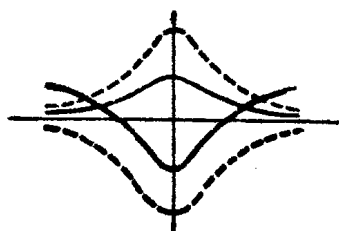


代数及三角习题汇编

Е. С. 伯萊藏斯卡婭 著
Ф. Ф. 那基 宾



人 民 教 育 出 版 社

俄罗斯苏维埃联邦社会主义共和国
教育部批准

教师参考書

代数及三角习题汇编

中学八至十年級适用

E. C. 伯萊藏斯卡婭 Ф. Ф. 那基宾著

赵慈庚译

人民教育出版社

本書所集代数和三角的习题,大部分是供課堂上口頭練習用的。通过本書的习题,可使學生掌握代数和三角中的基本概念以及这些概念間的联系。由書中所集的习题还可更明确地理解苏联对于高中學生在代数和三角中的要求。因此,这書可供教師的参考,并且可以作为补充教材。

*

Е. С. БЕРЕЗАНСКАЯ И Ф. Ф. НАГИБИН

СБОРНИК ВОПРОСОВ
И УПРАЖНЕНИЙ ПО АЛГЕБРЕ
И ТРИГОНОМЕТРИИ
УЧПЕДГИЗ * 1955

本書根据俄罗斯苏維埃联邦社会主义共和国教育部教育出版社
一九五五年莫斯科俄文版譯出

*

代数及三角习题汇编

(苏联) 伯萊薩斯卡經 著
那 基 賓

赵 慈 庚 譯

北京市书刊出版业营业許可証出字第2号

人民教育出版社出版

北京景山东街

新华书店发行 北京市印刷一厂印刷

統一書号:7012·48

字数:129千

开本:850×1168 1/32 印張:5 3/16

1953年11月第一版 1957年4月第二版

1957年10月第四次印刷

130,001—140,000册

定价(6) 0.55 元

俄罗斯苏维埃联邦社会主义共和国
教育部批准

教师参考書

代数及三角习题汇编

中学八至十年級适用

Е. С. 伯萊藏斯卡婭 Ф. Ф. 那基宾著

赵 慈 庚 譯

人民教育出版社

本書所集代数和三角的习题,大部分是供課堂上口頭練習用的。通过本書的习题,可使學生掌握代数和三角中的基本概念以及这些概念間的联系。由書中所集的习题还可更明确地理解苏联对于高中學生在代数和三角中的要求。因此,这書可供教師的参考,并且可以作为补充教材。

*

Е. С. БЕРЕЗАНСКАЯ И Ф. Ф. НАГИБИН

СБОРНИК ВОПРОСОВ
И УПРАЖНЕНИЙ ПО АЛГЕБРЕ
И ТРИГОНОМЕТРИИ
УЧПЕДГИЗ * 1955

本書根据俄罗斯苏維埃联邦社会主义共和国教育部教育出版社
一九五五年莫斯科俄文版譯出

*

代数及三角习题汇编

[苏联] 伯萊藏斯卡婭 著
那 基 宾

赵 慈 庚 譯

北京市书刊出版业营业許可証出字第2号

人民教育出版社出版

北京景山东街

新华书店发行 北京市印刷一厂印刷

統一書号: 7012·48

字数: 123千

开本: 850×1168 1/32 印張: 5 3/16

1953年11月第一版 1957年4月第二版

1957年10月第四次印刷

130,001—140,000册

定价 (6) 0.55 元

譯者的話

这第二版是根据原著在 1955 年的第二版而修改了的, 另外为了适合于中学生, 在文字方面也作了相当的修改. 俄文把小数叫做“十进分数”, 分数叫做“寻常分数”, 圓叫做“圓周”, 我以为中国旧有名詞簡便清楚, 即便說“圓”也很少和“圓面”相混; 究竟用圓面的时候很少, 遇必要时說圓面, 普通用圓代表圓周, 很可以不必拘泥俄文字面, 自寻累贅; 所以这一版完全按我国旧习惯更改过来了.

