

自动控制理论基础

李瑞棠 主编 张以杰 审校

(修订版)



西安电子科技大学出版社

自动控制理论基础

(修订版)

李瑞棠 主编

张以杰 审校

西安电子科技大学出版社

1996

8197
(陕)新登字 010 号

内 容 简 介

本书讨论线性连续控制系统、离散控制系统、非线性控制系统的基本原理和分析方法,包括经典分析法和状态空间分析法。全书共分八章:绪论;线性控制系统的运动方程和传递函数;控制系统的时间域分析;控制系统的频率域分析;控制系统的校正;离散控制系统;非线性控制系统;状态空间分析法。各章末附有习题。

本书可作为电子工程、信息工程、检测技术与仪器等专业高年级学生的教材,也可作为无线电、雷达、导航、电子对抗、通讯、仪表等专业的工程技术人员的参考资料。

自动控制理论基础

(修订版)

李瑞棠 主编

张以杰 审校

责任编辑 景 虹

西安电子科技大学出版社出版发行

西安电子科技大学印刷厂印刷

新华书店经销

开本 787×1092 1/16 印张 17 12/16 字数 420 千字

1986 年 12 月第 1 版 1992 年 9 月修订版 1996 年 5 月第 3 次印刷 印数 6 001—11 000

ISBN 7 - 5606 - 0193 - 6/TP · 0067

定价: 14.00 元

前 言

本书是 1986 年版《自动控制理论基础》的修订版。

本书可作为电子工程、信息工程、检测技术与仪器等专业高年级学生的教材，也可作为雷达、导航、通讯、电子对抗、仪表等专业工程技术人员的参考资料。作为教材使用时，教学时数为 54 学时左右。由于电子类各专业的学生在电子线路、信号与线性网络方面训练有素，书中的一部分内容，如第二章，可作为自学内容。

由于计算机（特别是微处理机）在控制系统中已广泛应用，书中加强了离散控制系统的讨论以及控制系统的计算机辅助分析、辅助设计的内容。书中还加强了对状态空间分析方法的讨论，为读者进一步学习现代控制理论打下基础。此外，在讨论基本理论时，结合电子工程中一些常见的例子进行分析，以便于理解。

修订版由李瑞棠主编，张以杰审校。

编者感谢西安电子科技大学电子工程系领导的支持以及自动控制教研室、工业自动化教研室同志们的帮助。

恳切希望读者对本书存在的缺点和错误提出指正。

编 者

1992 年 5 月

目 录

第一章 绪论

§ 1-1 开环和闭环控制系统	1
§ 1-2 控制系统的分类	4
§ 1-3 线性和非线性控制系统	5
§ 1-4 线性控制系统中的信号模型	8
§ 1-5 性能指标	11
一、稳定性	11
二、响应速度	12
三、精确度	13
§ 1-6 线性控制系统的研究方法	15
习题	16

第二章 线性控制系统的运动方程和传递函数

§ 2-1 引言	17
§ 2-2 相似系统和典型环节	18
§ 2-3 比较元件和敏感元件	23
一、角度传感器	24
二、速度敏感元件	27
三、温度、照度、湿度和压力敏感元件	28
§ 2-4 执行元件	28
一、他励式直流伺服电动机	29
二、二相异步电动机	31
§ 2-5 放大元件	34
一、晶体管伺服放大器	35
二、可控硅功率放大元件	36
三、放大电机	38
§ 2-6 变换元件	41
一、相敏检波器	42
二、极性调制器	43
§ 2-7 系统传递函数的计算	44
一、框图变换	44
二、信号流图变换	46
三、梅逊公式	49
§ 2-8 控制系统举例	50

一、小功率交流控制系统	50
二、中功率直流控制系统	51
习题	53

第三章 控制系统的时间域分析

§ 3-1 引言	57
§ 3-2 二阶系统	57
一、运动方程	58
二、运动方程的解	58
三、性能指标与系统参数的关系	60
§ 3-3 系统的稳定性	62
一、系统稳定性的定义	62
二、传递函数的极点与系统稳定性的关系	63
§ 3-4 稳定性的代数判据	65
一、饶斯 (Routh) 判据	65
二、霍尔维茨 (Hurwitz) 判据	68
§ 3-5 系统的暂态性能	68
§ 3-6 系统的稳态误差	71
一、稳态误差的终值	72
二、误差系数	74
§ 3-7 根轨迹法	76
一、根轨迹的基本概念	76
二、幅值条件和辐角条件	77
三、绘制根轨迹的法则	78
§ 3-8 时域分析法计算举例	83
§ 3-9 绘制根轨迹的计算机程序	87
一、程序使用说明	87
二、流程图 (见图 3-33)	89
三、程序清单 (见表 3-4)	89
习题	93

