

应用力学

(六)



科学技术文献出版社重庆分社

新 书 预 告

《数学物理题解》

渝科文献版

数学类 [苏] A. H. 吉洪诺夫等编著

川大
分所译

32开

700千字

平装

定价: 2.50元

原书系作者根据莫斯科大学讲授数学多年经验编修订的, 译本系1980年第三版。共收855题, 绝大部分给出详解, 涉及双曲型、抛物型和椭圆型方程边值问题提法和各种解法及其对流体力学、量子力学等方面的广泛应用。它遵循实际——方程——求解, 具有鲜明的特色。本书选材新颖、内容精炼、习题典型、编排考究, 有启发性, 妙。

本书可供工程师、科研人员、高等院校理工科师生及自修读者参考。预计1982年9月出版, 需要者可向重庆市2104信箱发行组联系零购。

科学技术文献出版社重庆分社

应 用 力 学(六)

中国科学技术情报研究所重庆分所 编辑
科学技术文献出版社重庆分社 出版
重庆市市中区胜利路91号
四川省新华书店重庆发行所 发行
科学技术文献出版社重庆分社印刷厂 印刷

开本: 787×1092毫米1/16 印张: 4.25字数: 11万
1982年9月第一版 1982年9月第一次印刷
科技新书目: 33—293 印数: 4,800

书号: 13176·111

定价: 0.50元

目 录

周期型结构的振动	(1)
复合层板的局部冲击问题	(12)
动态断裂力学的研究动向	(17)
弹塑性结构的临界性态	(23)
弹性和塑性变形的正确定义及其计算意义	(40)
用小型计算机作有限元分析的发展近况	(48)
最新应力涂料及其应用	(51)
西欧实验应力分析的最近发展与今后趋向	(59)
会议消息	(68)

欢迎订阅

——应用力学——

本刊主要报导国外应用力学方面的发展动向,研究成果及实际应用。内容包括:弹塑性、振动、材料强度、断裂力学、结构力学、计算力学、实验力学、生物力学以及相关学科等。

本刊从1983年起改为定期(双月刊),由邮局统一收订。

周期型结构的振动

G. Sen Gupta

〔摘要〕许多实际工程结构可认为是周期性的,也就是它们是由许多个基本的周期单元所组成。飞机机身、船体、高层建筑、周期地支承的管道、复合材料以及核反应堆中热交换器的管子簇等等都是这种类型结构的例子。周期结构理论的应用,简化了这种结构动力响应的分析,并降低了计算机的计算费用。本文对周期型结构理论新近的一些应用作了综述。

周期型结构理论,对于固态物理学家和电气工程师来说是十分熟悉的^[1,2],而它用来预估由于大幅度的压力波动而引起的工程结构振动响应还是相当近的事。1975年以前的的工作已有评论[3]。本文叙述从那时以来所进行的理论和实验方面的工作,并概括地指出将来发展的方向。

基本理论背景

以前的周期型结构的工作集中在诸如蒙皮-桁材组成的板格、横肋-蒙皮结构、双重周期型结构以及正交加劲板等这些周期地支承的梁和板上。在加劲圆柱壳方面也已做了数量有限的工作。所有这些周期型结构都表现出某些共同的特性:它们起着带通滤波器一样的作用,在某些频带里响应并幅射噪声是非常有效的,而在另一些频带里并不怎么有效。可以用导出确定结构特征传播常数(μ)的矩阵方程的办法来研究这些频带。当一个弯曲波从一个跨向下一跨行进时,由周期间距(l)隔开的两点上(图1a)两个幅值之间的关系为:

$$w_2 = w_1 e^{-\mu l}$$

式中(μ)为传播常数。一般说来,这个常数

是复数。当结构波沿一个结构传播时,其实部(δ)与结构波的衰减程度有关。其虚部(γ)是与这个波从一个周期单元传到下一个周期单元时波相位的变化有关。实部为零的一些频带称为自由传播段,而另一些频带则称为衰减段。图1a表示一个有周期性支座无限长梁的典型传播常数-频率图。

〔4〕通过对一个有限周期结构自由振动模态的分析说明了固有频率和传播常数之间的关系。有限周期结构端点的条件只允许传播常数有某些离散值,这些值依次确定固有频率的分布。在固有频率时,结构的总长度正好是基本准波长的二分之一或四分之一,或者它的整数倍。根据这个工作,提出了一种简单而有用的图解法,以寻求具有任意跨度数目的周期型蒙皮-桁材结构的固有频率;图1b表示了一个例子。文献[5]刊出了此分析方法的一个有趣的推广。

一般来说,在一个给定的频率下不止一个传播常数存在。对于垂直于波的传播方向上给定的驻波数目而言,传播常数的数目等于在每一个周期支座的位置上结构自由度的数目。传播段的位置和宽度是由蒙皮板格和加强筋的尺度以及材料性质等这样一些结构参数来确定的。

在双重周期结构中,振动响应问题牵涉到基本周期结构的反复。这种结构用在飞机的控制面和尾翼上。如[6]所表明的,这些结构的自由传播段在某种程度上按图2所示的双重周期方式分布。宽频带的主要传播段蜕化为许多狭频带的中等传播段;在主要传播段内中等传播段的数目等于基本周期单元中跨度的数目。

参考文献[7]给出了周期结构的一种渐近分析方法。[8,9]分析了在二维周期板中自由波的传播, [10]提出了肋加强板中波传播和强迫振动问题的解。对于具有有限区域(以周期地配置肋骨形式)的结构不连续的圆柱壳, [11]讨论了波在其中的传播问题。

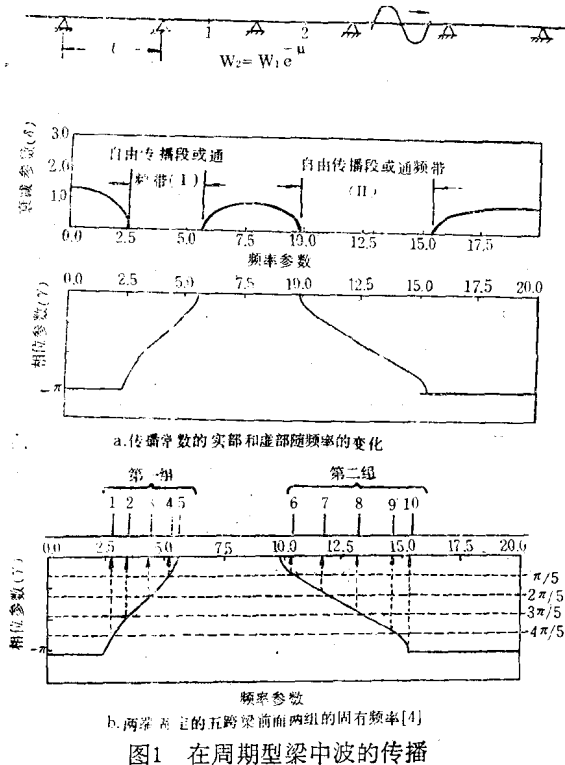


图1 在周期型梁中波的传播

应用

下面讨论一些例子。它们是关于周期结构理论在各种结构振动和噪声问题中最近的一些应用。

飞机机身结构振动和内部噪声

用使内部结构协调的方法来降低舱室的噪声和振动。内在结构协调的概念早先是由[3]引入的, 现已得到发展并为实验所验证。发展包括在骨架上简支的周期蒙皮-桁材结构对高度相关而且密切耦合的发动机近场噪声环境响应的研究。对于典型的蒙皮-桁材结构, 峰值响应的频率和沿纵桁固定, 而沿横肋简支的单个蒙皮跨度的固有频率(f_p)非常接近, 原因是由桁材所产生的不连续性造

