

51.716
297
C.2

随机数据分析方法

〔美〕 J.S. 贝达特 A.G. 皮尔索 著

凌福根 译

国防科委出版社

内 容 简 介

全书共十章，主要介绍了用测量数据计算均值、概率密度、相关性、谱特性和凝聚性的方法。第一章到第四章复习了需要用到的数学物理基础；第五章专述系统输入输出关系；第七章到第十章给出了数据在模拟机和数字机上的具体处理方法；第六章介绍数据分析的统计精度问题。每章末附有十个习题。本书可供宇航、航空、自动化、无线电通讯、水文气象、地震学、海洋学、核过程、生物医学等领域的科技人员和高等院校师生参考。

RANDOM DATA, ANALYSIS AND MEASUREMENT PROCEDURES

J. S. Bendat and A. G. Piersol

Wiley-Interscience, 1971

*

随机数据分析方法

凌福根 译

*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

850×1168¹/₃₂ 印张13¹/₂ 339千字

1976年12月第一版 1980年1月第二次印刷 印数：13,401—20,400册

统一书号：15034·1474 定价：1.70元

译序

科研工作包含着大量的试验。一般说来，试验的观察结果总是受当时当地条件的限制，得到的结果总具有一定的随机性。同样的事件，这次试验结果就可能与下一次结果不一样。例如结构振动试验中，相同的输入激振，由于某些未知的原因，响应往往不一样；无线电遥测系统，由于噪声的影响，遥测记录也往往含有很大的虚伪性。因此，如何对试验结果进行去伪存真的分析处理，以更好地指导今后的设计和试验，是科研工作中的重要内容。

近来随机数据的测量和分析方法发展很快，出现了不少专用的数据处理设备。基础理论日趋完整。本书从概率统计的基础出发，着重于工程问题，较系统地介绍了随机数据测量分析问题，给出了试验观察数据在模拟机和数字计算机上的实际处理方法，列举了部分具体的工程问题作为示例。本书基本上是近十多年来作者在NASA研究卫星、飞船试验数据处理的工作总结。可供有关方面的设计、试验和研究人员参考，也可供高等院校师生阅读。

参加本书校对的有刘韵清、林春土、岳明进、吴鹤鸣同志。

对于原文中明显的错误尽力作了更正，但由于时间仓促，水平有限，难免仍有不少错误承袭，希望读者批评指正。

译者



原序

本书是我们早期著作《随机数据测量和分析(1966年)》一书的修改和补充。大约改写和替换了原文的百分之五十。这些修改反映了最近五年来技术上的发展和我们在工作中所得到的提高。具体的修改有：更广泛地讨论了随机数据分析中的统计误差；新添了一章，统一讨论了数据获得、记录、准备、检验和处理等方面的一般要求；由于出现了快速富里叶变换，因此我们增加了较新的数字数据的分析方法；增添了瞬变和多维随机过程的内容。另外，还增加了许多具有实际物理数据的例题，以加深理解。因为我们最近是在宇航和自动化方面工作，所以这些例题主要是宇航和自动化方面的问题。但是，本书所介绍的一般方法也可用于许多其它领域的数据，例如气象学、海洋学、地震学、无线电通讯、核过程、生物医学研究等。

本书着重于随机数据分析和测量方法的实际方面，并且特别注意所述各种方法的相互联系。编写本书的主要目的是为工程技术人员和科学工作者提供一本方便的参考书。第二个目的是为学生提供一本专业教科书，因此，每章的结尾都安排了一组习题。我们假定读者已经具备概率论、统计学、应用数学中的变换方法等基础知识。

每章一开始都给出了这一章内容的摘要。第一章到第四章简述了基本理论，以便为后面几章提供基础。第一章给出了随机数据的基本分类和性质。第二章简述了物理系统响应特性。第三章第四章总结了有关的数学和统计理论。第五章第六章广泛地研究了输入-输出关系和数据测量中的统计误差。第七章给出了随机数据获得和处理的一般方法。第八章和第九章分别细述了模拟数