第四章 控制系统的频率域分析

§ 4-1 引言	97
§ 4-2 频率特性的几何表示	98
一、幅相特性—奈魁斯特 (Nyquist) 图	98

二、对数频率特性—波德 (Bode) 图	137
..... 99	
三、幅频特性与相频特性的对应问题—最小相位系统	139
..... 100	
§ 4-3 开环对数频率特性的绘制	140
..... 103	
一、单回路系统的开环对数频率特性	142
..... 103	
二、多回路系统的开环对数频率特性	143
..... 105	
§ 4-4 稳定性判断	144
一、辐角原理	145
..... 107	
二、用于幅相特性的奈魁斯特判据	146
..... 107	
三、用于对数特性的奈魁斯特判据	147
..... 111	
§ 4-5 稳定裕度	148
..... 112	
§ 4-6 闭环频率特性与系统的暂态性能	149
..... 114	
一、闭环频率特性的绘制	150
..... 114	
二、二阶系统的频率特性与暂态指标的关系	151
..... 117	
三、高阶系统暂态指标的近似计算	152
..... 119	
§ 4-7 稳态误差与噪声干扰误差	153
..... 119	
一、原理性稳态误差的计算	154
..... 120	
二、扰动的稳态误差	155
..... 120	
三、噪声干扰误差	156
..... 121	
§ 4-8 频率特性的计算程序	157
一、计算公式	158
..... 122	
二、流程图和使用说明	159
..... 124	
三、程序清单	160
..... 124	
习题	161
..... 126	
第五章 控制系统的校正	
§ 5-1 引言	162
..... 128	
§ 5-2 串联校正	163
一、比例-微分 (PD) 校正和导前网络	164
..... 130	
二、比例-积分 (PI) 校正和滞后网络	165
..... 133	
三、比例-积分-微分 (PID) 校正与复合网络	166
..... 135	
四、串联校正网络的选择	167
..... 137	
§ 5-3 反馈校正	168
一、速度反馈	169
..... 139	
二、加速度反馈	170
..... 140	
§ 5-4 顺馈校正	171
一、复合控制与不变性原理	172
..... 142	
二、对于输入信号的顺馈校正	173
..... 143	
三、对于扰动信号的顺馈校正	174
..... 144	
§ 5-5 系统校正举例	175
..... 145	
习题	176
..... 148	
第六章 离散控制系统	
§ 6-1 引言	177
..... 152	
§ 6-2 信号的采样与恢复	178
一、采样器	179
..... 154	
二、信号的恢复和采样定理	180
..... 156	
三、保持器	181
..... 156	
§ 6-3 Z 变换与 Z 反变换	182
一、Z 变换	183
..... 159	
二、Z 反变换	184
..... 162	
§ 6-4 离散系统的运动方程及其解	185
..... 165	
一、离散系统的运动方程	186
..... 165	
二、递推法解差分方程	187
..... 166	
三、Z 变换法解差分方程	188
..... 167	
§ 6-5 离散系统的脉冲传递函数	189
..... 168	
一、脉冲传递函数的计算	190
..... 168	
二、级联元件的脉冲传递函数	191
..... 169	
三、闭环脉冲传递函数	192
..... 170	
§ 6-6 Z 域分析法	193
一、稳定性分析	194
..... 172	
二、暂态性能分析	195
..... 174	
三、稳态误差计算	196
..... 177	
§ 6-7 数字控制系统的校正	197
一、连续化综合方法	198
..... 180	
二、Z 域根轨迹综合法	199
..... 182	
§ 6-8 最少拍、无波纹系统综合	200
..... 184	
一、最少拍系统综合	201
..... 184	
二、最少拍无波纹系统的综合	202
..... 189	
习题	203
..... 190	
第七章 非线性控制系统	
§ 7-1 引言	204
..... 194	

§ 7-2 非线性系统的线性化分析法	195	统的状态方程	230
§ 7-3 描述函数分析法	197	§ 8-3 连续系统状态方程的解法	234
一、描述函数法的基本概念	198	一、时间域解法	234
二、几种非线性特性的描述函数	198	二、复频域解法	236
三、用描述函数分析系统的稳定性	201	§ 8-4 矩阵指数的性质和计算方法	239
§ 7-4 相平面分析法	203	一、矩阵指数的性质	239
一、相迹的概念	203	二、矩阵指数的计算方法	240
二、非线性系统的相迹	205	§ 8-5 离散系统的状态空间分析	245
三、相迹的绘制方法	207	§ 8-6 能控性和能观测性	253
四、由相迹图求时间响应	210	一、能控性	253
五、非线性系统分析举例	210	二、能观测性	255
§ 7-5 用李亚普诺夫直接法研究系统的稳定性	212	三、离散系统的能控性和能观测性	257
一、李亚普诺夫稳定性定义	212	四、最小实现	259
二、李亚普诺夫稳定性判断方法	213	五、不能控和不能观测系统的分解	261
习题	216	§ 8-7 状态变量反馈	262
第八章 状态空间分析法		§ 8-8 状态观测器	266
§ 8-1 引言	218	一、开环状态观测器	266
§ 8-2 状态方程的列写方法	222	二、闭环渐近状态观测器	267
一、由运动方程式列写状态方程	222	习题	271
二、由传递函数列写状态方程	225	参考文献	276
三、线性时变系统和多输入-多输出系			

第一章 绪 论

在和大自然的斗争过程中，人类不断地发明和创造出各种生产工具，随之也就产生了各式各样的操纵、调节和控制的问题。例如一个原始人骑着一段树干渡河，这就出现了怎样控制树干的漂流方向和速度的问题。一开始，他只会利用他自己的手、脚的划动和眼睛观察，紧张思索和用尽力气，才能使自己安全穿过激流，到达彼岸。逐渐人类创造出了独木舟、桨和舵等。这不仅大大地减小了人们的体力劳动，同时也提高了人们对船只的航速，航向的控制能力和控制效果。但是，在穿越险滩时，舵手的劳动仍然是十分紧张和艰巨的。能否进一步改善呢？多少年来，人类一直在探索、研究各种“自动机”、自动控制理论和方法，并取得了巨大的进展。时至今日，原始人的简陋的生产工具早已被复杂的机器设备所取代，控制对象也发展成为巨大的系统和繁杂的生产过程，从而对自动化以及自动控制理论和方法提出更多更高的要求。同时，自动控制理论和方法的应用范围也越来越加广泛，不仅适用于一般工程技术学科，而且也推广应用于生物学、医学以及社会科学各部门。另一方面，科学技术的发展，特别是近代数学和电子计算机的迅猛发展，也大力推动了控制理论的发展并形成一新的体系：现代控制理论。