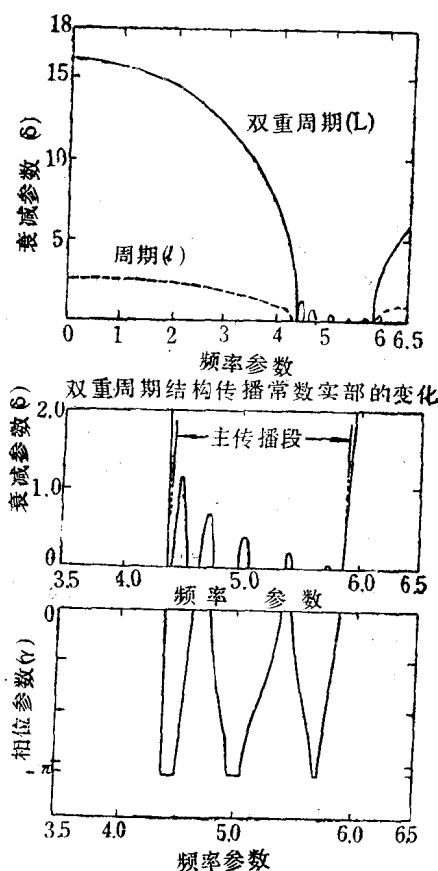
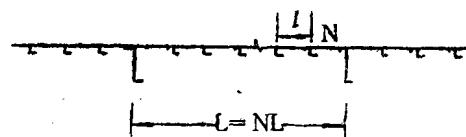


图2 双重周期结构主要传播段和中间传播段详图

成的。而由于桁材引起的蒙皮弯曲能量的反射和传输则与弯曲过程中桁材的刚度有关。

桁材动力弯曲刚度是频率的一个函数。由于静力刚度项为惯性项所抵消, 因而当振动频率为桁材的固有频率 f_s 时, 它的动力弯曲刚度为零。因此, 假如选择桁材和板的尺度使频率满足 $f_s = f_p$ 的条件, 则在振动频率为 f_p 时, 板的响应就会明显地降低。如果把桁材和板设计得满足通常的静力强度要求, 并依照前面的方程相互协调, 那么在静力的和动力的两种荷重条件下结构应该都有效。这就是内部结构协调概念的基础[3, 12]。

这个概念用分析方法初步验证过。用改

变桁材布置的间距和改变桁材横截面来研究结构协调对加劲板动力响应的影响。当结构协调时响应在频率 f_p 附近降低,而其他两个模态响应则很强(图3)。频率降低的模态(模态1)是一些相邻的蒙皮跨度和桁材以同相振动的模态;而频率较高的模态(模态2)则是有所不同,虽然相邻的一些蒙皮跨度以同相振动,但蒙皮和桁材却是以异相振动的。

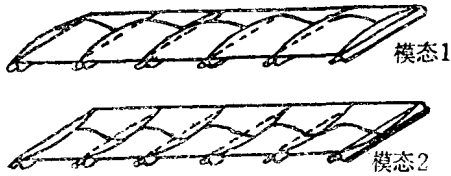


图3 内部协调板格的两个主模态

当桁材具有阻尼时(图4)这两种模态的响应明显地减小。当结构是完善协调时,即上述两个模态响应相等时,结构均方根响应可能会进一步减小。有一个最佳的桁材阻尼值,且当桁材的阻尼增加,并超过这个最佳阻尼值时响应增加。假如桁材阻尼的衰减系数无限地大,桁材就没有响应,并且存在一个强大的由桁材产生的蒙皮弯曲波的反射。这时模态1和2汇合,同时在典型桁材弯曲模态频率即 f_p 处产生一个强的响应。

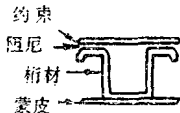


图4 在桁材上粘弹性约束层阻尼的应用

参考文献[12]给出了实验程序的详情。实验室和野外试验的主要结果表示在图5中,它显示了最主要的低频模态所辐射出噪声的变化是桁材间距的函数。若不考虑阻尼,当桁材间距从22.8厘米(9吋)减小至19厘米(7.5吋)时,辐射的噪声强度大约降低3分贝。桁材间距进一步减小,所辐射噪声的强度基本上保持同一个水平。因此,对于一个无阻尼结构,协调状况决定了减小反射的程度;用机身结构的修改来降低舱室噪声,必定使其结构刚度增加。通过给桁材加阻尼,舱室噪声有可能进一步降低。在施加阻尼的条件下以分贝量度的辐射噪声的强度几乎随桁材

间距的减小而线性地降低。

这些结果表明,在无阻尼条件下用改变结构参数来降低噪声的可能性有一个极限。当把结构设计成使蒙皮板和桁材之间相互协调时则可以达到这个极限。然而,如果结构尺度选择得使非耦合的蒙皮板频率高于非耦合的桁材频率,而在桁材构架上施加了阻尼,那末噪声进一步降低是可能的。这时蒙皮相当于被支持在较柔桁材上的较刚的构件,而桁材的阻尼有效地减少了响应。根据比较表明,蒙皮阻力对减小桁材间距为13厘米(5吋)的板格的最大响应,效果很差。这个板格的低频响应主要地受桁材的共振所控制。

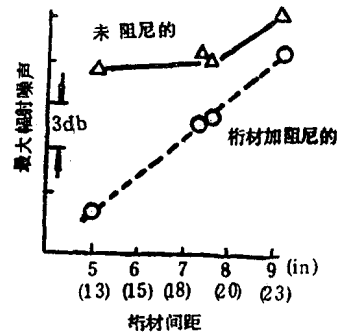


图5 最大低频噪声辐射的减少[12]

这些板格的加速度和应力响应也遵循类似于如图5所示的趋向。

参考文献[13]发表了关于波在用谐振构件增强的杆件中传播问题的有趣的讨论。这项研究也显示了在某些频带下增强构件的振幅可以超过杆构件本身的振幅;因此对增强构件施加振动阻尼可能是有益的。

在巡航条件下降低舱室低频噪声。以上讨论的方法必须是对一种不加压的飞机来实施的,但这些方法可用来降低飞机起飞时舱室的低频噪声以及声致应力。

在巡航速度下,由舱室压力所引起的面内荷重对于确定机身对噪声和边界层扰动的结构响应起着重大的作用。

[14]考虑了压力荷重对周期结构响应的的影响。它用了两种结构模型:一种是周期的蒙皮-桁材板格,另一种是周期的横肋加强

的圆柱壳。研究结果指出,在所谓的刚度控制区内(大约低于600Hz),由纵桁和横肋加强的受压机身里噪声的传播可由加强筋的共振来控制。于是,便就有可能弄清控制低频结构响应的关键性构件。蒙皮-桁材形式的机体结构响应分析表明,在200—500Hz频带内舱室噪声是由结构振动模态控制的,此时在压力荷重影响下,蒙皮相当于支持在相当柔软的桁材上的刚性构件。这些模型对宽频带、随机压力脉动的响应对于在蒙皮里的阻尼损耗系数、蒙皮厚度和桁材间距等的变化并不很敏感。然而,在200—500Hz频带范围内对桁材施加阻尼,是一种有效的降低舱室