据和数字数据的分析方法。最后第十章讨论了一些有关非平稳、瞬变过程和多维数据等方面近代概念和处理方法。

J. S. 贝达特

A. G. 皮尔索

目 录

符号表	13
第一章 物理数据的分类和描述	17
§ 1.1 确定性数据的分类	18
§ 1.1.1 正弦周期数据	19
§ 1.1.2 复杂周期数据	20
§ 1.1.3 准周期数据	22
§ 1.1.4 瞬变非周期数据	23
§ 1.2 随机数据的分类	24
§ 1.2.1 平稳随机过程	26
§ 1.2.2 各态历经随机过程	28
§ 1.2.3 非平稳随机过程	29
§ 1.2.4 平稳样本记录	29
§ 1.3 随机数据的基本特性	30
§ 1.3.1 均方值(均值和方差)	31
§ 1.3.2 概率密度函数	31
§ 1.3.3 自相关函数	36
§ 1.3.4 功率谱密度函数	38
§ 1.4 随机数据的联合特性	42
§ 1.4.1 联合概率密度函数	42
§ 1.4.2 互相关函数	44
§ 1.4.3 互谱密度函数	47
第二章 物理系统的响应特性	53
§ 2.1 常系数线性系统	53
§ 2.2 基本动态特性	54
§ 2.3 频率响应函数	56
§ 2.4 频率响应函数的示例	58
§ 2.4.1 机械系统	58
§ 2.4.2 电学系统	66
§ 2.4.3 其它系统	69
§ 2.5 实际考虑方法	69

第三章 平稳随机过程概论	72
§ 3.1 随机变量的概率基础	72
§ 3.1.1 一维随机变量	72
§ 3.1.2 二维随机变量	77
§ 3.1.3 高斯(正态)分布	80
§ 3.2 平稳随机过程	84
§ 3.2.1 相关(协方差)函数	86
§ 3.2.2 谱密度函数	92
§ 3.2.3 通过有限富里叶变换得到谱密度	100
§ 3.2.4 通过滤波-平方-平均得到谱密度	103
§ 3.3 各态历经随机过程	105
§ 3.4 高斯随机过程	108
§ 3.5 线性变换和抽样定理	112
§ 3.5.1 随机过程的线性变换	112
§ 3.5.2 随机记录的抽样定理	114
第四章 统计原理	119
§ 4.1 子样值和参数估计	119
§ 4.2 重要概率分布函数	123
§ 4.2.1 正态分布	123
§ 4.2.2 卡埃平方分布	125
§ 4.2.3 学生氏 t 分布	127
§ 4.2.4 F 分布	129
§ 4.3 抽样分布及其示例	131
§ 4.3.1 方差已知时的子样均值分布	131
§ 4.3.2 子样方差的分布	132
§ 4.3.3 方差未知时的子样均值分布	133
§ 4.3.4 两个子样方差之比的分布	133
§ 4.4 置信区间	134
§ 4.5 假设检验	137
§ 4.6 卡埃平方拟合优度检验	141
§ 4.7 轮次检验	144
§ 4.8 相关和回归方法	147
§ 4.8.1 线性相关	147
§ 4.8.2 线性回归	151
第五章 物理系统的输入输出关系	158
§ 5.1 单输入线性系统	158

§ 5.2 常凝聚函数	163
§ 5.3 多输入线性系统	169
§ 5.3.1 自相关与功率谱的关系	169
§ 5.3.2 互相关与互谱的关系	172
§ 5.3.3 双输入的特例	174
§ 5.4 偏凝聚函数和多重凝聚函数	176
§ 5.4.1 剩余随机变量	176
§ 5.4.2 偏凝聚函数	179
§ 5.4.3 多重凝聚函数	183
§ 5.4.4 结果的矩阵表示	188
第六章 随机数据分析中的统计误差	195
§ 6.1 误差的定义和分类	195
§ 6.2 均值和均方值估计	197
§ 6.2.1 均值	197
§ 6.2.2 均方值	200
§ 6.3 概率密度估计	202
§ 6.3.1 估计的方差	203
§ 6.3.2 估计的偏度	204
§ 6.3.3 标准化均方根误差	205
§ 6.3.4 联合概率密度估计	206
§ 6.4 相关函数估计	207
§ 6.5 谱密度函数估计	210
§ 6.5.1 估计的方差	213
§ 6.5.2 估计的偏度	213
§ 6.5.3 标准化均方根误差	214
§ 6.5.4 互谱密度估计	215
§ 6.5.5 从有限富里叶变换得到的估计	215
§ 6.6 凝聚函数估计	220
§ 6.7 单输入时的频率响应函数估计	223
§ 6.7.1 偏度误差	224
§ 6.7.2 随机误差	226
§ 6.8 多输入时的频率响应函数估计	231
§ 6.9 记录的长度要求	237
第七章 获得和处理数据的一般方法	242
§ 7.1 数据收集	242
§ 7.2 数据记录	247