但是尽管如此，古典的控制理论与方法，仍然广泛应用于各种工程技术系统，而反馈控制和稳定性理论等，也仍然是现代控制理论的基础和重要组成部分。因此，在本书中，古典控制理论与方法仍然占相当大的比重。对现代控制理论的基本问题和方法本书也加以介绍，为读者进一步深入学习现代控制理论打下初步的基础。

§ 1-1 开环和闭环控制系统

图 1-1 所示是一种应用十分广泛的位置控制系统，它的作用是将控制对象（负载），如图中所示的雷达天线，或其它如火炮炮座、发射架、轮舵或车床刀架、加工物等，从一个位置转到另一个位置。利用这一系统，操纵员或工人只要轻轻地转动一个电位器的旋臂，改变其输出电压的大小和极性，再通过放大器进行电压和功率放大后，就可以使电动机启动或停转，或以某一指定转速正向或反向旋转，将负载从一个位置转向另一个位置。

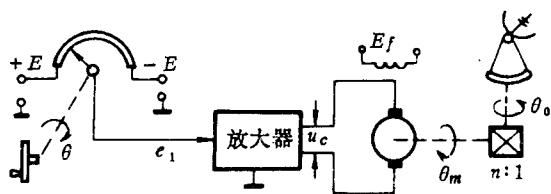
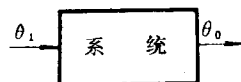


图 1-1 位置（开环）控制系统

如果将期望负载转到的位置 θ_1 作为系统的输入控制信号，经系统作用后负载真正转到的位置 θ_0 作为系统的输出响应，那么从信息传输观点来看，在这种系统中只存在一条传递控制作用的前向通道：电位器（旋臂）→放大器→电动机→减速器→天线（负载），而没有其它专门的反向通道，将系统的输出，也就是负载真正转到的角度 θ_0 ，再反馈到系统中。因此，这种系统称为开环控制系统。

通常,将开环系统用图 1-2 所示的框图来表示。中间的框图,表示系统自输入轴起到输出轴为止的全部设备,包括控制对象(负载)在内。



开环控制系统的优点是结构简单,容易实现,能完成各种控制信号,如力矩等的放大、能量转换以及遥控等作用。日常这种系统应用最为广泛,简单的如各种手动开关、人工调整和调谐装置等都属于这一类型。

但是,由于在这种系统中,没有将系统的输出,也就是所得的控制效果反馈回来,也和系统的输入,也就是希望能获得的控制效果——控制作用进行比较,因此,对于实际上获得的效果和期望值之间是否存在差异,系统本身是不具有任何识别和判断能力的。因此,在这种系统的工作过程中,尤其是这一类位置控制系统中就离不开“人”,它需要由“人”直接或通过一定的仪表去监视系统的输出,并不断地进行比较和判断,看是否要对系统的工作情况进行必须的校正。从这个意义上来说,这种系统不能称为是“自动”的,而且它的应用范围也受到很大的限制。

以上述天线位置控制系统为例来说明这一问题:假如要求把天线从原来的指向转动 90° ,这时操纵员必须一方面转动旋臂使天线转动,另一方面又要从天线位置指示器上注意观察天线已转到的位置数据,当天线快转够 90° 时,操纵员就要根据自己的经验,判断是否应当转回旋臂,使加在电动机枢上的电压回复到零,让电动机和天线凭藉自身的惯性继续转动到 90° 处。当天线停止转动后,操纵员还需再次观察天线的转角是否正确,并判断是否需要再次转动旋臂使天线继续向前转或倒转,以使天线转到所要求的 90° 处。由此可见,系统的工作精度和速度,在很大程度上将取决于操纵员的熟练程度和工作条件。

很显然,若要求天线的指向能连续不断地、精确地跟随目标迅速运动,这种开环控制系统就完全不能胜任了。

除此之外,由于外界因素的影响,例如由于风力扰动或机械震动,使天线自原来的指向偏开时,这种开环控制系统本身也不具有使天线自动返回原来位置的能力。

为了要实现对天线的位置控制,多采用原理上与图 1-3 所示相类似的闭环控制系统。

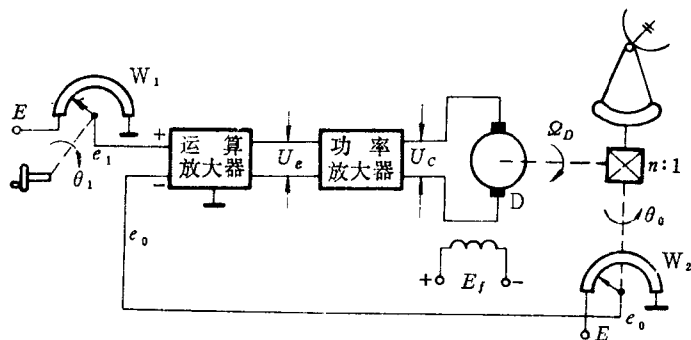


图 1-3 位置(闭环)控制系统

由图可见,在这个系统中,采用了一对同类型的线性电位器 W_1 和 W_2 , 其中 W_1 的旋臂和控制手轮相联,它的作用是把手轮的转角 θ_1 转换为一个电压信号 $e_1 = K_1 \theta_1$; 另一个电位器