质量。因此肋骨的阻尼处理,对于降低250Hz以下机身结构响应是有效的。

预估的结果和实尺飞机上测量数据间的比较。在宽带随机空气声的激励下机身结构响应的预估结果与在实尺飞机上测量得的数据之间进行了比较。〔15〕中研究了可以应用于两个不同频率域的两种周期结构模型。图6综合了不加压飞机在地面上试验期间测得的数据。峰值响应的频率可用蒙皮-桁材模型来精确地预估。从测得的数据看出,第二类峰值响应(频率大约低于100Hz)的预估与横肋框架的共振有关。测量和计算结果之间的不一致主要地由于机身结构阻尼损耗系数以及激振场的对流和相关性质不确定性所引起的,尤其是在低频阶段更严重。另外一个原因是机体表面上的非均匀性激励以及实际的飞机结构和理想的理论模型之间的不一致。但不管怎样,这种比较说明了用周期结构理论来预估高度复杂的飞机结构对同等复杂程度之空气声环境的响应是有效的。

用结构滤波控制螺旋桨推进飞机中舱室的噪声。要降低螺旋桨推进飞机中低频舱室噪声需要对飞机机身改进设计,以使结构本身成为一个有效的噪声屏障。或许有可能把机身设计成带通滤波器,过滤出离散的激振频率。结构滤波概念是从任何周期系统都表现出某些类似滤波器性质的事实而引出的。〔4, 16〕已经证明了在周期的蒙皮-纵桁结构和蒙皮-横肋结构存在着抑制频带和通频带。然而,用周期型的机身结构作为离散频率激励的滤波器的可能性,以前没有研究过。现在通过机身的设计以及推进器叶片的数目和每分钟转速的选择,使离散的激振频率落在周期性加强机身的通频带外面来达到滤波的目的(图7)。假如激振频率落在通频带里面,那末激振和结构波之间会发生最大的相位不匹配。

结构滤波的概念仍处于发展的初级阶段,在实际应用于飞机设计之前尚需进一步地作解析和实验的检验。

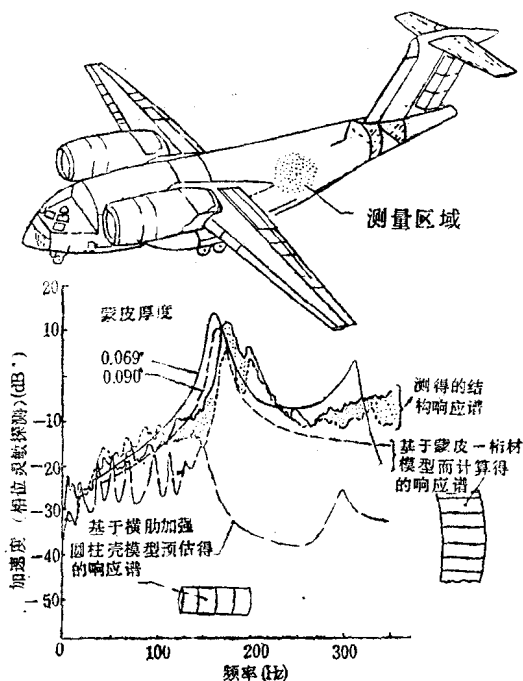


图6 飞机机身结构响应的预估结果和测量数据之间的比较〔15〕
(* 0dB = 1g²/Hz)

噪声的方法。

低于250Hz的舱室噪声和结构响应问题已用一个加压的、横肋加强圆柱壳的振动模态作了分析。频率在250Hz以下,结构对宽带、充分相关的随机压力脉动的响应可由肋骨的共振来控制,其外壳则相当于一个附加

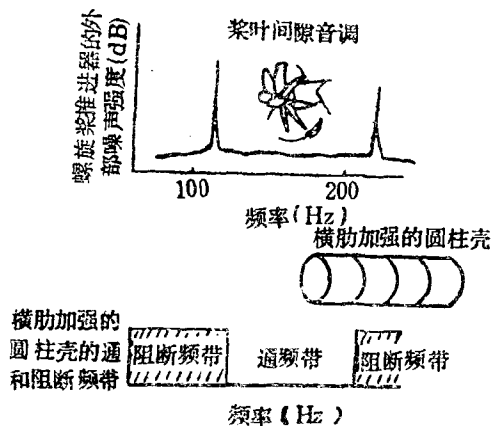


图7 结构滤波概念：适当地选择结构参数，把离散的激振的音调滤出来[17]

其他应用

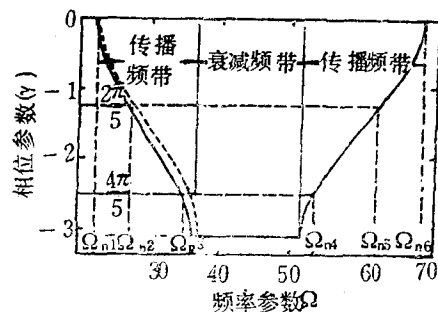
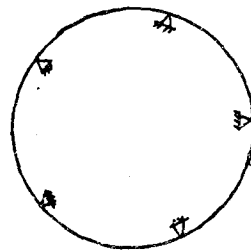
支持在周期性支座上圆环的振动。支持

在周期性支座上的圆环自由振动的问题，已用各种方法研究过[18—20]。Mallik和Mead已将周期结构理论成功地应用于这个问题[21]。他考虑了两种类型的支座：阻止径向和周向位移的支座和仅仅阻止径向位移的支座。图8表示支持在五个第一类支座上的圆环的相位参数（即传播常数的虚部）的变化。因为在支座处只允许有一个自由度，所以在一个给定的频率下只可能存在一个传播常数。从图8可看出，用与前面所述方法[4]相类似的图解法可求得这种结构的固有频率。在第二类支座上的圆环，在给定的频率下有两个传播常数。

该项研究发现有一个有趣的性质，在一个给定的固有频率下具有两个不同的模式，一个模式关于通过一个支座的直径是对称的，而另一个则是反对称的。虽然在给定的传播频带段下，固有频率的数目可能少于跨度的数目，但在那种频段内固有模式的数目是等于跨度数目的。周期结构理论使这一解法得到简化。Chen[22]用周期结构理论研究了多跨曲梁的扭-弯耦合波，并用图解法[4]预估不同边界条件下结构的固有频率。