§ 7.2.1 磁记录-重发方法	247
§ 7.2.2 调制-解调方法	249
§ 7.2.3 磁带记录中的时基差	253
§ 7.3 数据准备	255
§ 7.3.1 数字化	255
§ 7.3.2 预处理	260
§ 7.4 数据检验	261
§ 7.4.1 平稳性检验	261
§ 7.4.2 周期性检验	265
§ 7.4.3 正态性检验	267
§ 7.5 数据分析	268
§ 7.5.1 分析单个记录的方法	268
§ 7.5.2 分析一组记录的方法	271
§ 7.5.3 功率谱的等效性检验	276
§ 7.5.4 数据分析中模拟方法与数字方法的比较	278
第八章 模拟数据的处理方法	283
§ 8.1 均值和均方值	283
§ 8.1.1 基本设备要求	283
§ 8.1.2 实际电压表的研究	284
§ 8.1.3 测量精度	285
§ 8.1.4 平均时间	286
§ 8.2 概率密度函数	290
§ 8.2.1 基本设备要求	290
§ 8.2.2 振幅分辨率和平均时间	292
§ 8.2.3 扫掠速度和分析时间	292
§ 8.3 自相关函数	294
§ 8.3.1 基本设备要求	294
§ 8.3.2 带后时间分辨率和平均时间	295
§ 8.3.3 扫掠速度和分析时间	297
§ 8.4 功率谱密度函数	298
§ 8.4.1 基本设备要求	298
§ 8.4.2 频率分辨率和平均时间	300
§ 8.4.3 扫掠速度和分析时间	301
§ 8.4.4 可变分辨率带宽	302
§ 8.4.5 时基压缩	303
§ 8.4.6 带通滤波器特性	305
§ 8.5 联合数据性质的分析	308

§ 8.5.1 联合概率密度函数	308
§ 8.5.2 互相关函数	309
§ 8.5.3 互谱密度函数	310
§ 8.5.4 频率响应和凝聚函数	311
第九章 数字数据的处理方法	313
§ 9.1 预处理	313
§ 9.1.1 采样方法	313
§ 9.1.2 算术量	314
§ 9.1.3 消除趋势项	315
§ 9.2 数字滤波方法	318
§ 9.2.1 非循环数字滤波器	319
§ 9.2.2 循环数字滤波器	322
§ 9.3 富里叶级数和快速富里叶变换	325
§ 9.3.1 标准富里叶级数方法	325
§ 9.3.2 快速富里叶变换	327
§ 9.3.3 柯立-杜开方法	333
§ 9.3.4 其它有关公式	335
§ 9.4 概率密度函数	336
§ 9.5 自相关函数	338
§ 9.5.1 通过直接计算得到自相关估计	338
§ 9.5.2 通过快速富里叶变换得到自相关估计	340
§ 9.6 功率谱密度函数	342
§ 9.6.1 通过相关估计得到功率谱估计	342
§ 9.6.2 通过快速富里叶变换得到功率谱估计	350
§ 9.7 对两个记录的计算	358
§ 9.7.1 联合概率密度函数	358
§ 9.7.2 互相关函数	359
§ 9.7.3 互谱密度函数	360
§ 9.8 频率响应函数和凝聚函数	364
§ 9.8.1 单输入线性系统	364
§ 9.8.2 多输入线性系统	366
第十章 非平稳数据、瞬变数据和多维数据	372
§ 10.1 非平稳随机过程	372
§ 10.1.1 非平稳数据的概率结构	373
§ 10.1.2 非平稳均值	379
§ 10.1.3 非平稳均方值	382
§ 10.1.4 非平稳数据的相关结构	385

§ 10.1.5 非平稳数据的谱结构	388
§ 10.1.6 非平稳数据的输入输出关系	393
§ 10.2 瞬变(冲击)随机过程	394
§ 10.2.1 瞬变数据的类型和分析	394
§ 10.2.2 瞬变数据的谱结构	395
§ 10.3 多维随机过程	399
§ 10.3.1 振动弦问题	400
§ 10.3.2 场和函数的定义	401
§ 10.3.3 测量方法	405
参 考 资 料	409
附 录	412
主 要 名 词 英 汉 对 照	426

符 号 表

a, b	子样回归系数或任意常数
$b[]$	[]的偏度误差
B	频带宽度
c	阻尼系数或任意常数
C	电容
C_{xy}	协方差
$C_x(\tau)$	自协方差函数
$C_{xy}(\tau)$	互协方差函数
$C(t_1, t_2)$	非平稳协方差函数
$C_{xy}(f)$	(单边) 共谱密度函数
D	时间位移范围
$e(t)$	电势
$E[]$	[]的期望值
f	频率
F	频率范围或 F 统计变量
$F(t)$	作用力函数
$G_x(f)$	只在非负频率定义的(即单边的) 功率谱密度函数
$G_{xy}(f)$	只在非负频率定义的(即单边的) 互谱密度函数
h	采样区间
$h(\tau)$	权函数(单位脉冲响应函数)
$H(f)$	频率响应函数
$ H(f) $	增益因子