W_2 则安置在天线座上, 它的旋臂和天线的方位转轴或俯仰转轴相联, 用来将天线的方位角或俯仰角 θ_0 转换成另一电压信号 $e_0 = K_0 \theta_0$ 。这两个电压分别加在运算放大器的两个极性相反的输入端上, 相互进行比较。如果天线的转角位置和手轮的转角位置不符, 则运算放大器的输出端将出现一个误差电压

$$U_e = K_e(e_1 - e_0) = K_e K_1(\theta_1 - \theta_0) = K_e K_1 \theta_e \quad (1-1)$$

它的数值大小比例于两个角度之差 θ_e (误差角) 的大小, 极性的正负则视天线转角 θ_0 是小于或大于手轮转角 θ_1 而定。这个误差电压经过放大器进行电压和功率放大后, 加在驱动电动机的电枢两端, 使之拖动天线向减小误差的方向转动。当天线转到和手轮旋转的角度相同时, 即当 $\theta_0 = \theta_1$ 时, 误差电压 U_e 减小为零, 电动机电枢电压 U 亦随之减小为零, 天线也就停止下来。这样, 在工作中, 操纵员只要把手轮转到所需的角度的, 天线就自动地也转到相同的位置。并且, 当手轮固定在一个位置, 天线由于受外界因素的影响而偏离原来的对应位置, 使 $\theta_0 \neq \theta_1$ 时, 在运算放大器的输出端也会出现一个误差电压 U_e , 从而使天线重新转回原来的对应位置。

与开环控制系统相比, 可以看出, 这个系统的主要特点是增加了一个反馈支路, 用来将连续检测到的系统的输出 (天线转角 θ_0) 反馈到系统的输入端, 并使之与系统的输入 (手轮转角 θ_1) 相比较, 从而构成了一个闭合回路, 因此, 通常称之为闭环控制系统。

明显可见, 上述的反馈是一种负反馈, 因此这种系统又称为负反馈控制系统。正是由于引入了负反馈支路, 从而用一些元件和线路代替了操纵员在开环系统中所起的观察和检测系统的输出、并使之与系统输入控制信号相比较的作用。这不仅大大地减轻了操纵员的劳动强度, 而且也减小了系统工作质量对操纵员熟练程度的依赖关系, 从而大大地提高了系统的工作精度、响应速度和可靠性。

正是基于这种情况, 所以通常称闭环控制系统为自动控制系统。

今后为讨论方便起见, 将采用图 1-4 所示的框图来表示闭环控制系统。图中, 将系统中起测量和比较作用的元件和线路用符号 $\rightarrow \otimes \rightarrow$ 来表示, 而将系统中的其它元件和线路 (包括系统的负载-控制对象在内), 统统用一个方框来表示, 并称之为控制器, 或系统的开环部分。

加在系统输入端的控制作用, 也就是系统的输入信号, 用函数 $f(t)$ 来表示; 被控制对象对这一信号的响应, 也就是系统的输出信号, 用函数 $x(t)$ 来表示。这两个信号之差, 也就是比较元件的输出

$$e(t) = f(t) - x(t) \quad (1-2)$$

则称为系统的误差信号, 或简称为误差或偏差。

从这个框图中可以清晰看出, 加在系统控制器输入端的不是外加的控制信号 $f(t)$, 而是它和系统输出信号 $x(t)$ 的差值 $e(t)$, 也就是系统的误差信号。为此, 有时也将这种系统称为误差控制系统。

除此之外, 在系统外部和系统内部, 总是不可避免地存在有一些不规则的干扰和噪声, 这里统用函数 $n(t)$ 来表示。这些干扰和噪声, 可能是混杂在输入信号中, 一同作用在系统

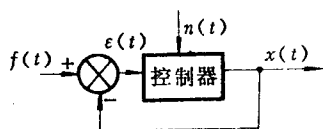


图 1-4 闭环系统原理框图

的输入端；也可能直接作用在系统中某一个或某几个元件上。例如在雷达天线位置控制系统中，随气象条件而随机变化的风负荷，就是直接加在系统输出轴上的干扰。

在位置控制系统中，例如在上述的天线位置控制系统中，系统的输入和输出信号，往往是一些机械转角，因此，今后也常用 θ_1 、 θ_0 和 θ_e 来分别表示系统的输入、输出和误差信号。这时，式 (1-2) 应改写为

$$\theta_e(t) = \theta_1(t) - \theta_0(t) \quad (1-3)$$

框图中的箭头是用来表示系统中与控制作用有关的信号的流通方向的。它表明系统的输入控制作用只能沿箭头所指方向，通过比较元件和控制器去影响系统的输出。

此外，一般说来，控制系统总是要对输入信号进行加工，例如放大，运算和变换等，而且总是伴随有一定的能量变换。因此，系统中除具有各种无源元件之外，也必然具备有各种有源元件，如图 1-3 中的放大器和电动机等。

综上所述，我们可以定义：所谓自动控制系统，就是一种有源的，动作具有一定方向性的，闭环动力学系统。

§ 1-2 控制系统的分类

通常，根据控制系统的作用和输入信号的特点，可将系统分为以下三种类型。

1. 自动稳定系统（自动调节或自整定系统） 这类系统的输入信号在一段时间内一般为常量，称为基准（或参考）信号，系统的作用在于使输出量不受外界其它因素的影响而保持恒定。常见的各种反馈式稳压、稳流、稳速设备，温度自动调节设备，无线电接收设备中的自动频率微调、自动增益控制系统，锁相系统，各种天线座稳定平台系统，都属于这一类型。图 1-5 所示的烘箱温度控制系统就是一个自动稳定系统的实例。