周期支承的流体传输管道中波的传播。

周期结构理论的另一个有趣的应用是周期支承的载有流体的管道中波的传播以及管道的



单一耦合的元素：—— = 精确解 --- = 近似解

图8 在五个支座上圆环的传播常数-频率曲线

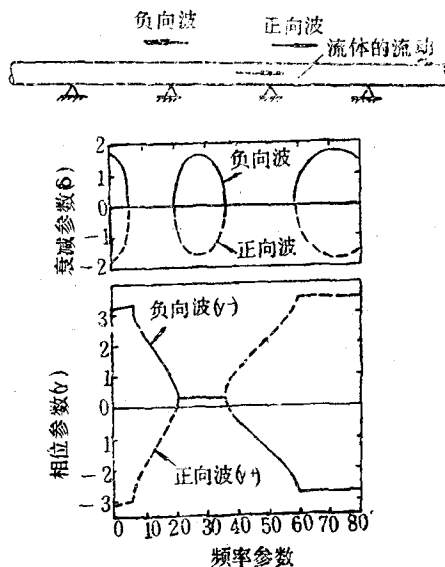


图9 周期地支承的载有流体的管道中波传播常数随频率而变化

振动响应问题[23]。由于流体在弯曲通道上流动而引起的向心力,使弯曲波传播的速度取决于传播的方向。图9说明了波沿相反方向行进时波的传播常数随着频率而变化的情况。这种波速的差别意味着不存在传统的固有模态。然而,这种结构的固有频率是可以预估的,在这种频率下结构被对流的压力场强烈地激励。这些频率是与传播常数之间的差值有关;在这些频率下有如下的关系式:

$$\gamma_+^* - \gamma_-^* = \gamma^* = \frac{2j\pi}{N}, j = 0, 1, 2, \dots, N.$$

式中 γ_+^* 和 γ_-^* 为向两个相反方向行进的波的传播常数的虚部, N 为跨度数目,而 j 是一个整数。这样[4]的图解法可用来确定这些频率(见图10)。

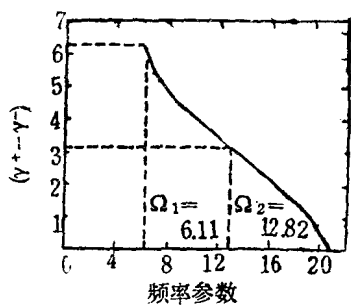


图10 在周期支座上流体传播管道的第一传播频带中相位参数差的变化[23]

在核反应堆的热交换器管子簇中的应用。在热交换器管子簇中流动引起的振动是重要的,尤其在核反应堆系统中所用的高效能热交换器的振动更为重要。周期结构理论已应用于这些问题[24, 25]。[24]研究了液体对一排圆形管的动态特性的影响。从势流理论已获得与圆管运动有关的水动力。现已提出了一种基于周期结构理论解一排圆管的自由振动和强迫振动问题的方法。预估了传播和衰减段,从图解法[4]求得固有频率。

Chen[25]把他自己的工作推广到解一组以不同方式布置的热交换器管道的问题。再一次地估算出传播和衰减段。在每一个自由传播段内对具有 K 根管子一组的热交换器

管簇有 $2K$ 个固有频率;这些频率的分布接近于相应的单根管子的频率。系数2是由于每一根管子可以在两个正交的方向上振动而产生的。

设计成周期型结构的柔性面的振动。

[26]研究了为合理地减少表面摩擦阻力而设计的试探性柔性表面的动力响应。所研究的结构模型是一种在PVS塑料上用聚氨基甲酸酯粘贴的加肋薄膜。这种模型可以简化为一根具有一组均匀布置的支座,搁在粘弹性基础上的梁。所研究的另一种结构模型是一张薄膜,它粘贴在一系列均匀布置的经过预拉伸过的细线上,整个薄膜支持在一个空气腔上面。用空间谐波法来研究[27]。得出的结论是,适当地选择薄膜厚度和周期长度,这样可把周期的柔性面设计得有一个共振频率和一个均方响应,使这个面与扰动的边界层之间有一个合适的相互作用,从而减低表面的摩擦阻力。

周期性阻尼夹层板的损耗系数和共振频率的预估。周期结构理论成功地应用于有关周期增强的阻尼夹层板的损耗系数和共振频率的估算问题[28]。上述工作中所研究的边界或者是简支的或者是固定的,因而不适用于增强夹层板的问题。[28]指出周期结构理论可用来研究规则加强对阻尼夹层板的影响。计算结果显示了加强筋和它们的固接铆钉、加强筋的间距以及夹心的剪切加强对损耗系数和共振频率有怎样的影响。

在模拟为周期型结构的建筑中波的传播。[29]研究了空间周期型建筑结构的单个垂直传递通路中波的传播和振动特性,导出了具有任意端点条件的有限周期结构在构件连接处强迫谐波响应。单载波梁是用集总荷重或者用有限长或无限长横梁来周期地加载。一般来说,纵向波和一定程度上的弯曲波是重要的。已经提出一种计算传播常数的简单方法;在有限结构上的测量结果与理论预估吻合得很好。这项研究的结果对预估高层建筑的动力响应是有用的。

周期结构理论另一个有趣的应用是处理声音通过两块平行板的传递问题[30]。这两块平行板是用相同周期布置的构架来连接的,这是住宅建筑中墙壁的典型结构。

[31]提出了一种简单的分析方法来估算支承在有限个周期支座上的一根无限长梁的振动程度的衰减。

预估周期结构响应的近似方法。研究周期结构中波传播的近似方法[32, 33]已被推广到无限长梁[34]以及有限的周期型梁上[35]。用假定近似的模态来描述复杂的波函数可以很精确地预估承受对流荷重作用的在周期支座上梁的空间平均响应[34]。这个所假定的模态应该理想地满足四个波的边界条件。若它们仅满足一些几何边界条件,则预估的精度尚可接受。若它们还满足力的波的边界条件,则其精度是非常高的。这个方法还可用来研究承受对流压力场作用的非均匀周期梁以及周期增强板和圆柱壳中的振动响应和波的运动。[35]在计及了弯曲波在有限结构端点反射后把这个方法推广到有限个周期的结构上。这个方法还可用于预估从周期结构来的声辐射[36]。

矩阵方法和周期结构理论的结合。对于诸如周期地加强的梁、板、圆环和壳体这一类简单结构,闭式解可用来确定每一个周期单元中的位移和力。周期结构理论可用来模拟两个相邻跨度之间的耦合。对于许多实际的复杂结构,这种闭合形式的解很不容易利用,而像有限元法那样的矩阵方法倒是可用的。用传统的有限元法来分析长周期结构是困难的,因为它需要很大的计算机存贮量。若不考虑横肋和纵桁,就不能适当地模拟由这些构件提供的对蒙皮的结构波有影响的结构不连续性。在这种情况下,把周期结构理论和各种矩阵分析方法结合起来是很有用的,因为它可减少所需计算机的存贮量。这类方法是由[37—42, 44, 45]建议的。

基于矩阵差分方程法[39]来分析周期结构的一种方法与较早的工作[37, 38]相类

似。它的进步在于承认了存在两种类型的位移变量(即相对于周期单元对称平面的对称位移和反对称位移)以及删去了某些力变量。线性特征方程和原来的二次方程同阶;于是矩阵的阶数是原有矩阵阶数的一半[39]。因此,这些方程就很容易求解。这种方法已应用于飞机发动机管道的振动问题上[39],并已被推广,以致避免了大型矩阵的求逆[41]。

预估周期结构响应的另一个可供选择的方法是基于Z-变换法[40];运用基本迁移矩阵递归关系和Sylvester定理,可获得同样的结果[43]。[40]的公式有这样的好处,它不仅可适应在端点处的激励而且也适应连接各种子结构的边界上的外力。附带一个好处是只需要典型子结构迁移矩阵的本征值而不必计算它们的本征矢量。还据称对于对称子结构还额外地节约了计算工作量。

