初二年级 数学

通用各科奥林匹克模拟试卷

数 学 奥 林 匹 克 工 作 室　编

首都师范大学出版社

tongyong geke
aolinpike
moni shijuan

奥林匹克

通用各科奥林匹克模拟试卷

数学奥林匹克工作教室 编

初二年级数学

奥林匹克

首都师范大学出版社

TONGYONG GEKE AOLINPIKE MONISHIJUAN
通用各科奥林匹克模拟试卷
初二年级数学
首都师范大学出版社
(北京西三环北路 105 号　邮政编码 100037)
北京嘉实印刷有限公司印刷　全国新华书店经销
2001 年 7 月第 1 版　2001 年 8 月第 2 次印刷
开本 850 × 1168　1/32　印张 6.125
字数 153 千　印数 13,001~23,500 册
定价 8.00 元

使用说明

由“数学奥林匹克工作室”编写的《通用各科奥林匹克模拟试卷》是《通用数学奥林匹克》系列的组成部分。这个系列分小学、初中和高中三个层次，每个层次包括教材、同步练习册以及赛前综合训练三种类型，已经出版或即将出版的图书包括：

《小学教材》、《小学 ABC 卷及解析》、《小学模拟试卷》；

《初中教材》、《初中 ABC 卷及解析》、《初中模拟试卷》；

《高中教材》、《高中 ABC 卷及解析》、《高中模拟试卷》。

《通用各科奥林匹克模拟试卷》初中数学系列属于赛前综合训练。按年级分为三册，分别供初一、初二和初三年级同学参加相应的全国性或地区性竞赛时使用。每册选编了 30 套训练题，分为选择题、填空题和解答题（这是各级各类数学竞赛试卷的通用题型），其中初一、初二年级的比例均为 8∶8∶3（其中选择题、填空题每题 5 分，解答题每题 20 分，满分 140 分）。初三年级的比例与全国初中数学联合竞赛相同，即 6∶4∶3（其中选择题、填空题每题 7 分，解答题分别为 20 分、25 分、25 分，满分 140 分）。每套训练题还配备了答案和简解，供师生们使用时参考。感谢广大读者使用本书并提出批评建议。

编　者

2000 年 12 月

出 版 说 明

2000 年是中国基础教育的“减负”年。对于教育类出版社来讲，有关教育类图书不仅仅面临的是发行册数锐减，还面临着不可逆转的图书退货浪潮。正是在这种形势下，我社仍然出版了这批中小学各科竞赛试卷汇编图书。为什么呢？想来，是基于以下几个方面的考虑：

一、中国的中小学教育水平，尤其是改革开放后的教育水平，无可争议的在世界是领先的。每一位关心教育的人士都知道，我国高中学生参加的国际学科奥林匹克竞赛，每一学科每个年度都取得了骄人的成绩。这些成绩的取得，是无数老师及教育工作者常年不断辛勤耕耘的结果。作为教育类出版社，作为出版学科奥林匹克图书时间最早、图书规模最全、影响最大的出版社，我们绝不能计较经济效益的得失，责无旁贷地要把老师们这些年的成果反映出来。

二、中小学各学科竞赛的宗旨，是让那些学有余力，学有兴趣或一时对该学科还没有学习主动性的学生在原有学科课堂教学的基础上进一步延伸拓展，以“培养兴趣，开发智力，提高能力”。这是当前我国实行素质教育的有机组成部分。由于受教育者的千差万别，让千千万万的中小学生齐步走是不实际的。有的学生数、理、化有优势，就应该让他们的数、理、化在原有的基础上再系统地多学一些；有的学生在文学、外语方面很有天赋，就应该让他们在这些领域比其他学生多学一些。现在流行一种倾向，谈到素质教育就是琴棋书画，谈到“减负”就是砍数、理、化，这是应该注意的。作为教育类出版社的编辑，要明确自己的责任，坚持正确的出版方向，努力为我国的素质教育多做贡献。

三、出版这批图书是为了满足学生的实际需要。经常有一些学

生来信询问有关竞赛的资料及竞赛报名等问题，受个人、学校等方面条件的限制，他们不了解或不能参加各种竞赛是遗憾的。我想，这批图书对他们是会有帮助的。

最后，还要再次说明的是，我社这批图书的出版，是为了尽可能全面地展示近年我国中小学学科竞赛的全貌，是想进一步推动我国学科竞赛的健康发展。这些试题的产生，是众多老师多年集体智慧的结晶。在这里，我社并代表全体编选者向每一位从事该项工作的专家和老师们致以崇高的敬意，并希望能够进一步加强联系，共同促进这项工作的开展。

董凤举

2001.2.28

目　　录

试题/解答

模拟试卷 1

一、选择题

1. 若某凸四边形内有一点 P，使过点 P 的任一条直线均将这个四边形面积二等分，则这个四边形一定是(　　).

