

雲五社會科學大辭典

第二冊

統計學

統計學

雲五社會科學大辭典

第二冊

統計學

王 雲 五 名譽總編輯

楊亮功 陳雪屏 羅志淵 編輯委員會召集人

張 果 爲 本冊主編

王撫洲 田克明 汪厥明 李慶泉 本冊編輯委員

邱士耀 祁和福 侯金英 韋從序

張果爲 張健天 郭婉容 梁國樹

陳超塵 寇龍華 鄭堯拌 鄧靜華

薛天棟 譚外元 羅昭容

劉 季 洪 出版委員會主任委員

臺灣商務印書館 出版者

中華民國十六年十二月

雲五社會科學大辭典

第二冊

統計學

王 雲 五 名譽總編輯

楊亮功 陳雪屏 羅志淵 編輯委員會召集人

張 果 爲 本冊主編

王撫洲 田克明 汪厥明 李慶泉 本冊編輯委員

邱士燿 祁和福 侯金英 章從序

張果爲 張健天 郭婉容 梁國樹

陳超塵 寇龍華 鄭堯拌 鄧靜華

薛天棟 譚外元 羅昭容

劉 季 洪 出版委員會主任委員

臺灣商務印書館 出版者

中華民國十六年十二月

人 稿 撰 冊 本

(序爲畫筆名姓以)

明	克	田	洲	撫	王	山	崑	王
明	厥	汪	燕	國	余	基	良	朱
燿	士	邱	泉	慶	李	泉	植	李
英	金	侯	星	福	周	福	和	祁
天	健	張	爲	果	張	利	宗	張
塵	超	陳	樹	國	梁	容	婉	郭
拌	堯	鄭	蕃	樹	葉	華	龍	寇
容	昭	羅	元	外	譚	棟	天	薛

雲五社會科學大辭典

第二冊 統計學

序 言

統計之功用，歷史上不斷的擴充。第一次世界大戰以後，因世界經濟恐慌，統計需要愈見迫切，在社會科學方面，興起總體經濟學及國民會計，統計應用於經濟決策方面，不斷推廣，由是統計學術乃日為重要，在生物學、心理學、物理學、化學及其他工程科學諸方面，亦日見發揚，使質的學問，都演成量的測量。統計方法乃既為諸科不可缺少的研究分析工具，而其學術根源，又不斷有數理的深入與方法的導成，由是又為一聲望日隆獨立的數理科學，其中主要部分當為或然率(或稱機率)理論。第二次世界大戰以後，統計發展趨勢，不但未見稍為緩和，反而進展益速。決策統計，由國民經濟，進入工商事業，各國經濟發展計劃，亦無不附入各部門發展或私人企業計劃；而作業研究、線型計劃又顯出一種光輝，因統計純理論之發展，自然科學方面的統計亦演成測量或計量的學術。近年因企劃的推廣應用，又演成「診測」Prognose 的探求，而國民經濟與工商企業同求預測的工作推進，此一預測方法與理論的研究與應用，乃為最近的一統計浪潮。所以今日無論治學與執政，經營工商事業與觀察社會發展，無往不要與統計為友，或以統計為工具，學問既已廣博了，則非扼要表達不可，所以「統計辭典」誠為當務之急，雲五社會科學大辭典列統計學一篇，幾如「辭源」、「辭海」之問世，對於社會是一樣有益的。編輯委員會委予主編，誠不敢當，惟幸諸編輯委員樂於執筆撰寫，編輯委員會又殷於指導，且有秘書與同仁的聯繫協助，故雖本人大部分時間在國外，而仍能及時告成，感何如之。此項名辭編輯，在華文方面尚屬創舉，缺漏之處，尚乞讀者多所指教，容待改正。是為序。

張果為 於德國波昂大學
民國六十年元旦

雲五社會科學大辭典(第二冊)

統計學

緒論

統計學之發展

統計學之發達為近百年來之事，在此以前所謂統計，嚴格來講只能算為一種「記數」(counting)。早期之統計工作包括政府主辦之全國人口調查，一國財富之計算，稅收預算等，可謂之「政府統計」，另則為人口出生與死亡之記錄與數目之計算，可謂為出生與死亡統計(vital statistics)，再則為保險業，計算賠款額，保險金等，當時統計之特質為其資料來自「普查」，所用之統計方法僅是圖表之製作與平均數之計算而已。

與「記數」統計同時，但獨立發展者有或然率理論，其理論淵源於賭博及機會遊戲(game of chance)。最早研究或然率問題者有十七世紀末年法國數學家Pascal與Fermat計算擲骰子之輸贏問題，接踵而來者有瑞士數學家Jacques Bernoulli於公元1714年出版Ars

Conjectandi，書中有著名之百路里大數法則，法國數學家De Moivre於同年出版The Doctrine of Chance，書中首次訂立或然率乘法運算法則，至此或然率理論已具雛形。五十年後有Thomas Bayes於公元1764年發表之論文(參考資料：T. Bayes: An Essay Towards Solving A Problem in the Doctrine of Chances, Biometrika, 45, pp. 296-315)，首先將歸納推理法(inductive reasoning)用於或然率理論，是為貝氏統計理論之創始(Bayesian statistics)。在十九世紀初葉，法國數學家P.S. Laplace於公元1812年出版Théorie des Probabilités，他不但推廣或然率理論之研究與應用，並且有系統的將數學分析應用於或然率理論，對或然率理論及應用之發展有不可磨滅之功。

現代統計學之興起，大致是十九世紀中葉以後之事。在其發展之初期，當時學人發現一現象，即不論工作人員之訓練有多完備，其所測量或記錄之觀察值皆產生誤差(error)，因而引起對誤差分佈之研究。在十八世

紀末年Laplace與C.F. Gauss分別因研究誤差分佈而發現常態分佈(normal distribution)並且建立誤差理論(theory of error)。此外有Quetelet將或然率理論應用至保險業，人口學及社會科學，Maxwell, Boltzmann與Gibbs等應用於物理學研究。

在此以後漸有學者對統計學與或然率理論之關係作研究，至於真正使兩者融為一體者，則推英國統計學家K. Pearson。在Pearson時代所研究之基本統計問題是在求得一套能通用的數學公式來描寫待研究之群體(population)。經過Galton, Charlier, Edgeworth以及Pearson等學人之努力而研究出數套頻率曲線(systems of frequency curves)，用之代表各種群體特徵之分佈(distribution)。所謂群體乃是由個別分子所組成，每個分子有一個或一個以上之特徵，Pearson等乃以數套數學公式(頻率曲線)來代表群體中個別分子之特徵分佈，而用該分佈來描述群體，例如某農場一次收穫之鳳梨為一群體，如果鳳梨品質之優劣是以其大小、果汁含量及糖酸比例等特徵來決定，則該群體可以全部鳳梨之大小、果汁含量及糖酸比例三特徵之分佈來描述之。