[40]的方法被推广到[44]用模态分析来预估有限周期结构的响应。这个方法充分地利用系统周期性这一有利条件,从而可确定整个结构的本征值以及系统对时域中任意激励(谐波或非谐波激励)的响应。

周期结构理论已用来模拟连续周期结构的响应[45]。把这种连续结构划分成任意数目的小的相同子单元。每一个子单元都看作为一个周期单元。整个系统的响应由极限情形来获得,这时子单元的长度小到趋近于零。这个方法有精确地模拟一个大型连续结构的能力而不过分地增加计算工作量。若连续结构沿结构长度方向上承受任意变化的荷重函数,那么这个方法对于分析这种连续结构的高频、短波振动是有用的。

周期结构理论在复合材料上的应用。在支承介质中由周期排列的纤维所组成的复合材料的动力特性问题,用周期结构理论研究很方便而且很精确。Nolson和Navi[46]讨论了在复合材料中谐和波的传播;他们把复合材料理想化为一种周期的网格型结构。用这种方法来生成纤维增强复合板和无限复合

介质两者的频谱；当半波长和网格的尺度比趋近于1时，存在于周期性介质中的散射效应就可以显示出来。对纤维增强的粘弹性材料通频带和禁频带（相应于一个周期结构的自由传播频段和衰减频段）的存在，〔47〕已作过讨论。

〔48〕讨论了用正交纤维增强的粘弹性复合材料中波的传播问题。将一种类似于周期结构理论的方法用来求介质中波传播的散射特性。

回转型周期结构的动力学。参考文献〔49,50〕讨论了装有叶片的涡轮园盘、交流发电机的末端绕组以及有脚的冷却塔等这类结构的振动问题。把周期结构理论和有限元法结合起来分析这种回转型周期结构，现已证明，除了每一个子结构的相应点上挠度相同的那些固有频率外，其他每一个固有频率都与具有一对本征值为 $\{u\}$ 和 $\{\bar{u}\}$ 的正交模式有关。复矢量 $\{z\} = \{u\} + i\{\bar{u}\}$ 也是运动方程的一个本征矢量，并代表一个旋转的简正模式。对于强迫振动来说，任意一个振动力都可用一系列的旋转力来表示。每一个作用在相邻子结构上的力的幅值和相位之间都有一个固定的关系。利用这个关系就可以对一个子结构响应进行一系列计算。有一个有趣的例子说明了这个方法可明显地节省计算机上的计算费用。

不规则周期结构的振动。因为大多数结构只不过是近似周期的，所以一篇关于这种结构振动的评论文章如果不对偏离完全周期性的影响进行讨论，那么这种评论不能认为是完全的。〔51〕讨论了在半周期结构中波的传播问题。当长度不等的两跨或更多跨构成一个基本周期单元时，重复这种基本周期单元而组成的结构被定义为半周期结构。半周期性对自由传播频段的宽度（图11）和结构响应的影响，〔51〕已作了研究。现已发现，两个不等长跨度之间的比大约是2:3为最佳，在这种跨度比下，梁的响应最小。

Wang和Lin〔52, 53〕研究了一根不规则

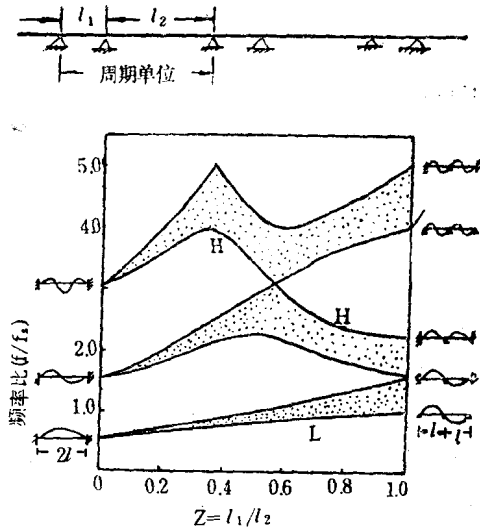


图11 半周期支承梁固有频带随跨度比而变化的曲线

周期梁的自由振动和强迫振动。其周期性的缺乏是用一根搁在许多支座上梁的随机的跨长偏离来模拟。用摄动法来解。对于具有弱阻尼的系统，在固有频率附近不规则周期结构的响应可能明显地大于完全周期系统的响应。因此忽视不规则性可能是不稳妥的。当系统阻尼增加，不稳妥因素变得不太严重，点荷重和对流荷重就是这种情形。再者，在完全周期系统里不会被激发的某些模态在不规则周期系统里会被强烈地激发。

〔54, 55〕研究了在非周期弹性支座上粘弹性板的振动和瞬态响应。弹性支座的恢复力被看作为作用在梁上的未知外力。从相应的原理出发将拉普拉斯变换用到弹性板的本构方程和运动方程，便可求得解。这个方法可用来估计周期性不足对加劲结构振动响应的影响。近来已对多重不规则的周期系统中弯曲波的运动作了研究〔56, 57〕，在这类系统中一个基本周期单元是由几个互相不同的部分组合起来的，因而把不规则因素引入了这个系统。分析结果显示了基本传播频段被划分为许多中间传播频段，其数目与不规则重复的周期单元中构件的数目相同（图12）。这种情形有些与双重周期结构的情况相似。

Mead和Lee在不规则系统方面进一步的工作已取得进展[58]。

结 论

周期结构理论近来正应用于多种多样工程问题,其范围已从降低结构的响应和减少穿过飞机机身的噪声传递一直到高层建筑的振动和核反应堆中热交换管簇的响应等等。理论预估已为在实尺飞机上的实验所验证。发展高效率的分析方法方面的重大进展将以明显节省的计算费用来提高对许多不同的结构动力响应的认识。我们希望这种方法随着更多的工程师们学会使用而得到更广泛的应用。

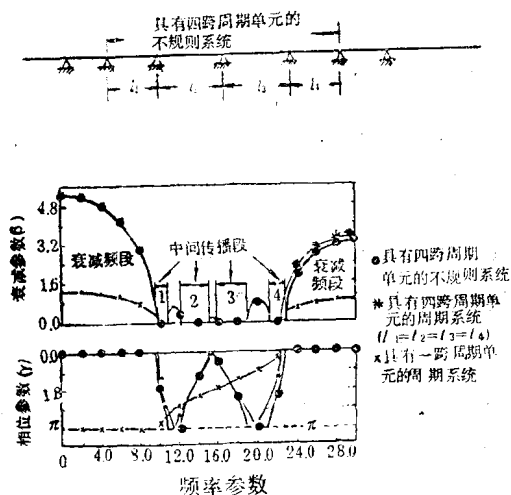


图12 不规则系统和周期系统传播常数的比较[57]

参 考 文 献

1. Brillouin, L., "Wave Propagation in Periodic Structures," Dover Publ. (1953).
2. Elachi, C., "Waves in Active and Passive Periodic Structure, A Review," IEEE Proc., 64 (12) (Dec 1976).
3. SenGupta, G., "Current Developments in Interior Noise and Sonic Fatigue Research," Shock Vib. Dig., 7 (10) (Oct 1975).
4. SenGupta, G., "Natural Frequencies and the Normal Modes of Periodically-Sup-

ported Beams and Plates," J. Sound Vib., 13 (1), pp89-101 (1970).