(A) 正方形　　(B) 长方形

(C) 菱形　　(D) 平行四边形

2. 12345^2-2345^2 等于一个个位不为零的整数与 10^n 的积，其中 n 等于(　　).

(A) 6　　(B) 5　　(C) 4　　(D) 3

3. 已知 $x^2+mx-12=(x+a)(x+b)$，式中 a、b 为整数，能使这个因式分解过程成立的 m 值共有(　　).

(A) 2 个　　(B) 4 个　　(C) 6 个　　(D) 8 个

4. 方程 $px+q=333$ 的解是 1，且 p，q 为质数，$p<q$，那么 p 的值为(　　).

(A) 2　　(B) 3　　(C) 7　　(D) 13

5. 设分数 $\frac{n-13}{5n+6}$(不为 0)不是最简分数，那么正整数 n 的最小值可以是(　　).

(A) 45　　(B) 68　　(C) 84　　(D) 15

6. n 是自然数，定义 $n!=1\times2\times3\times\cdots\times n$，若 $x=\frac{1}{2!}+\frac{2}{3!}+\cdots+\frac{n-1}{n!}$，那么(　　).

(A) $x<1$　　(B) $x=1$

(C) $x>1$　　(D) 当 n 充分大时，可有 $x>1$

7. 方程 $2\sqrt{x-3}+6=x$ 的根的个数是(　　).

(A) 3 个　　　　　　　　(B) 2 个

(C) 1 个　　　　　　　　(D) 无实数根

8. 设 $w=7321\times7322\times7323\times7324+1$，则 w 是(　　).

(A) 平方数　　　　　　　(B) 质数

(C) 立方数　　　　　　　(D) 偶数

二、填空题

1. 关于 x 的不等式 $(2a-b)x+a-5b>0$ 的解集为 $x<\frac{10}{7}$，则关于 x 的不等式 $ax>b$ 的解集为________.

2. 若 a、b 是二次方程 $a^2-x+g=0$ 的两个根，则

$$a^3+b^3+3(a^3b+ab^3)+6(a^3b^2+a^2b^3)$$

的值为________.

3. 根式 $\sqrt[3]{10+6\sqrt{3}}+\sqrt[3]{10-6\sqrt{3}}$ 的值为________.

4. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A=60°$，E、F、G 分别为 AB、AC、BC 的中点，自 E，F 分别向 $\triangle ABC$ 形外作 $EP\perp AB$，$EP=\frac{1}{2}AB$，作 $FQ\perp AC$，$FQ=\frac{1}{2}AC$，若 GP 的长为 1，则 PQ 的长是________.

5. 已知 $\triangle ABC$ 中，高 AD 与高 BE 交于 H，且 $BH=AC$，则 $\angle ABC$ 的度数等于________.

6. 在矩形 $ABCD$ 的邻边 BC、DC 上有 P、Q 两点，使 $\triangle ABP$，$\triangle PCQ$，$\triangle ADG$ 的面积分别为 2cm^2，3cm^2，4cm^2，则矩形的面积为________.

7. 若自然数 k 满足：(1)$4981k$；(2)它恰有 16 个正约数(包括 1 和 k)，则 k 的最小值为________.

8. 关于 x 的方程 $6x^2=(2m-1)x+(m+1)$ 有一根 a，满足 $|a|\leqslant1993$，且使 $\frac{3}{5}a$ 为整数，则 m 可取值的个数为________.

三、解答题

1. $\triangle ABC$ 是等腰三角形，其中 $\angle B=\angle C=40°$，将 AB 延长

到 D，使 $AD=BC$，求证：$\angle BCD=10°$.

2. 对任给的 97 个互异的正整数 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{97}$，试证其中一定存在四个正整数，仅用减号、乘号和括号将它们适当组成为一个算式，其结果是 1984 的倍数.

3. 长度为 1 的线段被若干放置其上的有限个线段所覆盖. 求证：在它们中间可以选出某些两两不相交的线段，使它们的长度和①不小于$\frac{1}{3}$；②不小于 0.5(能解出②时，可以不再解①).