在此以後，英國統計學家R.A. Fisher(1890-1962)將K. Pearson之見解與工作發揚光大，奠定今日數理統計之基礎。由Fisher創始之研究工作有「實驗設計」(experimental design)(參考資料：R.A. Fisher: The Design of Experiments, Edinburgh & London, Oliver & Boyd, Ltd. 1935)，統計式之或然率分佈之求得，估計理論(theory of estimation)等，此外他對繼續建立變異數分析(analysis of variance)及研究自然現象所用之統計模型(stochastic models)設計工作亦有甚大貢獻(參考資料：R.A. Fisher: Statistical Methods for Research Workers, Edinburgh & London, Oliver & Boyd, Ltd. 1925)。

當今統計學權威J. Neyman將統計學之發展分為兩個階段(參考資料：J. Neyman: A lecture, delivered at the Annual Meeting of AAAS(American Association for the Advancement of Science) Dec. 29, 1966, Was-

hington D.C.)，十九世紀後半，Fisher 以前之階段命名為「Kollektivmasslehre」，自Fisher起以後之階段則為「Analytical Statistics」，此兩階段並無明確分界時間，其發展是漸進的。據 Neyman 之歸納，在「Analytical Statistics」階段之基本問題在找出群體中是何種機遇結構(chance mechanism)之作用而產生出該群體之分佈。

在第二階段中之發展，大致歸為下列幾類：(1)在公元 1930 年代 Neyman 與 K. Pearson 之子 E. Pearson 合力對假設測驗理論(theory of testing statistical hypothesis)作有系統之發展，他們所創之 Neyman-Pearson 理論到公元 1950 年代已為一般所通用。Neyman 又於同時期創立區間估計理論(即為信賴區間估計理論，theory of confidence interval estimation (參考資料 J. Neyman: First Course in Probability and Statistics, New York, Holt, Rinehart and Winston, Inc., 1950))

• (2)美國統計學家 A. Wald 於公元 1946 年出版「Statistical Decision Functions」(參考資料: A. Wald: Statistical Decision Functions, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1950)，將統計學中之兩大部門估計與假設理論歸納為「決定理論」(decision theory)之一部，他從「作決定」之觀點來研究統計問題，因之更拓寬統計研究之領域。(3)「Student」(即 Gosset 之筆名)與 Fisher 之後，研究樣本分佈理論(sampling distribution)之學者有 J. Wishart (英國)，H. Hotelling 與 S. Wilks (美國，參考資料: S.S. Wilks: Mathematical Statistics, New York, John Wiley & Sons, 1962)，R.C. Bose (印度)等。與樣本分佈理論有密切關係之複變數分析(multivariate analysis)則為 T.W. Anderson (美國)等學人所發展(參考資料: T. W. Anderson: An Introduction to Multivariate Statistical Analysis, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1958)。(4)與樣本理論，估計，假設測驗理論同時發展者又有實驗設計理論(參考資料: W. Cochran & G.M. Cox: Experimental Designs, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1957)，變異數分析(參考資料: H. Scheffe: Analysis of Variance, New York, John Wiley & Sons, 1959)以及相關(correlation)與聯合表(contingency table)之研究，大部分學說建立於 1920 至 1940 年間。(5)二次大戰以後，除原有之統計問題在繼續研究外，又添增了幾個新的發展方向，主要的有序列分析(sequential analysis)參考資料: A. Wald: Sequential

Analysis, New York, John Wiley & Sons, 1947)。

「無參數」統計方法(non-parametric-statistical method

參考資料: D.A.S. Fraser: Nonparametric Methods in Statistics, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1966; to Hájek & Z. Šidák: Theory of Rank Tests, New York, Academic Press, 1967)，遊戲理論(theory of games, 參考資料: D. Blackwell & M.A. Girschick: Theory of Games and Statistical Decisions, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1954; M. Loève: Probability Theory, New York, D. Van Nostrand. Co. Inc. 1963)，時間序列(time series)參考資料: E. Parzen: Time Series Analysis Papers, San Francisco, Holden-Day, 1967)，其基本工作為 Yule 所完成於 1925 至 1930 年間)，任意過程(stochastic processes 參考資料: J.L. Doob: Stochastic Processes, New York, John Wiley & Sons, 1953; S. Karlin: A First Course in Stochastic Processes, New York, Academic Press, 1966)，及資料理論(information theory 參考資料: A. Khinchin: Mathematical Foundation of Information Theory (English translation by R.A. Silverman & M.D. Friedman), New York, Dover Publications, Inc. 1957)等。

大戰後，科學文明上另一大突進為電腦之發明，電腦對其他科學之影響姑且不論，其在統計上之應用為解決了一些以前無法計算之問題，並且抽樣實驗可以用電腦部分代替，在數秒鐘內可由蒙特卡羅法(Monte Carlo method)造出上萬之觀察值，此法因之而被一般重用。

數理統計之建樹多歸功於英、美統計學家之努力，而或然率理論之發展與成就則多賴於法、俄數學家。法於二十世紀初年有 E. Borel 與 Paul Lévy (參考資料: P. Lévy: Théorie de l'addition des variables aléatoires, Paris, Gauthier-villars, 1937)之創導與發展，俄國於十九世紀末年有 P.L. Chebychev 與 A. Markov 開研究或然率風氣之先。俄國數學家 A.N. Kolmogorov 於公元 1933 年出版「或然率理論基礎」名著(參考資料: A.N. Kolmogorov: Grundbegriff der Wahrscheinlichkeitsrechnung, 1933 (英譯本 Foundations of the Theory of Probability, New York, Chelsea Publishing Co. 1956.))以集理論(set theory)與 measure theory 為工具奠定或然率之理論基礎。現代或然率理論之發展多歸功於 Kolmogorov, Lévy, Feller, Gnedenko 及 Khinchine 等數學家之研究(參考資料: W. Feller: An Introduction to Probability Theory of its Applications,

Vol. II, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1957 & 1966; B.V. Gnedenko: The Theory of Probability, New York Chelsea Publishing Co. 1962; M. Loève: Probability Theory, New York, D. Van Nostrand Co. Inc. 1963)。

M.G. Kendall 與 A. Stuart (英國) 以及 H. Cramér (瑞典) 分別於 1943 年及 1945 年出版 M. G. Kendall & A. Stuart: The Advanced Theory of Statistics, Vol. I, II, III, New York, Hafner Publishing Co. 1963; H. Cramér: Mathematical Methods of Statistics, Princeton, Princeton Univ. Press, Tenth Printing 1963, 將數理統計與或然率理論之發展成果作有系統之陳述, 二書至今仍為流行。Cramér 於其書中引用 Lebesgue 之 measure theory 與積分法, 集理論等現代數學來推演。