5. Ting, E. C., "On the Natural Frequencies of Continuous Beam Structures," J. Sound Vib., 57 (3), pp457-459 (1978).

6. SenGupta, G., "Propagation of Flexural Waves in Doubly-Periodic Structures," J. Sound Vib., 20 (1), pp39-49 (1972).

7. Bensoussan, A., Lions, J. L., and Papanicolaou, G., "Asymptotic Analysis of Periodic Structures," North Holland Publ. (1978).

8. SenGupta, G., "Dynamics of Periodically Stiffened Structures Using a Wave Approach," Ph. D. Thesis, University of Southampton (1970). Also available as AFML-TR-71-99.

9. Mead, D. J. and Parthan, S., "Free Wave Propagation in Two-Dimensional Periodic Plates," J. Sound Vib., 64 (3), pp325-348 (1979).

10. Rumerman, M. L., "Vibration and Wave Propagation in Ribbed Plates," J. Acoust. Soc. Amer., 57 (2), pp370-373 (1975).

11. Harari, A., "Wave Propagation in Cylindrical Shells with Finite Regions of Structural Discontinuity," J. Acoust. Soc. Amer., 62 (5), pp1196-1205 (1977).

12. SenGupta, G., "Low Frequency Cabin Noise Reduction Based on the Intrinsic Structural Tuning Concept," NASA CR-145262 (Mar 1978); Also AIAA J., 16 (6), pp545-546 (June 1978).

13. Demidenko, T. F., Kanditor, V. P. and Shmalgauzen, V. I., "Wave Propagation in a Bar Reinforced with Resonance Members," Soviet Physics-Acoustics, 21 (6), pp534-537 (1976).

14. SenGupta, G., "Reduction of Cabin Noise during Cruise Conditions by Stringer and Frame Damping," AIAA J., 17 (3), pp 229-236 (Mar 1979).

15. Nijim, H. H. and SenGupta, G.,

"Comparison of the Predicted and the Measured Structural Response of a Fuselage to Broadband Random Excitation," AIAA Paper 79-586, 5th Aero-Acoustics Conf., Seattle (Mar 1979).

16. de Espindola, J. J., "Numerical Methods in wave Propagation in Periodic Structures," Ph. D. Thesis, University of Southampton (1974).

17. SenGupta, G. and Nijim, H. H., "Control of Cabin Noise in a Prop-Fan Aircraft by Structural Filtering," AIAA Paper 79-583, 5th Aero - Acoustics Conf., Seattle (Mar 1979).

18. McDaniel, T. J., "Dynamics of Circular Periodic Structures," J. Aircraft, 8 (3) pp143-149 (1971).

19. Sahay, K. B. and Sundararajan, V., "Vibration of a Stiffened Ring Considered as a Cyclic Structure," J. Sound Vib., 22 (4), pp467-473 (1972).

20. Murthy, V. R. and Nigam, N. C., "Dynamic Characteristics of Stiffened Rings by Transfer Matrix Approach," J. Sound Vib, 39 (2), pp 237-245 (1975).

21. Mallik, A. K. and Mead, D. J., "Free Vibration of Thin Circular Rings on Periodic Radial Supports," J. Sound Vib., 54 (1), pp13-27 (1977).

22. Chen, S. S., "Coupled Twist-Bendin Waves and Natural Frequencies of Multi-Span Curved Beams," J. Acoust. Soc. Amer., 53 (4), pp1179-1183 (1973).

23. Singh, K. and Mallik, A. K., "Wave Propagation and Vibration Response of a Periodically Supported Pipe Conveying Fluid," J. Sound Vib., 54 (1), pp55-66 (1971).

24. Chen, S. S., "Vibrations of a Row of Circular Cylinders in a Liquid," J. Engr. Indus., Trans. ASME, pp1212-1218 (1977).

25. Chen, S. S., "Dynamics of Heat Exchanger Tube Banks," ASME Paper 76-WA/FE-28, Winter Ann. Mtg., New York (Dec 1976).

26. Nijim, H. H. and Lin Y. K., "Dynamic Response of Some Tentative Compliant Wall Structures to Convected Turbulence Fields," NASA CR 2909 (Nov 1977).

27. Mead, D. J. and pujara, K. K., "Space-Harmonic Analysis of Periodically Supported Beams: Response to Convected Random Loading," J. Sound Vid., 14 (14), pp 525-541 (1971).

28. Mead, D. J., "Loss Factors and Resonant Frequencies of Periodic Damped Sandwich Plates," J. Engr. Indus., Trans. ASME, pp 75-80 (Feb 1979).

29. Ohlich, M., "Wave Propagation in Periodic Systems Representing Models of Building Structures: A Theoretical and Experimental Study," Ph. D. Thesis, University of Southampton (May 1977).

30. Lin, G. F. and Garrelick, J. M., "Sound Transmission through Periodically Framed Parallel Plates," J. Acoust. Soc. Amer., 61 (4), pp1014-1018 (1977).

31. Aravamudan, K. S., "Reduction in Response of an Infinite Beam to a Periodic Support System," J. Sound Vib., 58 (1), pp 143-145 (1978).

32. Mead, D. J. "A General Theory of Harmonic wave Propagation in Linear Periodic Systems with Multiple Coupling," J. Sound Vib., 27, pp235-260 (1973).

33. Abrahamson, A. L., "Flexural Wave Mechanics—An Analytical Approach to the Vibration of Periodic Structures Forced by Convected Pressure Fields," J. Sound Vib., 28 (2), pp 247-258 (1973).

34. Mead, D. J. and Mallik, A. K., "An Approximate Method of Predicting the Response of Periodically Supported Beams Subjected to Random Convected Loading," J. Sound Vib., 47 (4), pp 457-471 (1976).

35. Rao, U. N. and Mallik, A. K., "Response of Finite Periodic Beams to Convected Loadings An Approximate Method," J. Sound Vib., 55 (3), pp395-403 (1977).

