《信息、控制与系统》系列教材

多变量频率域控制理论

高黛陵　吴　麒　编著

清华大学出版社
http://www.tup.tsinghua.edu.cn

《信息、控制与系统》系列教材

多变量频率域控制理论

高黛陵　吴　麒　编著

清华大学出版社

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

多变量频率域控制理论是现代控制理论的重要组成部分，它已形成完整丰富的理论体系并获得广泛的实际应用。本书是作者根据在清华大学十多年的教学经验编著而成。书中详细叙述了多变量控制系统的系统矩阵描述和逆奈奎斯特阵列法、特征轨迹法、反标架正规化法和正规矩阵参数优化法等有重要工程实用价值的多种设计方法。其中部分内容是作者独到的科研成果。本书内容丰富，取材新颖，概念清晰，深入浅出。书末以附录形式提供了详细的数学补充知识。与本书内容密切配合的实用智能设计软件“IntelDes”同时问世。

本书适合于理工科大学自动控制专业和相关专业的本科生和研究生用作教材，也适合自动控制和自动化领域的科研和工程技术人员用作参考书。

图书在版编目(CIP)数据

多变量频率域控制理论/高黛陵，吴麒编著. 一北京：清华大学出版社，1998
《信息、控制与系统》系列教材
ISBN 7-302-02871-0

Ⅰ. 多…　Ⅱ. ①高…　②吴…　Ⅲ. 多变量控制-教材　Ⅳ. TP271

中国版本图书馆 CIP 数据核字（98）第 02517 号

出版者：清华大学出版社（北京清华大学校内，邮编 100084）
因特网地址：www.tup.tsinghua.edu.cn
印刷者：昌平环球印刷厂
发行者：新华书店总店北京科技发行所
开　本：787×1092 1/16　**印张**：16.5　**字数**：387 千字
版　次：1998 年 4 月第 1 版　　1998 年 4 月第 1 次印刷
书　号：ISBN 7-302-02871-0/TP・1516
印　数：0001～3000
定　价：18.00 元

出 版 说 明

《信息、控制与系统》系列教材是一套关于信息、控制和系统学科的基本理论和应用技术的高等学校教材。选题范围包括信号和信息处理、模式识别、知识工程、控制理论、自动化技术、传感技术、自动化仪表、系统理论、系统工程、机器人控制、智能控制、计算机应用和控制等方面。主要读者对象为自动控制、计算机、过程自动化、无线电等系科的高年级大学生和研究生，以及在这些领域和部门工作的科学工作者和工程技术人员。

信息、控制与系统科学是在本世纪上半叶形成和发展起来的新兴学科。它们的应用和影响已经遍及众多的部门和领域，贯穿其中的许多思想和方法已用于经济和社会现象的研究，而以这些学科为理论基础的自动化技术的广泛应用更是实现现代化的重要标志之一。这套系列教材，正是在这样的客观要求下，为适应教学和科研工作的需要而编写和出版的。它以清华大学自动化系近年来经过教学实践的新编教材为主，力求反映这些学科的基本理论和最新进展，并且反映清华大学在这些学科中科学研究和教学研究的成果。我们希望这套系列教材，既能为在校大学生和研究生的学习提供较为系统的教科书，也能为广大科技人员提供有价值的参考书。

组编和出版这套教材是一次尝试。我们热忱欢迎选用本系列教材的老师、学生和科技工作者提出批评、建议。

《信息、控制与系统》系列教材编委会

一九八七年三月

《信息、控制与系统》系列教材编委会

序

随着军事科学、航天科学和现代工业的迅猛发展，控制科学也在飞速地更新.控制理论今天的面貌与二三十年前已经迥然不同.首先是20世纪60年代产生了现代的时间域控制理论即状态空间理论，接着从70年代开始又产生了现代的频率域控制理论即多变量频率域控制理论.二者都迅速地发展并分别形成完整的体系，且都得到广泛的实际应用.大约从80年代开始，我国各理工科大学的相关专业也都陆续地为本科生和研究生开设了这方面的课程.

在教学实践中，各校教师普遍感到，除了适当翻译外国教科书外，还需要有中国教师编著的适合中国学生的教科书.十多年来，已经陆续出版了一批现代控制理论的教科书，但大多数偏重于或局限于现代时间域控制理论，而讲授现代频率域控制理论的教科书却寥寥无几，其中对于最新的研究成果和我国学者的创造性成果重视得也不够.

为了提高教学水平，为了在我国高等学校和科技界推广多变量频率域控制理论这一既有深刻理论内涵又有工程实用价值的科学体系，作者编写了这本内容比较全面，取材比较新颖，叙述也比较详细的新教科书，奉献给读者.