二次大戰後, 任意過程理論之研究興起, 為或然率理論帶來又一高潮(參考資料: J.L. Doob: Stochastic Processes, New York, John Wiley & Sons, 1953; S. Karlin: A First Course in Stochastic Processes, New York, Academic Press, 1966.)。諸如馬可夫任意過程(參考資料: Kai Lai Chung: Markov Chains with Stationary Transition Probabilities, Springer-Verlag New York Inc. 1967; E. B. Dynkin: Theory of Markov Processes, New York, Academic Press, 1965), 定性過程(參考資料: H. Cramér and M.R. Leadbetter: Stationary and Related Stochastic Processes, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1967, 分支過程(參考資料: T. Harris: The Theory of Branching Processes, Berlin, Springer-Verlag, 1963), 任意遊走(random walk, 參考資料: F. Spitzer: Principles of Random Walk, New York, Van Nostrand, Co. 1964) 等, 均有專書討論。近年來更有 L. Le Cam, Yu. V. Prohorov 等研究任意過程分佈之收斂問題 (convergence or the distribution of stochastic processes, (參考資料: L. Le Cam: Convergence in Distribution of Stochastic Processes, Univ. of California Publications in Statistics, 2, No. 11 pp. 207-236, 1957; Yu. V. Prohorov: Convergence of Random Processes and Limit Theorems in Probability Theory, English Translation in Theory of Probability and Its Application, Vol. 1, 1956, pp. 17-238)。

另一值得一提者為或然率理論之邏輯基礎之爭論, 意見紛云, 主要可分為兩派, 一派認為或然率是一種主觀之看法, 另一派認為是客觀的成因 (subjective and

objective), 詳細說明可見 L.J. Savage: The Foundations of Statistics, New York, John Wiley and Sons, 1954。

上述數理統計與或然率理論之發展實際上與統計學在應用方面之發展是配合並進的, 例如誤差理論來自天文學與物理學之研究, 實驗設計理論發源於農業實驗, 時間序列起自經濟學與氣象學, 因素分析 (factor analysis) 起自心理學, χ^2 理論來自社會科學之研究等, 因之應用與理論是互相影響而推進, 甚難分述其發展。近年來, 由於統計應用範圍急速在增加以及應用程序愈趨複雜與完備, 應用於其他科學之統計理論與方法皆各成一專門學問, 例如政府統計、心理統計、生物統計、計量經濟、天文統計、品質管理、統計力學 (statistical mechanics) 等不勝枚舉。值得單獨提出的是任意過程理論之發展極為迅速, 其應用亦愈來愈多, 如用於細胞分裂模型之建立, 遺傳學、人口學、電信傳訊之研究等(參考資料: N. Bailey: The Elements of Stochastic Processes With Applications to the Natural Sciences, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1964; W. Feller: An Introduction to Probability Theory of Its Applications, Vol. I, II, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1957 & 1966; M. Kac: Probability and Related Topics in Physical Sciences, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1959; S. Karlin: A First Course in Stochastic Processes, New York, Academic Press, 1966)。

括而言之, 統計學是一門新興的科學, 自十九世紀末葉以來不過數十年, 其理論與應用已甚具規模, 可算是成功的開始, 以後之發展實未可限量。縱觀其發展過程, 在理論方面之趨勢為其依賴現代數學理論之程度愈來愈深, 在應用方面其範圍則不斷增加, 研究之對象, 引用 M.G. Kendall 之言「從無窮大到無窮小」實非言過其實。

對於或然率理論, 數理統計與應用之最新發展與成就, 可讀 Proceedings of the Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability 為 L. Le Cam 與 J. Neyman 主編, Berkeley Symposium 為 Neyman 創始於公元 1945 年, 每五年在美國加州之 Berkeley 舉行一次, 邀請世界各國名統計學家參加, 發表近作, 為統計學界之一盛舉。(羅昭容)

現代統計學的種類

任何一門科學, 隨着學人之研究而發展與進步, 當

一門科學擴張至某一程度後均導致必然的分支，其原因可能為觀察角度之不同，亦可能為研究重點之不同，但分支出之各部門之間仍有密切關係及重疊處。因此欲將一門科學嚴格分為數類極為困難，統計學亦不例外。現代統計學廣義言之，可分為二大部門，即數理統計與應用統計，前者是對統計方法與理論之研究，後者則為方法之應用。統計學雖有此分類，但二者之間仍有密切連繫，兩者相互影響，相互激勵而並進。統計方法之完備，擴大了應用範圍，由於應用而激發新的統計方法之發明。

再就統計學與數學之關係論，統計學乃是應用數學之一個部門，而統計理論與方法之探求與研究乃是以或然率理論為基礎，或然率理論則又為理論數學(pure mathematics)之一部門。

數理統計之研究領域可分為二大部門；或然率理論及統計理論與方法。在統計理論與方法項下之幾大部門為：(1)抽樣理論：研究抽樣方法之選取，抽樣技術，樣本動勢及或然率分佈等（參考資料：W. Cochran: Sampling Techniques, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1953）。(2)實驗設計：實驗設計是來源於農業實驗，用之比較各種品種、土壤、肥料等之優劣，現今之應用，自不限於農業，其理論研究作重於決定樣本大小為何，方使統計實驗結論達到預定之精確度，以及實驗對象之選擇，實驗環境與步驟之控制以減少實驗結果之偏差（參考資料：W. Cochran & G. M. Cox: Experimental Designs, New York, John Wiley & Sons Inc. 1957; R. A. Fisher: The Design of Experiments, Edinburgh & London, Oliver & Boyd, Ltd. 1935）。(3)估計理論：分為點值與區間估計兩理論(point and interval estimation)，其基本問題為估計群體之分佈函數或是分佈函數中含有之未知參數，其估計資料來自抽樣，研究問題包括設計估計方法，分析各種方法之特點與利弊等（參考資料：H. Cramér: Mathematical Methods of Statistics, Princeton, Princeton Univ. Press, Tenth printing 1963; M. G. Kendall & A. Stuart: The Advanced Theory of Statistics, Vol. I, II, III, New York, Hafner Publishing Co. 1963; A. M. Mood & F. A. Graybill: Introduction to the Theory of Statistics, New York, McGraw-Hill Book Co. Inc., 1963）。(4)假設測驗理論：包括測驗之設立，測驗式之選取及其或然率分佈之求得，測驗式檢驗結果之可靠性(power of the test)等工作（參考資料：H. Cramér: Mathematical Methods of Statistics, Princeton,