36. Mead, D. J. and Mallik, A. K., "An Approximate Theory for the Sound Radiated from a Periodic Line-Supported Plate," *J. Sound Vib.*, 61 (3), pp315-326 (1978).
 37. Mead, D. J., "A General Theory of Harmonic Wave Propagation in Linear Periodic Systems with Multiple Coupling," *J. Sound Vib.*, 27 (2), pp235-260 (1973).
 38. Orris, R. M. and Petyt, M., "Random Response of Periodic Structures by a Finite Element Technique," *J. Sound Vib.*, 43(1), pp1-8 (1975).
 39. Denke, P. H., Eide, G. R., and Picard, J., "Matrix Difference Equation Analysis of Vibrating Periodic Structures," *AIAA J.*, 13, pp 160-166 (1975).
 40. Meirovitch, L. and Engels, R. C., "Response of Periodic Structures by the Z-Transform Method," *AIAA J.*, 15 (2), pp 167-174 (1977).
 41. McDaniel, T. J. and Eversole, K. B., "A Combined Finite Element-Transfer Matrix Structural Analysis Method," *J. Sound Vib.*, 51 (2), pp157-169 (1977).
 42. Dokainish, M. A., "A New Approach for plate Vibrations; Combination of Transfer Matrix and Finite Element Technique," *J. Engr. Indus., Trans. ASME*, pp526-530 (May 1972).
 43. Nijim, H. H., "Response of Periodic Structures to Random Pressure Field Using Finite Element Transfer Matrix Approach," Boeing Document D6-44605 (Jan 1978).
 44. Engels, R. C. and Meirovitch, L., "Response of Periodic Structures by Modal Analysis," *J. Sound Vib.*, 56 (5), pp481-493 (1978).
 45. Engels, R. C. and Meirovitch, L., "Simulation of Continuous Systems by Periodic Structures," *J. Appl. Mech., Trans. ASME*, 45, pp385-392 (June 1978).
 46. Nelson, R. B. and Navi, P., "Harmonic Wave Propagation in Composite Materials," *J. Acoust. Soc. Amer.*, 57 (4), pp 773-781 (1975).
 47. Sutherland, H. J., "Dispersion of Acoustic Waves by Fiber-Reinforced Viscoelastic Materials," *J. Acoust. Soc. Amer.*, 57 (4), pp870-875 (1975).
 48. Demiray, H. and Eringen, A. C., "Wave Propagation in Viscoelastic Composites Reinforced by Orthogonal Fibers," *J. Sound Vib.*, 55 (4), pp 509-519 (1977).
 49. Thomas, D. L., "Standing Waves in Rotationally Periodic Structures," *J. Sound Vib.*, 37 (2), pp 288-290 (1974).
 50. Thomas, D. L., "Dynamics of Rotationally Periodic Structures," *Intl. J. Numer. Methods Engr.*, 14, pp81-102 (1979).
 51. SenGupta, G., "Use of Semi-Periodic Structural Configuration for Improving the Sonic Fatigue Life of Stiffened Structures," 45th Symposium on Shock and Vibration, Dayton, OH (1974).
 52. Yang, J. N. and Lin, Y. K., "Frequency Response Functions of a Disordered Periodic Beam," *J. Sound Vib.*, 38 (3), pp 317-340 (1975).
 53. Lin, Y. K., "Random Vibration of Periodic and Almost Periodic Structures," *Mech. Today*, Pergamon Press, 3, pp93-124 (1976).
 54. Nagaya, K., "Vibrations and Dynamic Response of Viscoelastic Plates on Non-Periodic Elastic Supports," *J. Engr. Indus., Trans. ASME*, pp 404-409 (May 1977).
 55. Nagaya, K. and Hirano, Y., "Dynamic Response of Viscoelastic Continuous Beams on Elastic Supports," *Bull. JSME*, 20(145), pp785-792 (July 1977).
 56. Bansal, A. S., "Free wave Motion in Periodic Systems with Multiple Disorders," *J. Sound Vib.*, 60(3), pp389-400 (1978).
 57. Bansal, A. S., "Flexural Wave Motion in Beam-Type Disordered Periodic Systems: Coincidence phenomenon and Sound Radiation," *J. Sound Vib.*, 62(1), pp39-49 (1979).
 58. Annual Report, Institute of Sound and Vibration Research (Mar 1978).
- (钱仍勤、金咸定译自 "The shock and Vibration Digest", 1980, Vol.12, №3; 广凯校)

复合层板的局部冲击问题

N. Takeda, R. L. Sierakowski

对均质各向同性弹性材料构成的梁和板的局部冲击问题已有人作过评述[1, 2]。本文论述复合材料的如下三个有关问题: 局部冲击损伤实验, 以连续力学模型为基础的简化波传播问题的求解和Hertzian接触法对冲击问题的应用。

局部冲击损伤实验

在对纤维增强复合材料抗冲击性能和击穿特性的某些早期实验研究中, 曾使用过局部冲击的复合板。Gupta和Davids[3]研究过厚度和密度不同的玻璃纤维布-聚酯板的抗击穿性能。他们发现, 击穿能量的损耗与板厚之间存在着线性关系, 冲击能量与恰好能挡住射击的子弹所需要的板厚之间也存在线性关系。此外, 板的密度与挡住子弹所需板厚也有这样的关系。他们发现, 玻璃纤维布的受力特性比钢强得多。

Morris与Smith[4]观察到在受很低水平冲击能量作用的玻璃纤维层板试件中有明显内伤而未发现任何明显的破坏。他们还测量了受冲击试样的残余抗拉和抗弯强度。累积内伤、层离、脱结或纤维折断大大降低了强度, 尤其对抗弯强度降低得更多。

Wrzesien[5]专门研究了用丝片增强的玻璃纤维-环氧树脂板的抗冲击性能。丝片显著提高了复合材料的抗冲击性能, 并改善了损伤成分。具有良好抗击穿性能的复合板有严重层离损伤, 这说明层离吸收了相当大量的冲击能量。

Askins和Schwartz[6]指出, 由大量层离和各层张力引起的两阶段破坏, 增大了陶

瓷护面的复合材料档板的能量吸收。他们推测, 张力作用阶段在试验中是主要的能量吸收机理, 但大量层离是防止板面堵塞并使更多板面分担冲击, 促进能量吸收所需要的。试验结果表明, 对于这类用途的纤维应具有密度小、抗拉抗张强度高和刚度大、层间粘结强度低的性能。

对石墨-环氧树脂和硼-环氧树脂层板预载及叠合放置的影响作了考察[7, 8]。它们涉及到复合材料的击穿特性, 特别是剩余强度与临界强度。在某种情况下, 双轴预载对横向冲击将产生各种形式的破坏[7]。剩余强度和临界强度同各层断裂韧性直接有关[8]。自击穿孔开始的裂纹扩展速度, 接近于每一受试材料的剪切波速度的55%[8]。

对高级复合材料的剩余强度问题也作了探讨[9—11]。象比较金属和硼-环氧树脂复合材料的剩余强度和冲击断裂强度一样[10], 曾比较了金属和硼-环氧树脂、石墨-环氧树脂复合材料的剩余强度与损伤尺寸[9]。还研究了硼、石墨和玻璃-环氧树脂层板的剩余强度, 并且把由单个硬粒子所造成的损伤与静拉伸试样中含有已知尺寸的缺陷引起的损伤作了比较[11]。

Preston和Cook[12]观测了石墨-环氧树脂悬臂板受明胶、冰块及钢质所组成的环形弹丸冲击所产生的损伤。钢弹丸引起的损伤的临界值最小。Hertzian分析指出, 小钢弹丸最可能产生层离与击穿损伤。

对玻璃布-聚脂三层板用外部物体冲击所作的试验表明, 在击穿速度以下, 主要的吸能断裂机理是层间的分离和纤维与基体间的脱结[13]。还表明, 总损伤面积与初始动

能存在线性关系。

Corham[14]利用高速摄影研究了纤维和层合材料层板的断裂特性。为了能用照相方法检验内部破坏,选用半透明材料试样作了试验。对批量生产和模型生产的复合材料构件在很高应变速度下作了高速水流冲击与硬体冲击试验。特别是用层状模型试验可以看出,在各层中产生前沿层离的波导致了沿层界面上剪力的产生。