$\text{Im}[\]$	[]的虚部
j	$\sqrt{-1}$ 或脚标
k	弹簧常数或脚标
K	RC 滤波器时间常数或分组区间的个数
l	频率分组数
L	电感或长度
m	质量或最大滞后值个数
m_f	调制指数
n	自由度
N	采样容量
$p(x)$	概率密度函数
$p(x, y)$	联合概率密度函数
$P(x)$	概率分布函数
$P(x, y)$	联合概率分布函数
$\text{Prob}[\]$	[]的概率
q	输入的个数或样本记录的个数
$q(t)$	电荷
$Q_{xy}(f)$	(单边) 重谱密度函数
r	轮次数或任意因子
r_{xy}	子样相关系数
R	电阻
R_s	分析仪扫描速度
$R_x(\tau)$	自相关函数
$R_{xy}(\tau)$	互相关函数
$R(t_1, t_2)$	非平稳相关函数
$\text{Re}[\]$	[]的实部
s	子样标准差
s^2	子样方差
s_{xy}^2	子样协方差

$S_x(f)$	正负频率上均有定义的（即双边的）功率谱密度函数
$S_{xy}(f)$	正负频率上均有定义的（即双边的）互谱密度函数
$S(f_1, f_2)$	广义（非平稳）谱密度函数
S/N	信噪比
t	时间变量或学生氏 t 分布
T	观察时间或平均时间
T_s	分析时间
u_n	原始数据值
$u(x, t)$	由空间和时间确定的变量
V	电压范围
$\text{Var}[\cdot]$	[] 的方差
W	振幅窗宽度
$x(t), y(t)$	时变量
\bar{x}	x 的子样均值
$ \bar{x} $	x 的平均绝对值
X	正弦 $x(t)$ 的振幅
$X(f)$	$x(t)$ 的富里叶变换
z	标准化正态变量
$ [\cdot] $	[] 的绝对值
$[\hat{\cdot}]$	[] 的估计
α	小概率或显著性水平
β	第Ⅱ类错误的概率
$\gamma^2(f)$	凝聚函数
$\delta(\cdot)$	但尔他函数
Δ	小增量
ϵ	标准误差
ζ	阻尼比

θ	相角
$\theta_{xy}(f)$	$G_{xy}(f)$ 的幅角
μ	均值
ρ	相关系数
$\rho(\tau)$	相关函数系数
σ	标准差
σ^2	方差
τ	时间位移
$\phi(f)$	相位因子
Φ	任意统计参数
χ^2	卡埃平方统计变量
Ψ	均方根值
Ψ^2	均方值
λ	波长

第一章 物理数据的分类和描述

表示物理现象的任何观察数据，都可以广泛地分为确定性的和非确定性的两类。能够用明确的数学关系式描述的数据称为确定性数据。例如，考虑一个用线性弹簧悬挂在固定基板上的刚体（见图 1.1）。设 m 为刚体的质量（假定刚体是非弹性的）， k 为弹簧的弹簧常数（假定此弹簧质量可以忽略不计）。假定刚体离开平衡位置的距离为 X ，松手的时间记为 $t = 0$ 。根据力学的基本定律或根据重复观察，可以建立如下关系式：

$$x(t) = X \cos \sqrt{\frac{k}{m}} t, \quad t \geq 0 \quad (1.1)$$

方程式 (1.1) 确定了刚体在以后任意瞬时的精确位置。因此表示刚体运动的物理数据是确定性的。

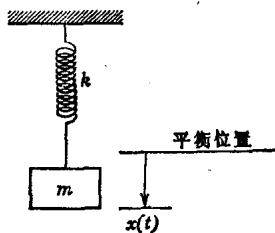


图 1.1 简单弹性质量系统

在实践中有许多物理现象产生的数据可以相当精确地用明确的数学关系式来表示。例如，卫星在轨道上围绕地球的运动；电容器通过电阻器放电时，两端的势能；非平衡转动机器的振动响应；加热时的水温等，基本上都是确定性的数据。但是，有许多

其它物理现象，产生的数据不是确定性的。例如，起伏海面的波高；空气经过导管冲击产生的声压；噪声发生器的输出电信号等，都不能用明确的数学关系式来描述。无法预测未来时刻的精确值。这些数据在性质上是随机的，不能用精确的方程式，而只能用概率术语和统计平均来描述。