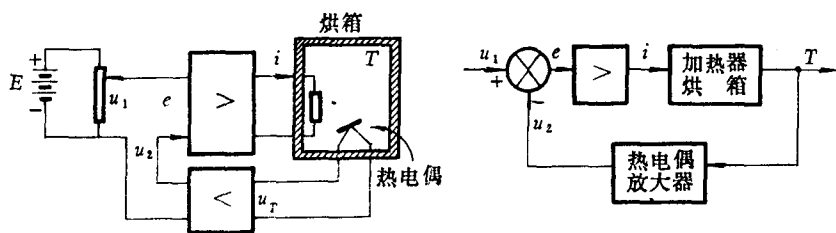


图 1-5 温度控制系统原理图及框图

如图所示，根据对烘箱温度的要求（期望值），事先由电位器装定一个相应的电压值 u_1 ，作为系统的输入信号。烘箱的实际温度 T （受控信号）可以由热电偶进行测量，热电偶的输出电压 u_r 正比于烘箱温度 T 。 u_r 经放大后成为反馈信号 u_2 ，误差信号 $e = u_1 - u_2$ ，经功率放大后给加热器提供了相应的电流，使烘箱温度达到期望值。如果环境温度变化或其它因素影响，使烘箱温度偏离期望值，例如低于期望值，则 u_r 和 u_2 将有所下降，因而使误差电压 e 和加热器电流 i 相应增大，从而又使烘箱温度回升。如此，系统自动调节，使烘箱内保持在指定的温度值。

2. 程序控制系统 这类系统的输入信号是一事先安排好的确定型时间函数，系统的作

用在于保证受控对象严格按照这一规定的程序进行工作。在一般工业控制系统中,这类系统应用十分广泛。

图 1-6 所示的数控机床系统就是一个程序控制系统。根据对工件的加工要求,事先编制出控制程序,作为系统的输入量送入计算机。与刀具架连接在一起的传感器,将刀具的位置信息变换为电压信号,再经过模-数转换器变为数字电压信号,作为反馈信号送入计算机。计算机将输入信号与反馈信号进行比较,得到误差信号,它反映了刀具实际位置对于期望位置的偏离。计算机还要完成指定的数学运算,使系统有更高的工作质量。计算机输出的数字信号被转换为模拟电压,经功率放大之后去驱动电动机,带动刀具按期望的规律运动。图中的测速电机反馈支路是用来改善系统性能的。

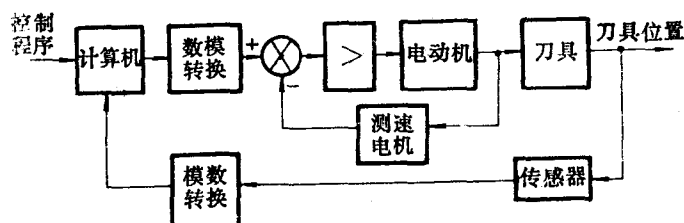


图 1-6 数控机床原理图

3. 随动系统(伺服系统) 它的输入信号是个随工作情况和要求而变化的时间函数。系统的作用在于使它的输出能及时而准确地跟随它的输入而变。这是一种应用最广泛的自动控制系统,例如各种自动跟踪系统都属于这一类型,§ 1-1 中所述的天线位置控制系统就是一例。广义来说,前面所述的两种系统,尤其是程序控制系统,可以算为它的一种特例。

§ 1-3 线性和非线性控制系统

在以下几节中,我们将对本书要讨论的自动控制理论作一概括的简介。任何科学理论都是为了指导实践,并在实践中得到检验。自动控制理论的基本任务也正在于寻求一个最完善的设计自动控制系统的的方法。为了达到这个目的,首先必须研究自动控制系统的性能分析方法;研究系统的各种结构形式以及各个组成元件的特性和参数对系统性能的影响;研究系统性能的改善方法和途径。然后,在分析所得到的各种结果的基础上,归纳出自动控制系统的综合设计方法,其中包括如何根据使用要求和实现条件拟定系统的基本结构形式;如何选择元件和决定它们的参数与工作状态;如何安排各种用来改善系统性能的校正装置和线路等。最后,自动控制理论,作为一门技术科学,还应当解决各个元件、部件乃至整个系统的性能测试和模拟的问题,借以检验设计的结果是否满足要求。

在分析研究自动控制系统的性能时,如同研究一般的网络或动态系统的问题一样,往往可以把问题简化为寻求系统对某一个或一组输入作用的输出响应问题。在这种情况下,我们可以将系统看作是一个信号转换装置,并用一个方框来表示它,如图 1-7 所示。系统的性能则由输入信号 $f(t)$ 和输出信号 $x(t)$ 之间的关系式来描述。这一关系式

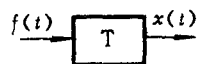


图 1-7 信号转换装置

即称为系统的数学模型或运动方程式。

从数学的观点来看,这相当把系统当作一个运算符 T ,它将函数 $f(t)$ 变换为函数 $x(t)$,即 $x(t) = T\{f(t)\}$ 。从这一观点出发,我们可以将系统分为两大类:线性系统(线性算子)和非线性系统(非线性算子)。具体来说,任何系统,只要它具有下列线性运算性质,就是一个线性系统。反之,就是非线性系统。