发动机制造者对全尺寸的迭层板涡轮叶片作了冲击试验[15—17]。用于此项研究的冲击物包括砂砾、冰块、钢、明胶及鸟类。

近几年关于冲击复合层板破坏机理的实验研究已有不少报导[18—26]。Ross和Sierakowski[18]研究了复合材料的成分及纤维几何分布对冲击板击穿阻抗的影响。比较实际密度标准等级制的数据表明,玻璃纤维复合材料具有良好的能量吸收性能。在以上研究中所试验的板用浸渍过环氧树脂填料并以0—90°层状结构布置的连续玻璃粗丝制成。试验目的在于考察各板保持15层总数不变的前提下改变纤维层数所产生的影响。预料有一层纤维相互交错配置的每一层体的击穿阻抗,可能比其他任何配置的击穿阻抗大。但是又表明,具有五个三层层体或三个五层层体的迭层板只对钝头冲击的击穿阻抗较一般迭层板强些。

对击穿和部分击穿板的精密考察阐明了连续层离的机理[19],从而似乎解释了多层

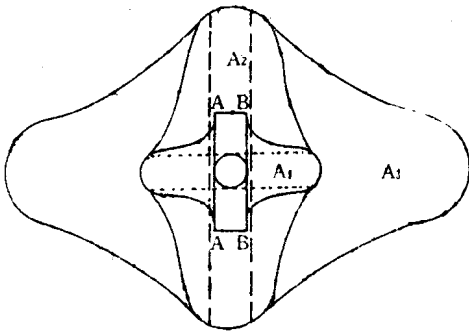
层板具有良好击穿阻抗的原因。用强光从板后照射,半透明玻璃纤维-环氧树脂的层离区域便会清晰地显示出来。

左下图表示对 A_1 、 A_2 、 A_3 三个层离区域观察到的损伤。用直径为 D 的钝头圆柱以适当的速度冲击多层层板,最先出现了剪切断裂。这个圆形冲头用不着全部击穿第一层。当第一层(与纤维平行)中宽为 D 的窄条被冲头推前时,便开始产生连续层离。这个所谓的发生器“窄条”使第二层横向受力,从而导致头二层之间的分离。第一层的发生器以两条贯穿整个厚度的剪切裂纹(图中AA与BB)为界线。该发生器窄条延伸,层离区 A_1 也扩大,直到所具有的能量不能维持层离继续发展为止。同理,在第二层(在0—90°配置板)当冲击速度低于临界击穿速度时,所得总层离区域与冲击器的初始动能呈线性关系。直线有五个三层式层板数据拟合。该直线的方程为

$$K = 3.5 + 0.315A \quad \text{对于 } K > 3.5 \text{ 焦耳}$$
 K 是动能(焦耳), A 是层离面积(厘米²)。外观断裂表面能固定在1580焦耳/米³(或0.158焦耳/厘米³,即为上面方程中系数0.315的一半,因为形成了两个表面)。

对玻璃纤维板(与早先研究中所用那些中心冲击的板的类型相同)以及玻璃纤维布板,用燃气爆炸装置进行爆炸加载试验[23]。在爆炸载荷低于边缘破坏载荷下,再次显出层离机理是爆炸载荷的主要破坏机理。层离在板边缘开始并逐步向中心推进。总层离面积似乎和板的挠度及所用爆炸压力成正比。

利用板的动态弹塑性响应的计算机编码,估算了它对冲击载荷的弹性响应,此冲击载荷类似于局部受冲击板的中心方块面积上的塔形压力分布。将计算结果同某些成功的实验数据作了对照[24]。还企图计算出最大剪应力的位置;对含拉伸与压缩模数(系数)不同的正交各向异性层层板的圆柱弯曲,作了简单的弹性分析。这些实验与分析



三次连续层理图: 第一个发生器窄条以AA和BB为界

的研究已有简要介绍[25]。

最近已着手实验研究了冲击体头部形状和冲击体质量对断裂特性的影响[26]。采用冲击层断面的扫描电子显微图对包括发生器窄条、各层横向裂纹及层离在内的断裂详情作了研究。利用高速照相机检查了层离裂纹的扩展。利用应变计测量了弹性挠曲波随时间的变化。这些研究表明,所观察到的层离主要由弹性挠曲波所引起。

以连续力学模型为基础的 简化波传播问题的解

广泛讨论了在横向冲击复合材料各层中传播的理论分析[27—37],但却只报导了为数不多的实验研究[30, 38]。曾研究过层板理论,包括厚度方向的剪切变形与转动惯量[27, 28]。求解了若干边值问题。

相似层板理论已习惯于用来推导正交各向异性层板的动态方程[29]。研究了挠曲波的传播和矩形板对一般冲击的瞬息响应。在对各向异性复合材料的这种动态研究中,估计了横向剪切对挠曲振幅的影响。

Chou和Rodini[30]论证了层板理论在处理瞬时波传播问题中的精确性。他们将实验测量值与理论计算值作了比较。实验计划包括用冲击器平板试样边缘。每个试样需分别经受两种不同的冲击载荷:面内冲击和所谓剪切弯曲冲击。分析方面包括利用特征系数法解Whitney和Pagano方程。

迭层理论的合理性,已通过更精确的正交各向异性弹性解与迭层理论解的对照作了证明[31]。此处采用了快速富里叶变换。

关于瞬时波传播问题的其他分析研究已有报导[32—36]。Moon探讨了受横向冲击与中心冲击载荷作用的无限层板的波前形状。对被分析的板元使用的数字模型,是以复合材料的有效模量理论及板的Mindlin理论为基础的;而后应用Legendre多项式将位移展为厚度变量的函数。对于所考察的石

墨-环氧树脂板,将波速与波表面描述为配置角的函数。

此外Moon[33, 34]还研究了线冲击力在同样模型中引起的一维应力与位移分布;他应用了快速富里叶变换法。提出了一种引出五个二维应力波的二维分析[34, 35]。其中三个是挠曲波,两个含有面内拉伸应变。应用该分析得到的结果表明,最大应力点沿纤维方向移动。他指出,±15°角配置产生的挠曲应力比0°±30°和±45°角配置产生的挠曲应力都小。

Kim和Moon[36]最近把多层复合板想象成由若干相同的各向异性层所组成。他们对各层应用Mindlin理论得出了一个动态差分-微分方程组;将层间应力和位移用作显变量。他们考察了波沿板厚传播的问题;后来将此法推广来考察在两个弹性层中引入缓冲层的作用。

Kubo和Nelson[37]对弹性层板二维(平面应变)响应作了分析研究;他们应用了有限元-简正模法。板的物理特性按面内长度表为富里叶级数的形式。板在厚度方向上的特性用大量广义坐标描述,为了能定量的得到由于表面冲击而引起的应力波的传播和消失。通过这种方法获得了相对板厚的长、短波长的高、低频率数据。

曾用实验方法研究了用硅橡胶冲击器以低于250米/秒的速度冲击单向、角配置硼-环氧树脂与石墨-环氧树脂层板的波传播特性、瞬时应变和残余性质。用附面应变计和嵌入式应变计记录应变数据,再通过对这些数据的监视和分析来确定波型、波速、峰值应变、应变速率及衰减特性。主要波型是在被冲击板内不同面内方向以不同速度传播的挠曲波。

Hertzian接触法对冲击问题的应用

在上节介绍的关于波传播问题的研究