我們教中学生的時候, 滿希望他們能掌握原則上的概念, 練得計算上的技巧; 然而总有一些学生使我們不滿意; 甚至学生把定义公式都背下来了, 还是不能正确地了解. 其中原因多半是了解文字的時候, 沒有結合到数学的实际, 或与实际結合了, 而只是結合了正面; 并沒有把所列条件的反面想一想, 每个条件起了甚么作用. 我們也有时候希望找个反面的問題启发一下; 可是當場很难想好. 这本书里备有很多这类的問題或練習, 正如原序所說的“不复杂的問題和練習, ……不蒙混事物的本質而有助于說明事物的本質”. 我以为这本书的最大优点就在这里. 最少可以供給我們很多的材料, 同时也可以启发我們如何拟定教学上非常需要的, 讓学生很快地了解教材內容的問題.

趙慈庚述于北京師範大學

一九五五年九月

原 序

1. 这本“代数及三角习题汇编”适用于中学八、九、十年級；其中很大部分是繼續着編者所著参考書“六七年級代数作业口头練習”而写的。这本书的主要内容是供中学高年級代数及三角堂上口頭練習之用。考虑到这些年級教学大綱的規定，以及八至十年級学生年龄的特征；編者在本汇编里列入了“半書面”的习题，也有一些書面的习题。否則就难以按照教学大綱的規定，选出全面的練習。

2. 長期地研究苏联中学数学教学的經驗，編者得到一个結論；即講授代数与三角中最大的本質上的缺点之一，是学生們对于这些教材的主要概念，只了解一些皮毛。我們的学校对于形式方面，即計算变换等技术是相当注意的，但对于內容方面，对于掌握基本概念以及这些概念間的联系还是很模糊的。流行的代数三角教科書，在这方面仍待改良。为了帮助我們的中学，更快地改正这些缺点，提供給数学教师这样一本將掌握中学代数三角教程基本概念提到首要地位的参考書，是很有益处的。这就是編者給予本汇编的基本任务。

3. 这部汇编的材料，按內容与排列來說，除有小部分外，都符合于現行教学大綱。这部汇编列入了一小部分現行教学大綱所沒有的材料，这是必要的，一則为了使學生更切实地了解教学大綱所列的那些基本概念；再則为了向學生介紹一些对于中学是新的，而在現代数学里扮演着重要角色的、也或多或少地与中学教材有密切联系的概念。各节里超出了現行教学大綱的范围的練習，都將它們印成小字，以示区别。当學生理解了对应于这些練習的概念时，可以由教师尽先把它們用作課外作业。

4. 注意到中学代数三角教程中，更認真地闡明这些教材的基本概念，編者在本汇编里，举出中心問題和練習；回答这些問題用不着

复杂的計算,作这些練習或完全不用書写或只須簡短書写.这是正确的,因为不复杂的問題和練習,更适于建立各样的概念,它們的形式,不朦混事物的本質,而有助于說明事物的本質.本汇編的著者,格外关心于使教师能够用比較簡單的材料来发展学生的思惟和他們的机敏性;使学生自觉地掌握教学大綱所列的材料.

5.本汇編里这个或那个練習,关于用甚么方式来完成的問題;應該由教师自己,在每个不同的情况下,估計着練習題的性質与这一班学生的特征而决定.习题本里較难的以及較为累贅的习题都加有“星标”,主要是供書面練習用的.

6.本汇編的习题,不仅应在学生初步認識教学大綱所定教材时,而且应在巩固学过的教材时交給他們去分析与完成.同时本汇編还可以有成效地用之于更深入地、更富有思考性地測驗学生的知識;因为許多練習与問題都可以由学生作口答与笔答.但是这汇編的材料,对于以往所学代数与三角的各部分,进行系統的复习,还有格外重大的价值.由于我們中学的工作經驗,深知許多中学数学教程的概念,需要不止一次地复习,才能足够真正地精通它們;复习不在于簡單地重复已往所学的,而在于发展与丰富学生的知識.当进行这种复习的时候,也可以利用本汇編的許多节;此外习题本所給的材料,例如給八年級的,可以用于九、十年級相当部分的复习.