模拟试卷 2

一、选择题

1．若$(x+y):(x-y)=5:2$，则$x:y$等于（　　）．

(A) $\frac{2}{5}$　　(B) $\frac{7}{3}$　　(C) $\frac{3}{7}$　　(D) $\frac{2}{7}$

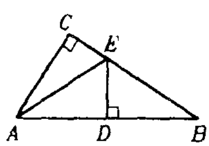
2．若$x<0$，化简$\frac{|x|}{x}+\frac{x}{|x|}$后的值是（　　）．

(A) 0　　(B) -2　　(C) 2　　(D) 不确定

3．若实数$\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$的整数部分为$a$，小数部分为$1-b$，则$\frac{a+b}{a-b}$等于（　　）．

(A) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$　　(B) $\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

(C) $-6+5\sqrt{2}$　　(D) $6-5\sqrt{2}$



4．如图，Rt$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，D为斜边AB中点，$DE\perp AB$交BC于E．若$\angle EAC:\angle DAE=2:5$，则$\angle BAC$的度数是（　　）．

(A) 45°　　(B) 50°

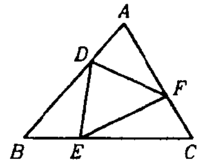
(C) 52.5°　　(D) 70°

5．若$a=2-\sqrt{5}$，$b=\sqrt{5}-2$，$c=5-2\sqrt{5}$，则（　　）．

(A) $a<b<c$　　(B) $a<c<b$

(C) $b<a<c$　　(D) $c<a<b$

6．若$\triangle ABC$中，D、E、F分别在AB、BC、AC上，且$AD=\frac{1}{3}AB$，$BE=\frac{1}{3}BC$，$CF=\frac{1}{3}AC$，若$S_{\triangle DEF}=1$，则$S_{\triangle ABC}$（　　）．



(A) 2　　　　(B) 3

(C) 6　　　　(D) 4

7. 一个凸多边形恰好有三个内角是钝角，这样的多边形的边数的最大值是(　　).

(A) 5　　(B) 6　　(C) 7　　(D) 8

8. 设 a、b、c 均为非零有理数，并且 $ab=2(a+b)$，$bc=3(b+c)$，$ca=4(c+a)$. 则 $a+b+c$ 的值为(　　).

(A) 9　　(B) 26　　(C) $\dfrac{1128}{35}$　　(D) $\dfrac{1346}{25}$

二、填空题

1. $\dfrac{1996^3+1997\times1995-1997\times1996^2}{1996^3-1995\times1997-1995\times1997^2}=$__________.

2. 若 $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=\dfrac{5}{a+b}$，则 $\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}=$________.

3. $\begin{cases}x+y+5+\sqrt{(x+2)(y+3)}=39\\(x+2)^2+(y+3)^2+(x+2)(y+3)=741\end{cases}$

的解________.

4. $ABCD$ 是面积为 1 的正方形，$\triangle PBC$ 是正三角形，点 P 在正方形内，则$\triangle BPD$ 的面积是________.

5. 若实数 x、y、z 满足条件

$$\sqrt{x}+\sqrt{y-1}+\sqrt{z-2}=\frac{1}{4}(x+y+z+9)$$

则 xyz 的值为________.

6. 设 P 是边长为 1 的正$\triangle ABC$ 内任一点，$l=PA+PB+PC$，则 l 的范围为__________.

7. 方程 $x^2+2(1+a)x+3a^2+4ab+4b^2+2=0$ 有根，则 a、b 取值为__________.

8. 若 x、y 满足 $2^x\cdot9^y=\overline{2x9y}$，$\overline{2x9y}$表示一个四位数，则 x、y 的值____________.

三、解答题

1. P 为正方形 $ABCD$ 内的一点，并且 $PA=a$，$PB=2a$，$PC=3a$，求正方形的边长.

2. 某商人如果将进货价为 8 元的商品按每件 10 元出售时，每天可售 100 件，现他采用提高售出价，减少进货量的办法增加利润. 已知这种商品每件提高 1 元，其销售量就是减少 10 件，问他将售出价定为_______元时，才能使每天所赚利润最大.

3. 现有 $2n$（自然数 $n>1$）个人聚集在一起，已知他们中每一个人至少与其他几个人认识，求证一定可以从中选取 4 人围绕一张圆桌而坐，使得每个人与两旁的两个人都是认识的.

模拟试卷 3

一、选择题

1. 设等式 $\sqrt{a(x-a)}+\sqrt{a(y-a)}=\sqrt{x-a}-\sqrt{a-y}$ 在实数范围内成立，其中 a,x,y 是两两不同的实数，则 $\dfrac{3x^2+xy-y^2}{x^2-xy+y^2}$ 的值是(　　).