1. 均匀性 系统对输入 $f_1(t)$ 的响应为 $x_1(t)$,而它对 $af_1(t)$ 的响应则为 $ax_1(t)$,其中 a 是任意常数。

2. 重叠性 系统对输入 $f_1(t)$ 的响应为 $x_1(t)$,对输入 $f_2(t)$ 的响应为 $x_2(t)$,而它对输入 $f(t) = f_1(t) + f_2(t)$ 的响应则为 $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ 。

以上两种性质可合并写作:任意系统,只要它对输入 $f_1(t)$ 的响应为 $x_1(t)$;对输入 $f_2(t)$ 的响应为 $x_2(t)$,而它对输入

$$f(t) = a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t) \quad (1-4a)$$

的响应为

$$x(t) = a_1 x_1(t) + a_2 x_2(t) \quad (1-4b)$$

其中 a_1 、 a_2 为任意常数,则该系统即为一线性系统。

应当指出,实际系统的输出或输出端状态,不仅和系统的输入信号有关,而且往往和系统的起始状态(起始条件)有关。因此,当考虑到起始状态的影响时,上述线性条件应改写为:若一系统的输出能分离为(可分性)两部分,即

$$x(t) = x_f(t) + x_0(t) \quad (1-5)$$

其中 $x_f(t)$ 是系统在零起始状态下对输入信号 $f(t)$ 的响应,称为零状态响应; $x_0(t)$ 是在输入信号为零时,由系统内部的起始状态而形成的响应,称为零输入响应;并且,若系统的这两部分响应分别满足均匀性和叠加性,则系统就是线性的。反之,就是非线性的。

线性系统的运动方程式(输入-输出关系式)是线性代数方程、线性微分方程或线性差分方程(或状态方程组)。如前所述,自动控制系统是由许多不同元件组成的动态系统,其中除个别理想化的放大和比较元件的输入-输出关系式可用代数方程来描述之外,其它各种元件多少总具有一定的惯性。它们的输出不仅与当前的输入有关,而且与以往的输入也有一定的关系。换言之,这些元件多少具有一定的记忆能力。从今后的讨论中可看出,这类元件的输入-输出关系要用微分-积分方程来描述。因此,连续的线性系统,也就是输入、输出以及在系统中所传输的信号均是时间的连续函数的系统,它们的运动方程,在单输入-单输出情况下,总是一个线性微分方程:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n x}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dx}{dt} + a_0 x \\ = b_m \frac{d^m f}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} f}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{df}{dt} + b_0 f \end{aligned} \quad (1-6)$$

方程的阶数和系数,完全取决于系统的结构和所采用的元件的特性和参数。并且,对于一般物理可实现系统来说,总有 $n \geq m$ 。

如果元件的参数都是不随时间而变化的常量,则方程式中的各个系数也都是常数,即系统的运动方程式是一个常系数线性微分方程。这种系统称为线性时不变系统,简称线性定常系统。这类系统的特征是:若系统对输入 $f(t)$ 的响应为 $x(t)$,则对输入 $f(t-\tau)$ 的响

应为 $x(t - \tau)$ 。本书将着重研究这种系统的性能分析和综合问题。

如果系统的组成元件（即使仅仅只是一个元件）的参数随时间而变化，则上述方程的参数之中，有些将也是时间的函数。如此，系统的运动方程将是个变系数微分方程。这种系统称为变系数线性控制系统，简称为线性时变系统。

还有一些常见的控制系统，其中除了上述线性元件之外，还接有采样开关元件 K ，它的输入信号 $f_1(t)$ 是时间的连续函数，但其输出却是一串脉冲采样信号 $f_1^*(t)$ ，如图 1-8 所示。这时，系统中某些部分所传递的信号在时间上是断续的离散值。因此，称这种系统为离散控制系统或采样控制系统。

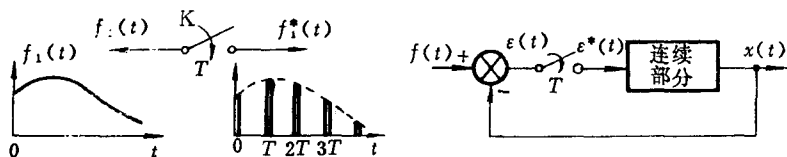


图 1-8 脉冲元件和离散控制系统

图 1-9 所示是接有数字计算机的控制系统的一种结构形式。在这一系统中，输入控制信号 $f(t)$ ，反馈信号 $b(t)$ 和误差信号 $e(t)$ 是时间上连续的模拟信号。系统中的模/数转换器将连续的模拟信号 $e(t)$ 变换为计算机能接受的、时间上离散的数字序列 $e^*(t)$ 后，进入计算机中进行加工处理，然后又经数/模转换器将计算机输出的数字信号 $c^*(t)$ 转换为后级由模拟器件组成的控制器能接受的、时间上连续的模拟信号 $u(t)$ 。由此可见，这也是一种离散系统。目前，由于数字计算机的应用越来越广泛，因此计算机控制系统也就越来越重要。