7.口头分析本汇編的問題与完成練習而用的教法,已由著者在指定給六七年級用的“汇編”的序文里說明了.就这里所提材料的特性而論,我們仅有下列几点意見: a)这里所备問題与練習的分析与处理,應該当作代数与三角課程的有机部分. 6)教师备课之时,應該預先选定交給学生的問題与練習,要自己先把問題解决了,要先确定使学生通曉这些練習的种种方法以及結果的驗證方法,再如需要表格、紙片、图样,也要事前預备下. b)本汇編里,不是凭听講,而是用課堂板演,用个别的演示卡片与各种表格来使学生熟悉的練習,比六

七年級的汇编里多得多。г) 有些习题可以让学生回家去作。д) 学生应该不只自己论证教师吩咐的本汇编的问题的答案；还应该用思考性的、不复杂的例子自动地解释它们。

8. 这本汇编是两位编者伯萊藏斯卡婭(Е. С. Березанская, 莫斯科列宁师范学院)与那基賓(Ф. Ф. Нагибин, 基洛夫城列宁师范学院)合作的结果。在 1) 复习题, 2) 方 $\sqrt{\quad}$ 与方根, 3) 二次方程与能归结成二次的高次方程(八年級), 4) 二次方程組(八年級), 5) 对数(九年級), 6) 高次方程(十年級)的各项里以及三角里的习题, 全部是伯萊藏斯卡婭编纂的。代数里其余各项的习题全部是那基賓编纂的。