(A) 3　　(B) $\dfrac{1}{3}$　　(C) 2　　(D) $\dfrac{5}{3}$

2. 方程 $x^2-|x|-1=0$ 的解是(　　).

(A) $\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$　　(B) $\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$

(C) $\dfrac{1\pm\sqrt{5}}{2}$ 或 $\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$　　(D) $\pm\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

3. 若 $1\times2\times3\times4\times\cdots\times99\times100=12^nM$，其中 M 为自然数，n 为使得等式成立的最大的自然数. 则 M(　　).

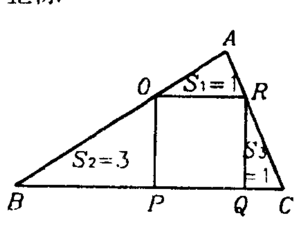
(A) 能被 2 整除，但不能被 3 整除

(B) 能被 3 整除，但不能被 2 整除

(C) 能被 4 整除，但不能被 3 整除

(D) 不能被 3 整除，也不能被 2 整除

4. 如图，正方形 $OPGR$ 内接于 $\triangle ABC$，已知 $\triangle AOR$、$\triangle BOP$ 和 $\triangle CRQ$ 的面积分别是 $S_1=1$，$S_2=3$，$S_3=1$，那么正方形 $OPQR$ 的边长是(　　).



(A) $\sqrt{2}$　　(B) $\sqrt{3}$　　(C) 2　　(D) 3

5. 已知 $x<y<0$，设 $M=|x|$，$N=|y|$，$P=\dfrac{|x+y|}{2}$，$Q=$

$\sqrt{xy}$，则(　　).

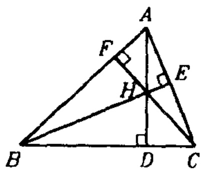
(A) $M<Q<P<N$　　(B) $M<P<Q<N$

(C) $Q<N<P<M$　　(D) $N<Q<P<M$

6. 若 $a-b=x\neq 0$，且 $a^3-b^3=19x^3$，则(　　).

(A) $a=2x$ 或 $a=3x$　　(B) $a=2x$ 或 $a=-3x$

(C) $a=-2x$ 或 $a=-3x$　　(D) $a=-2x$ 或 $a=3x$



7. 如图，锐角△ABC 的三边各不相等，三条高 AD、BE、CF 交于 H 点，则图中形状不同(互不相似)的三角形共有(　　)种.

(A) 6　　(B) 7

(C) 9　　(D) 10

8. 若 x 是自然数，设 $y=x^4+2x^3+2x^2+2x+1$，则(　　).

(A) y 一定是完全平方数

(B) 存在有限个 x，使 y 是完全平方数

(C) y 一定不是完全平方数

(D) 存在无限多个 x，使 y 是完全平方数

二、填空题

1. 一个角的补角减去这个角的余角，所得的角等于______度.

2. 有理化分母：$\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{7}}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}=$______.

3. 方程 $\sqrt{x+1}+x=0$ 的解 $x=$______.

4. 分解因式：$x^3+2x^2y+2xy^2+y^3=$______.

5. 如果 $2x^2-3x-1$ 与 $a(x-1)^2+b(x-1)+c$ 是同一个多项式的不同形式，那么 $\dfrac{a+b}{c}=$______.

6. 方程 $x^2-y^2=1991$ 有______个整数解.

7. 若 E 是正方形 $ABCD$ 的边 CD 上一点，且 $DE=2$，B 到线段 AE 的距离是 3. 则正方形 $ABCD$ 的边长是______.

8. 直角三角形三边的长都是正整数，其中有一条直角边的长是 21，则此直角三角形的周长最小值是________.

三、解答题

1. 从自然数 1、2、3、…，354 中任取 178 个数，试证：其中必有两个数，它们的差是 177.

2. 平面上有两个边长相等的正方形 $ABCD$ 和 $A'B'C'D'$，且正方形 $A'B'C'D'$ 的顶点 A' 在正方形 $ABCD$ 的中心. 当正方形 $A'B'C'D'$ 绕 A' 转动时，两个正方形的重合部分的面积必然是一个定值，这个结论对吗？证明你的判断.

3. 用 1，9，9，0 四个数码组成的所有可能的四位数中，每一个这样的四位数与自然数 n 之和被 7 除余数都不为 1，将所有满足上述条件的自然数 n 由小到大排成一列 $n_1<n_2<n_3<n_4\cdots$，试求：$n_1\cdot n_2$ 之值.