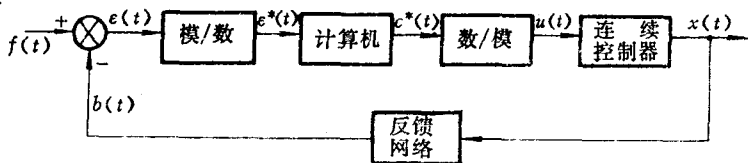


图 1-9 计算机控制系统

离散系统的运动方程是一差分方程。如果系统的输入和输出信号之间呈线性关系，则这个差分方程也是线性的。

若一个系统中除了线性元件之外，还接有参数随输入信号的大小而变化的非线性元件，例如继电器、饱和放大器以及限幅器等，则系统的运动方程将是一个非线性微分方程。这类系统则称为非线性控制系统。图 1-10 所示的锁相系统就是一例。

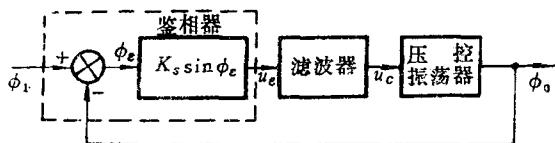


图 1-10 锁相系统

对于这个系统，输入是基准振荡的相位 ϕ_1 ，输出是压控振荡的相位 ϕ_0 。系统的比较元件是鉴相器，它的输出误差电压 u_e 不是和两个振荡的相位差 $\phi_e = \phi_1 - \phi_0$ 成正比，而是与 ϕ_e 成

正弦关系, 即

$$u_e = K \sin \phi_e \quad (1-7)$$

由此可见, 这一元件的输入-输出关系不满足线性条件, 它是一个非线性元件, 因此整个系统将是一个非线性控制系统。

在今后的讨论中将证明, 一般的锁相系统的误差信号 ϕ_e 和输入信号 ϕ_1 之间的关系式为

$$T \frac{d^2 \phi_e}{dt^2} + \frac{d\phi_e}{dt} + K \sin \phi_e = T \frac{d^2 \phi_1}{dt^2} + \frac{d\phi_1}{dt} \quad (1-8)$$

很明显, 它不满足线性条件, 而是一个二阶非线性微分方程, 其中的系数 T 和 K 分别是系统中的滤波器时常数和系统的增益系数。

严格说来, 理想的线性元件是不存在的, 一般元件的参数多少会随着加在它们上面的信号的大小而有些变化。以最普通的 RLC 网络为例, 其中电阻的阻值多少会随温度而变化, 因而 R 将随流过它的电流 i 的大小而变。电感铁心的导磁率也随电流变化, 而电容的容量也多少随加在电容器两端的电压有所改变。因此, 严格说来, 这个网络也是个非线性电路。除此之外, 在一般的系统中, 即使元件是线性的, 但是工作中总不可避免存在着一些非线性因素的影响, 例如传动机构中的齿隙、游隙和磨擦等, 总是很难完全消除的。

但是, 由于目前对非线性系统的分析和综合还缺乏较完整而又实用的方法, 另一方面, 除了特别的本质非线性元件之外, 一般的元件, 只要输入信号不过大或过小, 通常总是工作在它们的特性的准线性部分, 从而可以把它们近似看成是线性元件。因此, 由这类元件所组成的系统, 在正常的工作状态下, 也就可以近似地看作是线性的。这样, 从工程计算观点来看, 分析的不精确度是可以容许的, 而另一方面, 分析的方法与步骤却大大地简化了。

在本书中, 将着重研究线性时不变控制系统的分析和综合方法, 至于非线性控制系统的性能分析问题, 只是在第七章中作一概略的介绍, 而不多作讨论。

§ 1-4 线性控制系统中的信号模型

在研究自动控制系统的性能时, 首先要解决以下几个问题:

- (1) 计算与测定控制对象、系统元件的特性和参数, 建立系统的数学模型;
- (2) 计算与测定输入控制作用和干扰的特性, 列出它们的数学表达式, 也就是建立系统的输入信号模型;
- (3) 规定系统的性能指标。

应当指出, 以上三个任务是密切相关的, 而其中最关键, 同时往往也是最困难的一步就是建立系统的数学模型问题, 因为它不仅和系统结构、元件参数、控制对象特性以及运行方式有关, 而且还涉及研究或工程实践中的允许近似的程度和可能拥有的计算和测试手段。因此, 一般说来, 建模者必需对系统有足够的了解和实践工作经验。在本书的第二章中, 将主要通过一些实例, 对系统建模方法作一些原理性的介绍。

在本节中将着重讨论第二个问题, 最后一个问题将在下一节中再研究。

自动控制系统中的信号, 如同在其它信息传递和加工系统中的一样, 可分为两大类, 一类是确定型信号, 另一类是不确定型信号。前一类信号可以用一时间的显函数来描述, 例

如 $f(t) = A \sin \omega t$, $\delta(t)$, $U(t)$, $at + b$, $at^2 + bt + c$, $A \sin \Omega t \cos \omega t$ 等。这类信号在每一个指定的时刻都具有一定的确定值。反之, 不确定信号不能用时间的确定型显函数来描述, 因为在这类信号的特征中总是或多或少包含有一些不确定的偶然因素。例如, 各种干扰和噪声, 多是由各种偶然因素所引起的, 它们属于随机过程, 应当用时间的随机函数来描述。

在本书中, 为讨论简便起见, 认为系统的输入控制信号是时间的确定型函数。今后, 除特别指定的信号之外, 一般均用函数 $f(t)$ 来表示。

此外, 在研究自动控制系统的性能时, 特别是研究随动系统的性能时, 往往选用下列几种时间函数作为系统的典型输入信号。

(1) 单位阶跃函数 $U(t)$ (如图 1-11 所示)。

$$\left. \begin{aligned} U(t) &= 0, & t < 0 \\ U(t) &= 1, & t > 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-9)$$