巴納馬萊夫(С. А. Пономарев)与錫高爾斯基(К. П. Сикорский)給校閱稿子, 而且給了許多寶貴的指示, 著者表示感謝。

目 录

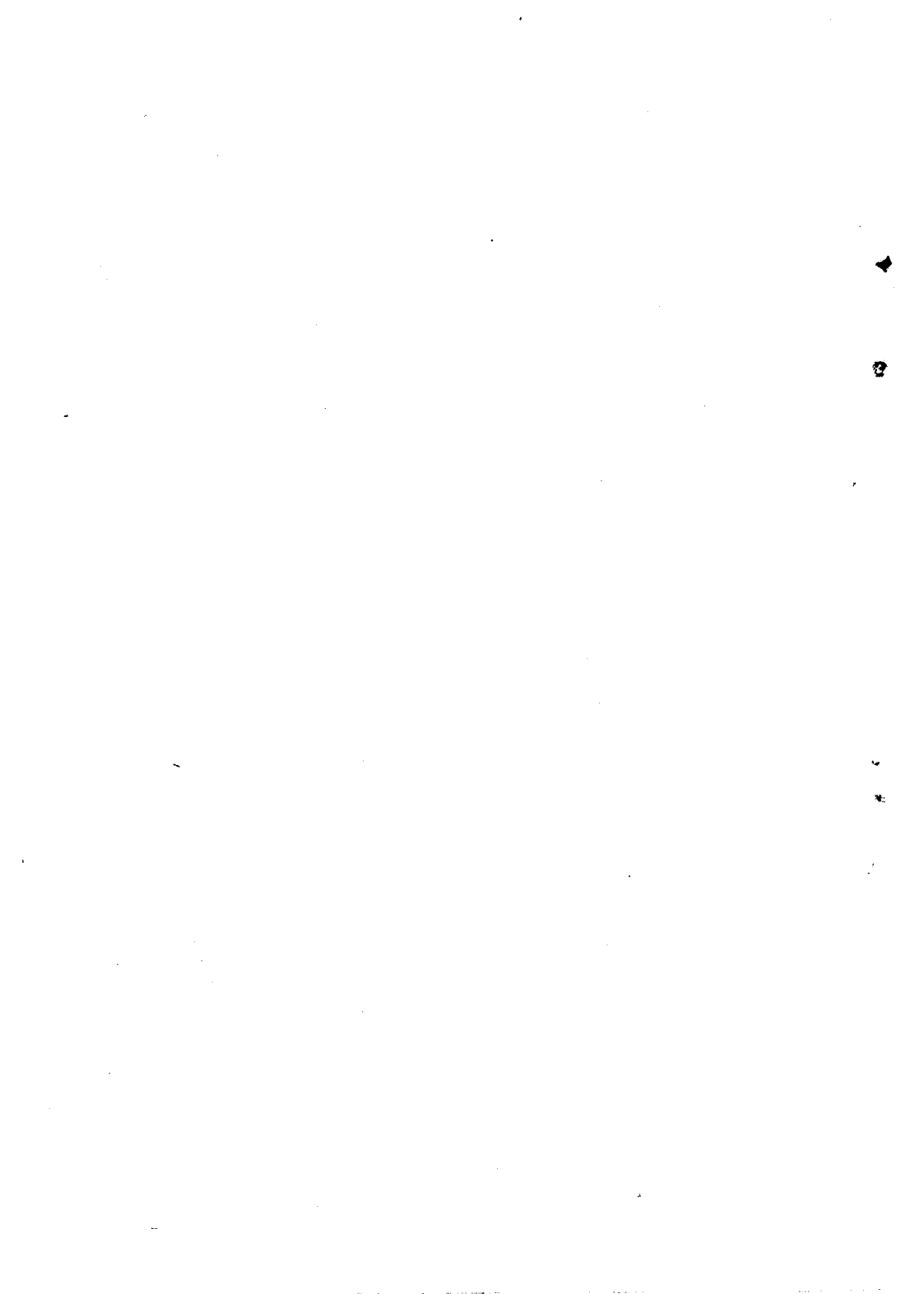
代 数

第一章 复习题	11
第二章 无理数	14
第三章 方 $\sqrt{\quad}$ 与方根	17
§1. 以正整数为指数的方 $\sqrt{\quad}$	17
§2. 平方根	17
§3. 以正整数为指数的方根	19
§4. 无理式的恒等变形	20
第四章 二次方程与能归结成二次的高次方程	24
§1. 二次方程	24
§2. 按应用问题的条件列成二次方程	27
§3. 二次方程的探讨	28
§4. 二次三项式	31
§5. 双二次方程	32
§6. 一次不等式	34
§7. 无理方程	35
第五章 函数及其图象	36
§1. 平面上的直角坐标	37
§2. 集的概念	38
§3. 函数的概念. 正比例与反比例	40
§4. 一次函数	43
§5. 二次函数	45
§6. 代数函数	46

§7. 函数的别种形式	48
第六章 二次方程組	49
第七章 数列	53
§1. 数列	53
§2. 算术数列	55
§3. 几何数列	58
§4. 极限的概念	60
§5. 下降的无限几何数列	63
第八章 $\rightarrow$ 概念的推广	65
第九章 指数函数与对数函数	67
§1. 指数函数	67
§2. 逆函数的概念	70
§3. 对数函数	72
第十章 对数	74
§1. 对数的概念	74
§2. 取对数与取 $\rightarrow$	76
§3. 不同底的对数	78
§4. 常用对数	80
§5. 各盤对数	81
§6. 指数方程与对数方程	82
第十一章 組合与二項乘方公式	84
§1. 組合	84
§2. 或然率計算問題	88
§3. 二項式乘方公式	91
§4. 数学归纳法	93
第十二章 复数	94
§1. 复数	94
§2. 环与体的概念	101
第十三章 高次方程与不等式	102
§1. 等效方程与不等式	103
§2. 一次与二次方程之研究	105
§3. 二次三項式与二次不等式	108
§4. 多項式的可除性	111
§5. 代数方程	114

三 角

§1. 銳角的三角函数	121
§2. 弧与角的測量法	123
§3. 三角函数	127
§4. 三角函数間的相因关系	135
§5. 簡約公式	138
§6. 相加公式, 倍角与半角公式	140
§7. 三角函数的和积互变	145
§8. 逆三角函数	148
§9. 三角方程	154
§10. 应用問題	164