Princeton Univ. Press, Tenth printing 1963; M. G. Kendall & A. Stuart: The Advanced Theory of Statistics, Vol. I, II, III, New York, Hafner Publishing Co. 1963; A. M. Mood & F. A. Graybill: Introduction to the Theory of Statistics, New York, McGraw-Hill Book Co. Inc., 1963）。(5)決定理論(decision theory)：此理論之基本觀點是認為統計學所研究者為一「定奪」問題，即須自「所有能夠採取之行動」中選取其一，此理論進而假設行動之選取，靠對群體分佈中未知參數之決定。任何行動都可能帶來損失(loss)，因之定奪原則是要使被選之行動所引起之損失愈小愈好。因此定奪理論之研究包括損失函數(loss function)，涉險函數(risk function)，定奪函數(decision function)等之分析。因此，估計與假設測驗所研究之基本問題在於「決定」群體之分佈為何，自此觀點來看，此二理論可歸納入「定奪理論」之一部分（參考資料：R. A. Fisher: The Design of Experiments, Edinburgh & London, Oliver & Boyd, Ltd. 1935）。(6)無參數統計(nonparametric statistics, 或稱distribution-free statistics)：乃因對群體分佈之參數不作假設而得名（此名詞至今尚無通用之定義），其目的在減少對群體性質作先決之假設，以增廣統計方法之應用（參考資料：D. A. S. Fraser: Nonparametric Methods in Statistics, New York John Wiley & Sons, Inc. 1966; J. Hájek & Šidák: Theory of Rank Tests, New York, Academic Press, 1967）。(7)序列分析(sequential analysis)：其特徵為樣本數是一任意變數(random variable)，不於抽樣前事先決定，目的是在節省樣本。對由序列法抽出之樣本而作統計分析（參考資料：R. A. Fisher: Statistical Methods for Research Workers, Edinburgh & London, Oliver & Boyd, Ltd. 1925）。(8)複變數分析(multivariate analysis)：有些統計資料須用一個以上之變數來表示，例如研究某校學生身高與年齡之關係，則在抽樣時須同時記錄學生之身高與年齡二變數。複變數分析包括迴歸理論(regression)，相關(correlation)，變異數分析(analysis of variance)以及因素分析(factor analysis)，判別分析(discriminatory analysis)等。（參考資料：T. W. Anderson: An Introduction to Multivariate Statistical Analysis, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1958; M. G. Kendall & A. Stuart: The Advanced Theory of Statistics, Vol. I, II, III, New York, Hafner Publishing Co. 1963; A. M. Mood & F. A. Graybill: Introduction to the Theory of Statistics, New York, Mc-

Graw-Hill Book Co. Inc., 1963; C.R. Rao: Linear Statistical Inference and Its Applications, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1965), 此外尚有(9)時間序列(time series) (參考資料: E. Parzen: Time Series Analysis Papers, San Francisco, Holden-Day, 1967; 以及 J.L. Doob: Stochastic Processes, New York, John Wiley & Sons, 1953), (10)遊戲理論(theory of games) (參考資料: D. Blackwell & M.A. Girshick: Theory of Games and Statistical Decisions, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1954; R.D. Luce & H. Raiffa: Games & Decisions, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1958)。

或然率理論為現代統計學之理論基礎，為研究統計學必備之工具。現代或然率理論導自或然率公理〔參考資料: A.N. Kolmogorov: Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung, 1933 (英譯本: Foundations of the Theory of Probability, New York, Chelsea Publishing Co. 1956)〕並以集理論與measure理論為基礎來定義或然率、任意變數、期望值(expectation)、條件或然率、條件期望值等。其研究工作包括或然率之運算、大數法則、極限問題、分佈理論、任意過程等(參考資料: M. Loève: Probability Theory, New York, D. Van Nostrand, Co. Inc. 1963; J.L. Doob: Stochastic Processes, New York, John Wiley & Sons, 1953; W. Feller: An Introduction to Probability Theory of Its Applications, Vol. I, II, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1957 & 1966)。任意過程理論在近三十年來之發展速度實為驚人，其中主要之幾大部門有馬可夫過程(參考資料: Kai Lai Chung: Markov Chains with Stationary Transition Probabilities. Springer-Verlag New York Inc. 1967; E.B. Dynkin: The Theory of Markov Processes, New York, Academic Press, 1965)，分支過程(參考資料: T. Harris: The Theory of Branching Processes, Berlin, Springer-Verlag, 1963)，定性過程(參考資料: H. Cramér and M.R. Leadbetter: Stationary and Related Stochastic Processes, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1967)，任意遊走(random walk) (參考資料: F. Spitzer: Principles of Random Walk, New York, Van Nostrand, Co. 1964)，高氏過程(Gaussian Processes 參考資料: J.L. Doob: Stochastic Processes, New York, John Wiley & Sons, 1953)，以及任意過程之極限分佈(參考資料: L. Le Cam: Convergence in Distribution of Stochastic Processes, University of California Publications in Statistics, 2, No. 11 pp.

207-236, 1957; Yu V. Prohorov: Convergence of Random Processes and Limit Theorems in Probability Theory, English Translation in Theory of Probability and Its Applications, Vol. 1, 1956) 等。

統計學之第二大部門為應用統計。統計學之發達，離不開應用，早期 F. Galton, K. Pearson 等將之用於生物學，F. Edgeworth 用於經濟學，Fisher 用於遺傳學與農業，因而創立實驗設計理論。時至今日，統計學應用於自然科學，社會科學，農業，心理學等已成為不可缺少之工具，其範圍甚大，頗難全部列舉。今僅將發展較全及較有系統之應用部門列舉於下並附註一二參考資料，以供願深究之讀者參考：實驗設計，判別分析，因素分析，複變數分析，變異數分析之用於農業，心理學及經濟學等之研究(參考資料: T.W. Anderson: An Introduction to Multivariate Statistical Analysis, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1958; W. Cochran & G. M. Cox: Experimental Designs, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1957; C.R. Rao: Linear Statistical Inference and Its Applications, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1965; R. A. Fisher: (甲) The Design of Experiments, Edinburgh & London, Oliver & Boyd, Ltd. 1935; (乙) Statistical Methods for Research Workers, Edinburgh & London, Oliver & Boyd, Ltd. 1925) 序列分析之用於醫學品質管理(參考資料: A. Wald: Sequential Analysis, New York, John Wiley & Sons, 1947)，信息理論(information theory)之用於電信傳訊(參考資料: A. Khinchin: Mathematical Foundation of Information Theory (English translation by R.A. Silverman & M. D. Friedman), New York, Dover Publications, Inc. 1957; J. Wolfowitz: Coding Theorems of Information Theory, Berlin, Springer-Verlag, 1961)，任意過程之用於物理，生物學，病理學，遺傳學(參考資料: N. Bailey: The Elements of Stochastic Processes with Application to the Natural Sciences, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1964; M. Kac: Probability and Related Topics in Physical Sciences, New York, John Wiley & Sons, Inc. 1959; O. Kempthorne: An Introduction to Genetic Statistics, New York, John Wiley & Sons, 1957; P.A.P. Moran: The Statistical Processes of Evolutionary Theory, Oxford, Clarendon Press, 1962) theory of games之用於社會科學(參考資料: R.D. Luce & H. Raiffa: Games & Decisions, New York, John Wiley

& Sons, Inc. 1958), Quantal response 之用於心理學, 醫學(參考資料: D.J. Finney: Statistical Method in Biological Assay, New York, Hafner Publishing Co. 1952), 候隊理論(queueing theory) 之用於交通管制, 存貨處理等(參考資料: T.L. Saaty: Elements of Queueing Theory with Applications, New York, McGraw-Hill Book Co., 1961)。由於統計學在某方面之大量應用而已經發展成獨立之學問者有計量經濟(econometrics)、生物統計(biostatistics)、統計力學(statistical mechanics)、品質管理(quality control)、統計地理(statistical geography), 如對地震現象之研究)、政府統計、遺傳統計(genetic statistics)、工程統計(engineering statistics) (參考資料: T.C. Fry: Probability and its Engineering Uses, Princeton New Jersey, D. Van Nostrand Co. 1965) 及天文統計等。(羅昭容)