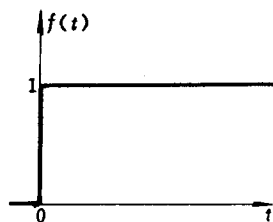


图 1-11 单位阶跃函数

在天线位置控制系统中, 这相当将控制手轮突然旋转一个单位角度, 因此又称为位置控制信号。这种信号起始变化十分迅速, 对于系统来说可以算是最不利的一种输入形式。

(2) 斜线函数 $AU(t)$ (A 为任意常数, 如图 1-12 所示)。

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= 0, & t < 0 \\ f(t) &= At, & t > 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-10)$$

对于天线位置控制系统来说, 这相当使控制手轮均匀地等速转动, 因此又称为速度控制信号 (速度阶跃信号)。

(3) 抛物线函数 $f(t) = At^2U(t)$ (A 为任意常数, 如图 1-13 所示)。

$$\left. \begin{aligned} f(t) &= 0, & t < 0 \\ f(t) &= At^2, & t > 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-11)$$

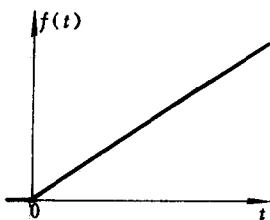


图 1-12 斜线函数

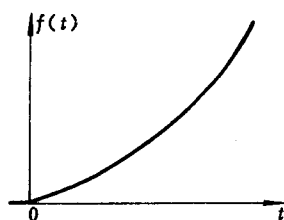


图 1-13 抛物线函数

在天线位置控制系统中, 这相当是使控制手轮以等加速度旋转, 因此又称为加速度控制信号 (加速度阶跃信号)。

(4) 脉冲函数和冲击函数 (如图 1-14 所示)。

$$\left. \begin{aligned} f_{\Delta\tau}(t) &= 0, & t < 0, t > \Delta\tau \\ f_{\Delta\tau}(t) &= \frac{1}{\Delta\tau}, & 0 < t < \Delta\tau \end{aligned} \right\} \quad (1-12)$$

这相当在天线位置控制系统的手轮上加入脉冲式的扰动。

冲击函数又称为狄拉克 (Dirac) 函数, 一般记作 $\delta(t)$, 可以不严格地将它看作是脉冲

函数在 $\Delta\tau$ 趋向于零时的极限, 即

$$\left. \begin{aligned} \delta(t) &= \lim_{\Delta\tau \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\tau}, & 0 < t < \Delta\tau \\ \delta(t) &= 0, & t < 0, \quad t > \Delta\tau \end{aligned} \right\} \quad (1-13)$$

也就是说, 除在 $t=0$ 处之外, 处处为零; 在 $t=0$ 处取值为无穷大, 而面积为 1, 即

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (1-14)$$

通常用一长度为 1 的带箭头的短线来表示, 如图 1-14 (b) 所示。

很明显, 在实际工作中是不会出现这种控制信号的。但是, 引入这种信号后却可以在研究很多技术问题得到极大的方便。

(5) 正、余弦函数和指数函数。

图 1-15 所示是一余弦函数

$$f(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad (1-15)$$

的波形图。由图可见, 它和以上提到的几种在 $t < 0$ 时函数值恒为零的单边函数 (因果函数) 不同, 它是周期性的, 在 $t < 0$ 时并不恒等于零。这意味着当我们研究一个系统对于这种信号的响应时, 总是认为它在我们开始研究之前, 早已被加在系统中了。因此, 一般又称这种信号为稳态信号。

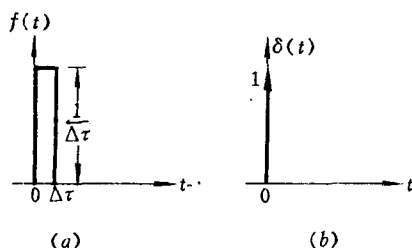


图 1-14 脉冲函数和冲击函数

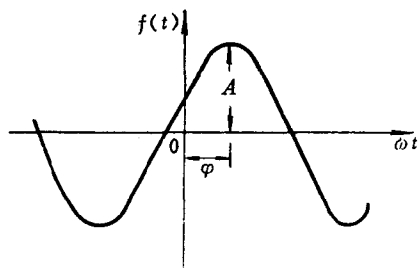


图 1-15 余弦函数

根据欧拉 (Euler) 公式, 可以将一余弦函数写作

$$A \cos \omega t = \frac{A}{2} (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \quad (1-16)$$

今后为研究方便起见, 多采用指数函数 $e^{j\omega t}$ 来代替正、余弦函数。

如同冲击函数一样, 虽然在实际工作中遇到这类形式的输入信号不多, 但是从分析方法上来说, 特别是在频率域分析法中, 它却是最重要和最基本的输入信号。

以上五类典型信号, 虽然不能概括系统的一切输入信号, 但却是最经常采用的。并且, 由于系统是线性的, 因此可以将那些不能直接用这五种典型函数来描述的信号, 看做是很多冲击函数或正弦、余弦、指数函数之和, 然后借助于重叠原理来求出系统的总响应。如此就可以使在分析问题避免数学上的困难。因此, 从工程实践观点来说, 采用这五类典型输入是恰当的。

以上讨论的信号都是时间的连续函数 (δ 函数除外)。在采样和计算机控制系统中, 我们还将碰到要用时间的不连续函数来描述的采样信号