代 数

第一章 复习题

1. 計算: 1) $\left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right)^2$; 2) $(-0.3)^2 + 1.1^2$;
3) $-3 + (-3)^2 + (-3)^3$; 4) $-(-4)^2 \div (-0.2)^3$.
2. 求 x : 1) $\frac{7ab}{3x} = \frac{2}{5a}$; 2) $\frac{m}{3.5} = \frac{x}{4m}$.
3. 長方形的長是 5.2 厘米, 而寬是長的 20%. 求它的周界.
4. 已知某数的 10% 是 8.5 的 40%. 求这数.
5. 假如某数加它的 25% 則得 62.5. 求这数并且驗算.
6. 假如某数减它的 $33\frac{1}{3}\%$ 則得 0 66. 求这数.
7. 假如关于数 a 知道 1) $|a|=5$; 2) $|a|<5$; 3) $|a|>5$.
表示数 a 的点可能在数軸的甚么地方?
8. 已經給了两个数是 -0.3 与 -0.31 . 再任意指出一个数来,
要它 1) 小于这两数之小者; 2) 大于这两数之大者; 3) 介于这两数之間.
9. 說出 1) $-m$; 2) $a-m$ 的对称(反号)数和倒数来.
10. 符号相反的两数之和是甚么? 互为倒数的两数之积是甚么?
11. 1) 对于整数作算术四則演算一定得整数嗎? 2) 对于正数作算术四則演算一定得正数嗎?
12. 两个偶数相加, 相减, 相乘, 相除的結果是偶数还是奇数? 两个奇数呢?
13. 由系数 1) 是整数的; 2) 是偶数的多項式作加法与乘法.

可以断定所得多項式的系数怎样?

14. 利用簡略乘法公式計算: 1) 65^2 ; 2) 9.5^2 ; 3) $\left(8\frac{1}{2}\right)^2$;
4) 7.5×8.5 ; 5) 112×88 ; 6) $151^2 - 149^2$; 7) $16.8^2 - 13.2^2$.

15. 分解因式: 1) $a^2 - 2ab + b^2 - ac + bc$; 2) $(a+b+c)^2 - (a-b-c)^2$.

16. 已知下面所給的式子是个完全平方式. 說明需要用怎样的一項放在“?”的位置: $0.09m^4b^2 - 0.6m^2b + ?$.

17. 按 $m = -8$, $n = -5$ 計算: 1) $(m^2 - mn + n^2)(m + n)$;
2) $m^3 - 3m^2n + 3mn^2 - n^3$.

18. 求証 1) $(a+b)^4 - (a-b)^4 = 8ab(a^2 + b^2)$;
2) $\left(\frac{m^2+1}{m}\right)^2 - \left(\frac{m^2-1}{m}\right)^2 = 4$; 3) $\left(\frac{x^2+1}{x^2-1}\right)^2 - \left(\frac{2x}{x^2-1}\right)^2 = 1$.

(將所給习题写在黑板上用口头解答.)

19. 对于 a 的甚么值下边的式子无意义? 1) $\frac{1}{a-2}$; 2) $\frac{3}{a-4}$;
3) $\frac{5}{2a-3}$; 4) $\frac{7}{5-2a}$.

20. a 是甚么值的时候, 1) $\frac{4a-5}{7} = 0$, 2) $\frac{2a+9}{3} = 1$,
3) $\frac{5a-7}{4} = 1$?

21. 多边形的內角和是 1) 16 直角, 2) 24 直角, 这多边形有几个边?

22. x 是甚么数的时候: 1) $x+5 > 0$; 2) $x+5 = 0$; 3) $x+5 < 0$;
4) $-2x+4 < 0$; 5) $-3x+1 > 0$?

23. 由以下所給每組不等式里找出一个来, 要它的解能滿足其余不等式.

- 1) $a > 0.03, a > -2, a > 0.025$; 2) $b > -3, b > -5, b > -9$;
3) $c < 0.03, c < -2, c < 0.025$; 4) $d < -3, d < -5, d < -9$.

在数軸上解釋自己的答案.

(把数轴预先画好, 可能在回答许多练习的提问时用着它.)