統計調查

普查(Census)

普查即對一定母體, 將其全部分子——加以調查之法。換言之, 調查者事先決定, 對於一事實之全體, 就一時點或一時期作詳盡而無遺漏之調查是也。故英文亦名爲 complete enumeration, 意即「全部清查」, 一般學者亦稱「全體調查法」。

1. 國勢調查

國勢調查即以一個國家爲範圍, 將維持一國之生存要素, 全部普遍調查之謂。質言之, 國勢乃指維持國家之精神力量及物質力量, 故國勢調查, 即一國之人民、土地、資源、政治、社會、文化等, 同在某一時期內舉行之普查(見民國五十五年統計法修正案第十條)。但自有國勢調查以來, 各國所舉辦者, 多僅限於人口普查, 因此國勢調查有廣義與狹義的分別, 前者範圍較大, 即包括人口、農、工、商、教育、社會及其他一切國家生存要素之調查; 後者範圍較狹, 即專指一國之人口普查而已。

參考書: 史可京: 調查方法, 民國35年2月滬一版, 正中書局出版。

2. 戶口普查

戶口普查即就一時刻, 對人口的性別、年齡、籍貫、婚姻狀況、教育程度、經濟特徵(查有工作者、無工作者及失業者。有工作者查其現在之行業、職業及從

業身分; 失業者查其過去之行業、職業及從業身分; 無工作者查其無工作之原因, 並查家庭主要生計負責人), 加以詳細調查之謂。

3. 工商普查

工商普查即就工商業作鳥瞰式之考察。其普查之目的在於明瞭近年來工商業變動情形及其設備與經營概況, 以供推進經濟建設, 衡量與設計經濟發展及供工商業者之參考。此普查的範圍包括已辦工商登記與未辦登記之礦業、製造業、商品買賣業、建築業、交通運輸業、倉儲業及典當業等。而其各業的調查項目大體可分爲資金來源及用途、營業狀況、產銷情況、全年材料變動情況(進貨、出售、存貨與生產耗用損壞)等項目。

4. 農業普查

農業普查即就農業一項作鳥瞰式之考察。其普查之目的: 藉以明瞭農業資源之分佈與農業結構之變遷情形, 求得可靠統計資料, 作爲進一步開發農業之依據, 並作國際比較之基礎。普查的對象爲全部農戶, 公私團體所經營之農場、學校及政府機關所辦之農畜試驗場所等。普查之範圍, 根據聯合國「1960年世界農業普查計劃」之規定, 普查之項目定爲: 農戶總數及其性質(如經營規模之大小, 自、佃耕之種類, 耕地之利用及農業機械之使用情形等), 農戶人口之數量與性質, 作物種植面積與家畜禽之數量, 農戶人口從事於農業工作之數量與性質, 主要作物與畜禽生產量, 灌溉排水及肥料之運用, 農戶生產之林產及漁產品等項目。

5. 漁業普查

漁業普查即就漁業一項作鳥瞰式之考察。其普查之目的在搜集漁業生產成本及其他營業狀況等有關資料, 加以統計研究分析, 藉供檢討當前漁業行政措施, 改善漁業經營及策劃未來漁業發展之依據。普查之對象包括企業組織形態、漁撈種類(如遠洋、近海、沿岸)與養殖作業(如鹹水、淡水、淺海), 及營業收支、固定漁業設備等項目。

6. 其他普查

除此之外, 普查之對象還有: 氣候普查、土壤普查、稅務普查、教育普查、社會救濟普查、宗教信仰普查、風俗普查、金融普查及交通普查等。

7. 登記調查(Registration)

登記調查可分爲兩類, 即直接登記調查與間接登記調查。前者係依一定之手續, 向調查者陳報調查事實之法。質言之, 調查者事前規定一種制度, 或者印製一種名冊, 通知被調查者, 定期或隨時填報調查者所欲之事

實，即為統計目的而專門辦理之登記，故可稱直接登記調查，又因其常用簿冊登記調查資料，故亦名為記帳調查法。後者係行政機關為行政手續而有之登記，如人口出生死亡之類，但由是可製成人口出生死亡統計表及算出人口自然增加率，故可稱為間接登記調查，間接登記資料亦稱次級來源資料 (secondary source of data) (張果為)

抽樣調查 (Sampling Survey)

抽樣調查即就整個母體範圍以內，抽出一部分予以調查，而認為其統計 (statistics) 有代表全體事實之性質。抽樣調查可節省人力與物力，可縮短調查、整理及發表之時間。抽樣調查的一切工作，均簡而易行，可減少非樣本誤差，雖須容許多許樣本誤差，其結果可優於普查的。

抽樣調查法之由來甚早，希臘時代，即已為世所知。然其見稱於世，實始自 1891 年挪威之人口調查，1895 年國際統計會議在伯恩 (Bern) 開會時，挪威統計局長凱爾 (A. N. Kiear) 將用抽樣調查法調查挪威人口之結果，著為論文，公諸會議，乃大受世界統計學者及各國行政當局之重視，近數十年來，抽樣調查法應用更廣。多少普查不能或不易實施的場合，例如按月調查的事項 (如勞動力調查)，或不可能普查的事項 (如燈泡壽命檢查)，再或為經費關係，或為人力調查關係，今均以抽樣調查法代替之。

參考書：1. 田克明：統計學，民國 56 年 8 月第 15 版，三民書局出版。

2. 張果為：統計方法新論，民國 49 年 9 月再版增訂本，財政經濟出版社出版。

1. 母體 (Population)

母體即吾人所欲探究之某種事物的全體範圍 (或全部的個體)，統計學上又稱為母群體 (parent population)

2. 母體構造 (Frame)

樣本之母體構造或母體名冊 (list)，在抽樣調查中處於中樞地位，是每一抽樣設計所不可少的抽選過程。母體構造包括實質的名冊和又能說明所有樣本單位所隸屬的範圍，但並無實際名冊的事前編成。例如：地區抽樣時，母體構造是由地圖所組成的，但是母體構造的組成能時常沒有全母體的地圖。一個學校兒童的母體構造是由學校營區所組成的，它包括有：校舍、教室及兒童，但這個設計能在沒獲得全學童的完整名冊時就去完成

抽樣調查計劃。

母體結構是完全的，若每一元分別出現於名冊上。一元一次，且僅一次。名冊上且僅有此種元而無其他因素。此種元亦只出現於一個名冊上，而不出現於其他名冊，事實上，完全母體結構是很少，普通總有些殘缺不全之處。

參考書：Leslie Kish, Survey Sampling。1966 年中央圖書出版社出版。

3. 樣本 (Sample)

樣本即在母群體中選取一部分個體，加以觀察或試驗，而用此一部分資料作為探究其母群體整個情況之根據，則此一部分資料，稱為母群體的一個樣本。

4. 樣本大小

樣本有大小之分，包括甚多個體或多項數值之樣本，稱為大樣本 (large sample)；包括少數個體或數值之樣本，則稱為小樣本 (small sample)。惟大小或多少之分，無一定之客觀標準。據多數學者之意見，若考察的係一個單純項目，則包含三十項以上的數值或個體之樣本，即可視為大樣本，但亦有採用五十或一百為劃分之標準者。

