基本概念	158
§ 2 算子和算子图示	163
§ 3 算子图示的等价性问题	176
第二章 編制程序的程序——描述控制过程的例子	182
§ 1 算子分类	182
§ 2 БЭСМ 机器上編制程序的程序的信息和編碼	184
§ 3 算术算子的程序設計	187

第三章 机器翻译和数理语言192

§ 1 机器翻译192

§ 2 数理语言203

第四篇 能行性问题

引言205

§ 1 判定问题介绍205

§ 2 算法概念的特征208

第一章 正规算法210

§ 1 正规算法概念210

§ 2 正规算法的例子214

§ 3 正规化原则216

§ 4 正规算法的构成216

第二章 递归函数论和图灵机器228

§ 1 原始递归函数229

§ 2 谓词与原始递归谓词233

§ 3 几种与原始递归式稍有不同递归式241

§ 4 原始递归式的化简248

§ 5 非原始递归函数之一例251

§ 6 一般递归函数258

§ 7 递归函数在程序设计中的应用265

§ 8 图灵机器268

参考文献275

第一篇 自动系統邏輯設計(I)

引 言

这一部分的主题是：繼电器接点电路的邏輯設計。

自动控制、遙控、通信技术的发展是近代科学技术重要成就之一。由繼电器組成的电路，与种种自动系統的装置(如自动電話、遙控装置、通信設備等)有着十分密切的关系。因此研究自动与遙控技术便与繼电器电路的研究分不开。

种种大型的自动装置使用着大量的繼电器，例如一座大城市的自动電話交換器所用的繼电器就达几十万只之多，它們之間为了完成各式各样的任务，其相互联系是十分复杂的。过去許多繼电器电路的設計大都凭工程师、技术人員的經驗来完成，这些丰富經驗之无比可貴是无庸置疑的，可以断言，这些經驗在全民性的大搞自动化运动中将得到不断的发揚光大，并且成为大量的繼电器电路設計的重要依据。但是，随着生产自动化水平的不断提高，科学技术的日益发展，許多更复杂的繼电器电路将大量出現。这时光凭經驗就会感到不足，因为，設計大型的、复杂的繼电器电路，如果光凭經驗的話，常常会觉得难以下手。同样地，在对一个大型的、复杂的电路分析其工作条件即接通或断开的条件时也会碰到类似的問題。

在用經驗的知識解決問題感到不足时，人們就迫切希望有可以依据的科学理論。多少年来，不少的专家学者为了寻找这样的理論付出了巨大的劳动，直到本世紀三十年代，這個問題才几乎同时在苏联、日本、美国获得解决。在不同的国家几乎在同一时期里

得到解决,说明了它的迫切性,也说明了这个问题的解决在当时已经完全成熟。

1935年,苏联物理学家 B. И 赛斯塔可夫取得了运用数理逻辑的命题演算(即布尔代数)到接点电路中去的可能性的精确论证。1950年,苏联科学院博士 M. A 加甫利洛夫把这种演算发展为接点网络实用中的通用理论。于是一支以命题演算为依据的科学理论便被广泛地采用于继电器电路的逻辑设计。

但我们也必须指出,这种以命题演算为依据的电路逻辑设计的理论,尽管在使用上是非常的灵巧方便,仍然是有其局限性的。关于这一点,虽然近年来有许多学者作了不少的努力,但仍有待于进一步地发展。

这一部分包含两个主要内容:接点电路的逻辑设计与继电器接点电路的逻辑设计,即分别讨论这两类电路的综合、分析问题。

所谓电路的综合问题是:根据给出的工作条件确定实现这些条件的电路。

所谓电路的分析问题是:根据给出的电路确定其工作条件。

因为在设计某一个庞大的自动装置时,有着各种不同的方案,将它们作经济的比较,简直是件不可思议的工作。以后我们将借助于接点电路代数的一些法则来达到化简的目的,以节约大量的原材料,简化设计过程。

所以在讨论前面两个问题时,我们将同时讨论电路的变换和化简问题。