24. 假如知道 1) $0 < x < 3.5$; 2) $-5 < x < 0$; 3) $x < 7.2$ 和 $x > 3.6$; 4) $x < 2.2$ 和 $x > -3$. x 可以取甚么整数值?

25. 什么时候 $-(a+b)$ 1) 是正数; 2) 等于 0. 举例说明.

26. y 是甚么数的时候 $x+y < x-y$? 举出例来.

27. 假如 1) $mn > 0$; 2) $\frac{m}{n} < 0$, 可以断定 m 和 n 的符号怎样?

28. 指出转换公式来: 1) 普特数 (x) 变作千克数 (y), 已知 1 普特 ≈ 16.38 千克; 2) 吋数 (x) 变作毫米数, 已知 1 吋 ≈ 25.4 毫米; 3) 俄亩数变作公顷数, 已知 1 俄亩 ≈ 1.093 公顷.

29. 求分数 $\frac{1}{1+n^2}$ 的最大值, 为甚么这分数不能得负值?

30. 对于下列所设方程所含的每个字母解方程: 1) $S = v_0 + gt$;
2) $Q = \frac{a \cdot h}{2}$; 3) $S = \frac{(a+b)h}{2}$; 4) $x = m \cdot c(T-t)$; 5) $Q = \pi r^2$;
6) $S = \frac{1}{2}gt^2$; 7) $V = \pi R^2 \cdot H$; 8) $V = a^2b$; 9) $V = a^3$.

(将这题写在黑板上或预先写在表上.)

31. 一切真分数的平方一定在甚么整数之间?

32. 1) $(-0.4)^5$; 2) $-(-2)^7$ 的结果是甚么符号的?

33. 1) 0.0016^3 与 0.002^3 ; 2) 0.5^{3+3} 与 $0.5^{3 \times 3}$ 哪一个较大?

34. 计算: -2^8 , $(-2)^8$, -2^9 , $(-2)^9$. 若 n 是自然数对于两数 $-a^n$ 与 $(-a)^n$ 的符号可以作出甚么决定?

[提示] 按 $n=2k$ 与 $n=2k+1$ 来考虑.

35. 将等式: 1) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$; 2) $(ab)^n = a^n b^n$ 所代表的法则叙述出来. 举出例子来.

36. 能否在 3, 7, 24, 15, 51, 49 各数的后边添缀一些个零, 便恰

好是整数的平方？將答案加以解釋。

37. 怎样驗證由一个数所求得的平方根，立方根是否正确？

38. 某数被它的 $12\frac{1}{2}\%$ 乘得的积是 0.18. 这是甚么数？

39. 解方程 1) $(x-5) \cdot (x+3) = 0$; 2) $9x^2 - 169 = 0$.

40. 給甚么数的平方加 4 便得 20？这样的数有几个？

41. 正方形的面积是 2.56 平方厘米，求它的周界。

42. 長方形的底長 3.6 分米，高 2.5 分米。求和这个長方形面积相等的正方形的边長。

43. 圓面积 $\approx 3.14r^2$ ，其中 r 是它的半徑。假如圓面积是 12.56 平方厘米，求 r 。

44. 假若圓的半徑扩大到 2, 3, 4 倍，它的面积怎样改变？

45. 正方体的体积是 0.729 立方米。求它的棱長。假若使它的棱扩大到两倍，三倍，立方体的体积將怎样改变？

46. 甚么数的立方是 1) $-\frac{1}{343}$; 2) -0.027 ; 3) $-\frac{125}{216}$;
4) $-4\frac{17}{27}$?

第二章 无理数

1. 任意一个有理数可以写作 $\frac{p}{q}$ 的形狀，其中 p 与 q 都是整数而 $q \neq 0$ ，这是已經知道的。把 1) 0.37; 2) -5 ; 3) 0; 4) $-3\frac{4}{5}$; 5) -27.35 写成所說的这种形狀。

2. 举出 1) 有尽小数; 2) 純循环小数; 3) 混循环小数的例子来。

3. 把能用有尽小数表示的分数，举出几个来，說明答案的根据。

4. 为甚么分数由无尽小数表示时，这个小数一定是循环的？