5. 統計特徵 (Statistical characteristics)

統計特徵者，乃母體概念中的普通性態，而為各單位個體之間彼此所以結合而又有所區別的標識。母體的構成，不但須各單位個體有相當的同類性，亦須各單位個體有不同的表徵，統計表徵須為各單位所共有的，普通的，而在相同的大點之中，又須有不同的細節，但此統計表徵在各單位有可能不同變化之中，又斷不能為一單位所特有而非尋常的，是為統計表徵的重要條件，亦為統計調查與分解所須特別注意的問題。統計表徵，大體言之，可分為質的與量的兩類，前者係按不同的性質而成類別；後者係按不同的數量而成分配。量的表徵復可分為連續的與不連續的，前者係連續而絲毫無間斷；後者係屬整個單位而不容分割。

參考書：張果為：統計學，民國 53 年 9 月財政經濟出版社出版。

6. 機數表 (Random sampling numbers)

機數表即將 0—9 十個自然數重複按隨機方式抽出，並按出現先後順序排列所作成之表。由於表中數字係按隨機方式抽出，毫無規律性，故可根據機數表以進行隨機抽樣。機數表常用有三種：即 Fisher-Yates 機數表 (共 15,000 字)、Tippet 機數表 (共 41,600 字) 及 Kendall-Smith 機數表 (共 5,000 字)。使用機數表時

，首先將機數表之各行各列編號並製成卡片，先抽出一張定縱行，投返後再抽出一張定橫列，行列交叉處之數字即為開始採用之數字，由此數字起向左右上下任何一方連續取用數字即可。(張果為)

參考文獻：

陳超塵：統計學（下冊），民國55年10月第七版，臺灣商務印書館出版。

試探調查 (Pilot Survey)

試探調查即是小規模的樣本調查。實施抽樣調查首須作一抽樣設計，以便了解母體情況，並決定樣本範圍的大小。但若缺乏母體變異或以往樣本調查變異資料，而不足以決定抽樣計劃時，則必須先作一小規模的樣本調查，這即所謂試探調查。(張果為)

控制調查 (Post Enumeration Survey)

控制調查為一種事後調查，其目的在考察非樣本誤差，並藉以改正之。控制調查的調查人員品質必須較基本調查人員為高，調查時間也必須較長，一切條件也必須較為嚴格，使調查得到儘可能正確的結果，然後可以為標準衡量基本調查的正確程度，以為改正之基礎。不過其樣本範圍必須小於基本調查，而非樣本誤差又必須大於控制調查的標準誤，控制調查方有意義，否則就不經濟了。此種控制調查雖不能藉此完全消除非樣本誤差，但可減少調查誤差至可觀的程度。現各國統計調查多注意此種方法之研究及實行。(張果為)

參考文獻：

Technical Paper No. 6: The Current Population Survey Reinterview Program, some notes and discussion; U.S. Department of Commerce, Bureau of the Census.

ETUDE, sur les methodes de determination et d'élimination des erreurs systematiques dans l'enquête de 1966, sur la structure agricole dans la LEE. A partir des données de la République fédérale d'Allemagne (Situation en mai 1966); Par MM. Nourney Diplômé de mathématiques Wiesbaden, Allemagne 1966.

統計表達方法

統計表 (Statistical Table)

統計表是用表格形式來表示某一統計資料的特性，

以及資料間的關係，不需用文字敘述，因此在編印、傳遞方面，可以有很大的方便。統計表的種類很多，大凡製表時必須注意的事項有：

一、標題：①置於統計表之上及中央。②應包含時間、空間、及內容，標題很長時，可分兩行，但不可超過統計表的寬度。③統計表有多頁時，第二頁亦須標出標題，並註明續一、續二。④標題須用粗體、仿宋體，不用花體。

二、標目：排列的次序可按時間、字母、空間（地域性），數目的大小等級習慣。

三、單位：①成為附標題，寫於表的右上方。②如果表的内容不是一個單位所能表示的，像所得分配情形，所得的單位寫成元，人口數的單位寫成千人。③單位不同時，可以寫於標目的後面，亦可以寫於數字的後面。

四、表眼：位置有優劣之分，有便於比較者，有不便於比較者，製表時應先確定各種比較重要性之大小，最重要者，置於最優之地位，最不重要者，置於最劣之地位；表中最優之地位，為同行相鄰之比較，其次為同列相鄰之比較，第三為同列隔行之比較，第四為同行隔列之比較。填寫數字時必須注意下列五點：①位數要對齊。

②分節表示出來。③數字後面可附單位。④事實上非每格眼都有數字，但要求每格眼都不空白，所以在沒有這事實時，劃“—”，有事實，但未確定時，劃“----”。⑤統計數字不夠一單位時，以零表示。

五、格線、邊線：邊線必須加粗，只劃上下邊線。

六、附註：某一數字有其特殊之處（例如其他數字都是自己調查，只有某一數字是次級資料），可在數字旁作符號，底下的附註說明之，標目的附註可以數字示出。

七、總數：①總計的數字重要時，寫於最上一列。②總計的數字無所應時，寫於最下一列。

八、資料來源：屬次級資料時，必須有此項，這表示作表人對分析負責任，不對數字負責任。(張果為)

統計數列 (Statistical Series)

統計學主要的乃對統計群體作大量觀察與分析之科學，在吾人確定一群體觀念後，每欲求其數字的表現，藉以闡明該群體的本質。例如就出口數言，我們觀察歷年的出口數加以比較，所得到的即為統計數列。

1. 時間數列 (Time series)：時間數列即因時而變動之資料所構成之數列，其排列方法須依年與年、月與月等層制的時間順序。各種經濟及商情資料，如銀行放款、票據交換額、鋼鐵產量、輸入與輸出貿易值等等，均

可做時間性變化的研究，而構成時間數列。

2. 空間數列：統計資料按地域或部門分類而構成之數列即謂空間數列。例如臺灣省各縣市之人口數，某工廠各部門之僱傭人數。

3. 屬性數列：統計單位的特性是群體中每一個體所共同具有的，如果以質的表徵為研究對象而構成的數列，稱為屬性數列。例如人，統計報表是以性別、省籍、職業來分類。

4. 變量數列：以量的表徵作為研究對象而構成的數列，稱為變量數列，例如人口以年齡分類。（張果為）

次數分配及次數分配表

次數分配亦稱物量數列，經濟統計中如個人所得、財產所有分配、工資；人口統計中如年齡、身高、體重均可做物量之分析，求出次數分配，並繪次數表，以觀察其分配之規律。其程序有四：1. 序列 (array) 2. 分組 (classification) 3. 計算次數 (counting the frequencies) 及 4. 檢討分配 (inquiring of the distribution)。所謂次數分配表即一個數列的分配，以統計表格表示時，這種表叫次數分配表，此種表對於計算集中數、離勢功用頗大。（張果為）

一重、二重及多重分類表

一個統計必須有一觀察之主體，而視其時間的、空間的、或物性的變化，即做一種表徵的分析，如某地歷年人口出生表（統計群體：人口出生數；統計表徵：歷年），是為一重分類表。如欲進一步知其男女之別，即做出生的時間與性別兩個表徵的分析，是為二重分類表。倘除時間及性別外，更欲知其為本國人抑外國人，則增加一個國籍的分析標準，是為三重分類表，亦稱多重分類表。（張果為）

交叉及非交叉分類表

交叉分類表即是二重分類表或二重以上的分類表。每一個交叉分類表都可做成幾個分立的表，像這種分立的表即所謂非交叉分類表。舉例如下：
交叉分類表：

一九六一年某城成年人口按種族分類之學校教育表（單位：萬人）

教育水準	種 族		總 數
	白 種	黑 種	
未受教育	2,114	2,406	4,520
小 學	33,108	3,419	36,527

中 學	17,129	1,231	18,360
大 學	6,201	204	6,405
總 數	58,552	7,260	65,812

非交叉分類表：

(1) 一九六一年某城成年人口教育水準表

教育水準	人 數
未受教育	4,520
小 學	36,527
中 學	18,360
大 學	6,405

(2) 一九六一年某城成年人口按種族分類表（單位：萬人）

種 族	人 數
黑 種	7,260
白 種	58,552

（張果為）

統計圖 (Graphic Presentation, Statistical Graph)

統計圖即是將所搜集之資料加以整理而得的統計表，作圖以顯示其內容之一般；對於次數分配是否規律，有無法則可尋，以統計圖顯示較為明確；統計表之要旨，在將多數事實，構成有系統之表示，而統計圖則將此事實之意義，用適當之指事象形方法以顯示之；統計表之分析成分多於表現成分，統計圖則表現成分多於分析成分；統計表對於事實之說明較為精確，統計圖則能顯明趨勢，指示變遷，使無統計知識者亦能一目了然。統計圖有直方圖 (histogram)、次數多邊形圖 (frequency polygon) 及次數曲線 (frequency curve)。

(一) 直交坐標

直交坐標即做統計圖時，先劃出縱坐標及橫坐標，例如做歷年臺灣人口數之統計圖時，以橫坐標表示年別，以縱坐標表示人口數。

(二) 算術尺度：

算術尺度即統計圖之縱坐標與橫坐標皆採取自然度數，着重於絕對值的變動，相等數值用相等距離表示，故在度數上1與3之距離和8與10之距離相等，算術等差級數，繪製於算術度數紙上為一直線，因在此種數列上各連續值具有相等之差數。

(三) 對數尺度：

對數尺度即統計圖之縱坐標與橫坐標皆採取對數度

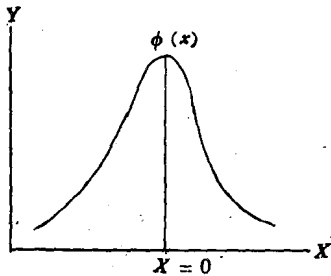
數，着重於比例的變動或相對的變動，等距離表示相等的比例。

四 對數及半對數圖紙

對數圖繪於對數圖紙上無零線或底線，因 $1=10^0$ ， $\log 1=0$ ，對數為零時，在對數格線上寫自然數則為一，相等上升或下降，表示相等之比例變化，又對數圖上相等傾斜度，表示相等之變化率；所謂半對數圖是橫軸用算術度數，縱軸用對數度數，所以半對數圖等距離表示比例相等；雙對數圖則在二軸上均用對數度數。

(五) 常態機率圖紙

以橫軸(X)表示變量，縱軸(Y)表示次數，將次數分配表繪於紙上，而形成一條左右完全對稱的曲線，此即所謂常態機率圖；常態曲線若寫成標準公式，則其縱坐標及面積可一次算出；且 $\phi(X)=\phi(-X)$ ，換言之，負的X值所生的縱坐標與正的X值所生的縱坐標完全相同，曲線在X=0時的最高縱坐標左右完全對稱，曲線之對稱乃以X=0時的縱線為中心。如圖：



(六) 勞倫斯曲線 (Lorenz curve)

經濟現象中分配乃一重大問題，經濟上雖未必以均等分配為一理想目標，但均等分配究為一理論境界，因為分配如果不平均必有礙於國民經濟的福利，所以治經濟學的入，每不能不知分配不均至如何程度，及其演變的情況，因此，統計上必須要有測定分配的不均程度之方法，而勞倫斯曲線法乃較優者；勞倫斯曲線是用來測定分配之偏態，坐標中之X，Y均化成百分數，並求出其累加百分數，然後繪入一正方形內，即可測定分配之偏態；假若X及Y的累加百分數如下表：

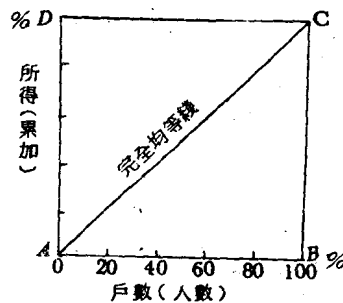
X	0	20%	40%	50%	60%	80%	100%
Y	0	20%	40%	50%	60%	80%	100%

則分配線為正方形的對角線，即成完全均等分配 perfect equality in distribution，此一直線稱為均等分配線 line of perfect equality。假如X及Y的累加百分數

如下表

X	0	20%	40%	50%	60%	80%	100%
Y	0	0	0	0	0	0	100%

則為完全不均等的分配 perfect inequality in distribution，而介於二者之間者，皆成一分配曲線，其與均等分配線所構成之面積，表示分配不均等之程度，此法首先由 Dr. M.O. Lorenz 提出，故稱曰 Lorenz 曲線（此法適用於任何分配）。

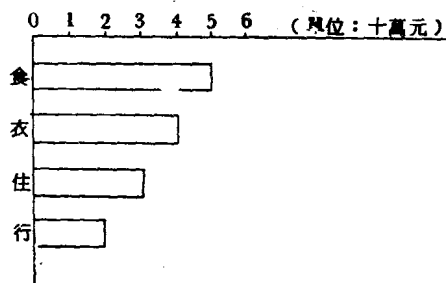


(七) 統計圖示

(1) 條形圖 (Bar chart)

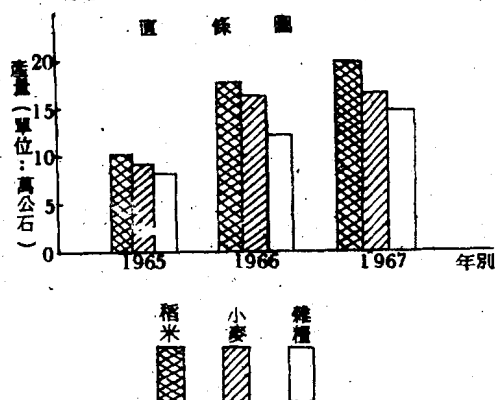
條形圖乃是以線之長度代表統計數量，線之長短比例，即表示統計數量之大小比例，惟線窄而意義顯出，一般皆將直線變成等寬之條狀，或虛心直線之圖形，仍以滿條之長短，代表事物數量之多寡，每一相等部分代表相等之數量，與直線圖完全相同，惟易於觀察及比較耳，但既以長度代表數量，則寬度必須相等；條形圖有橫條圖與直條圖之分，一般橫條圖用在次數數列，直條圖用在時間數列，舉例如下：

某地某年國民所得用於食衣住行的數額



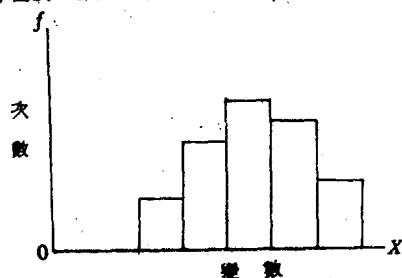
橫 條 圖

某地1965—1967之稻米、小麥、雜糧產量



(2) 直方圖 (Histogram)

直方圖是由長方形構成的圖，如下圖，每一個直方的高度，乃表示每一組距裏的次數密度；如果將各直方中位頂點聯結，則為次數多邊形圖。



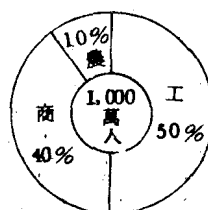
(3) 圓形圖 (Pie diagram)

圓形圖是將全圖分為若干瓣形，每一瓣形之大小，指示每一部分對於全體之比，其劃法是使全圖等於百分之一百，圖周分為 360° ，百分之一 $=\frac{360^\circ}{100}=3.6^\circ$ ，各瓣形大小之排列，普通由大而小，依照時針所走的方向；若比較數種圓形圖，則各瓣形之排列次序，各圖須求一致。

某地各種職業之人數表

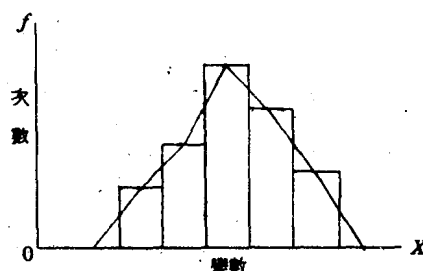
項目	人數 (萬人)	比例	度數
農	100	10%	36°
工	500	50%	180°
商	400	40%	144°
	1,000	100%	360°

某地各種職業之人數比較圖



(4) 線圖及次數多邊形圖 (Frequency polygon)

次數多邊形圖乃是將各直方之中位頂點相聯而成之角線圖，如下圖：



(5) 面積圖 (Surface diagram)

面積圖乃以面積之大小表示統計數量之多寡，普通多用圓、正方與長方三種圖式，表示數量之多寡方法，或以三者之大小不同圖式，或以三者之一圖式諸部分，互相比較，其方法大致相同，直方圖乃面積圖之特別形式，即須應用坐標法，而普通面積圖則無此必要。

(6) 帶形圖：

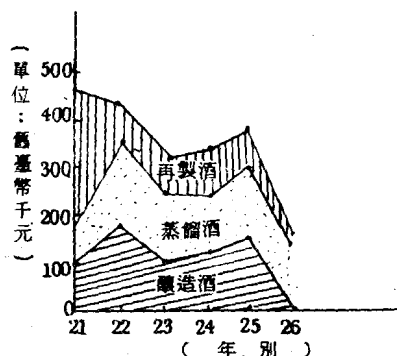
帶形圖乃用來表示一事物各成分及總體的時間變化。如下表所作成的圖：

民國二十一年至二十六年臺灣外國酒類銷售價值比較表 (單位：新臺幣千元)

年別	21		22		23		24		25		26	
	實值	累計	實值	累計	實值	累計	實值	累計	實值	累計	實值	累計
釀造酒	67	67	175	175	106	106	125	125	164	164	10	10
蒸餾酒	103	170	172	347	113	219	92	217	136	300	131	141
再製酒	289	459	96	443	89	308	112	329	72	372	15	156

資料來源：臺灣省五十一年來統計提要
P. 1060~1061

民國二十一年至二十六年臺灣外國酒類
銷售價值比較圖



(7) 盈虧圖

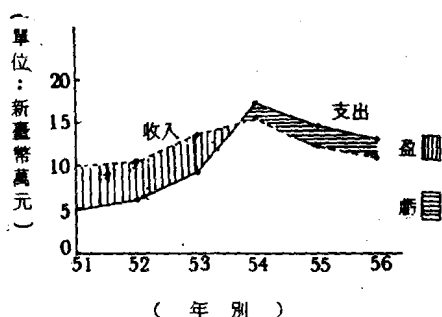
盈虧圖乃用來表示收入、支出兩數之差額變化。

假定某地民國五十一年至五十六年居民之收入及支出如下表：

某地民國五十一年至五十六年居民之收入
及支出比較表 (單位：新臺幣萬元)

年 別	51	52	53	54	55	56
收 入	10	11	14	16	12	10
支 出	5	6	10	17	15	13

某地民國五十一年至五十六年
居民之收入及支出比較圖



(8) 統計地圖 (Statistical map)

統計地圖乃就地理位置上表示統計事項，如人口、物產等之各地分佈等，用之者甚多。其表示數量之方法

，或以不同之顏色，或以斜線之疏密，或以點之大小及多少，或以顏色濃淡，或以釘、針、旗，插於地圖之上，或以各色電光，均無不可，惟釘、針、旗、電光等表示方法，乃適用於統計事項之隨時移動位置者。

(9) 象形圖

象形圖乃是為引人注意，而以實體圖形來表示。

(張果為)

族群和樣品

變值 (Variate)

某種事物性態的觀測值，每次所得不同，今用一定度量衡單位或計數法的數字表出，則該等數字都稱為變值。統計學中的變值一般都有其發生的機率或相對頻度，該等變值稱為隨機變數 (random variable) 在英美統計書籍中所用變值都指隨機變數。(葉樹蕃)

變數 (Variable)

變異的數量稱為變數，亦為變值的通稱，一般用 x 或 y 等表出，應用於自然科學即指某種事物的某種性能或狀態。例如中國成人身高為一變數，血壓的高低為另一變數。(葉樹蕃)

隨機變數 (Random Variable)

具有機率 (probability) 的變值，且該種變值在變域內的全機率等於一的，稱為隨機變數。在機率論中為樣品空間中任何點取得實值的可量函數。(葉樹蕃)

連續變值 (Continuous Variate)

變值在某限界內連續地作微量變化者稱為連續變值。如某地氣溫農作物收量等等，可以用度量衡或其他儀器測定的性態都是。(葉樹蕃)

分立變值 (Discrete or Integral Variate)

以計數測定的性態而用整數表出的變值稱為分立變值。有時指不連續值的集合。(葉樹蕃)

族群 (Population)

具有共通性質或在同一前提下所有變值個體的合集體 (aggregate)。古老的術語稱為宇宙 (universe)。(葉樹蕃)