本书第1章论述了多变量频率域控制理论的一些基础性问题，其核心内容是控制系统的系统矩阵描述.系统矩阵比状态空间能更深刻地表述系统的特性，而在特定情况下它又可退化为状态空间描述.在这一章中，系统的等价变换和严格等价变换，以及系统的解耦零点、零点和极点等概念是系统矩阵描述的重要内容.尤其是解耦零点，它是多变量控制系统的一项重要而复杂的特征.这一章通过将多变量系统与单变量系统对比的方式深入浅出地讲清了解耦零点的性质.

第2章论述了多变量反馈系统的一般结构形式及其数学描述，并以此为基础论证了多变量反馈系统稳定性的充分必要条件，以及由此导出的多变量系统的奈奎斯特稳定判据.这个判据是以后各章内容的共同的基础，是整个多变量频率域控制理论的基石.这一章中还讨论了多变量反馈系统的性能指标和设计要求等问题.

在第1章与第2章的基础上，其后各章分别叙述了多变量控制系统的几种设计方法.第3章讲述了逆奈奎斯特阵列设计方法.它是各种频率域设计方法中计算最简单，物理意义最清楚，工程实用价值最大的一种.该章不仅详细讲述了这种设计方法的传统内容，给出了设计实例，而且还补充了对它的若干新的改进.我们还在这一章中对于学术界流传的所谓"逆奈奎斯特阵列方法缺乏鲁棒性"的误解作了澄清.

第4章讨论了多变量控制系统的特征轨迹理论.它创造性地使用传递函数矩阵的特征函数与特征轨迹作为描述系统性质的数学工具，并在此基础上形成了崭新的设计方法.虽然这种设计方法在实际应用上有一定局限性，但它提供的新概念和新思路有极其重要的价值，为多变量控制系统的设计开辟了新的天地，为研究更新更好的设计方法打下了基础.

控制系统的鲁棒性问题是当代控制系统设计中的重点与热点．第 5 章讲述两种设计多变量鲁棒控制系统的新方法，即中国香港学者洪仰三提出的反标架正规化设计方法和中国青年学者张霖提出的正规矩阵参数优化设计方法．这两种方法在其他教科书中还从未出现过．它们将正规矩阵的优良性质与特征轨迹巧妙地结合起来，做到使控制系统既具有最佳鲁棒性，又有良好的动态性能，同时控制器又尽量简单．其中，后一种设计方法的优点更多一些，是实际工程设计的一种得力工具．这一章中还特别论证了正规矩阵方法与 H_∞ 方法所设计的控制系统在鲁棒性方面等价这一重要事实，在学术上有重要价值．

本书的部分内容（特别是第 5 章的部分内容）需要用到一些数学知识．这些数学知识虽不艰深，但已超过一般工科院校本科生的教学范围．为了帮助读者顺利掌握这些内容，我们将必要的数学知识编成一个附录缀于书末．凡不熟悉这部分内容的读者，在阅读第 5 章之前以先读这个附录为宜．

在编著本书的同时，我们在国家自然科学基金委员会的资助和大力支持下完成了重点科研项目“多变量控制系统的智能设计及软件”的研究，指导博士研究生张霖、李卫东、葛军和几位硕士研究生和本科学生研制了多变量控制系统的智能设计软件“IntelDes”．这一软件已通过国家教育委员会的正式鉴定，并由清华大学出版社发行．它不仅可以作为本书的有力的教学辅助工具，而且可以实际用以设计多变量的工程控制系统．

我们相信，本书能成为理工科院校自动控制专业和相关专业的本科学生和研究生的一本较好的教科书．本书也为相关领域的科技工程人员提供了有益的自学材料．

本书的第 1 章、第 2 章、第 3 章由高黛陵执笔，绪论、第 4 章、第 5 章、附录由吴麒执笔．书中的缺点和错误欢迎读者指正．

作　者

1997 年 11 月

目　录

绪论　时间域控制理论与频率域控制理论

工业生产中使用反馈控制技术，至少可以追溯到200年以前．那时，人们就已经对蒸汽发动机的转速和锅炉中的水位实行了闭环控制．随后，在工业的各个部门中和各种机器上都愈来愈多地采用了反馈控制．但是当时没有把控制系统看作一个动态系统来研究其运动规律，也就是说还没有控制理论．当时，控制系统在调整和运行中经常出现问题．许多系统在构成闭环后就发生大幅度的自持振荡．例如蒸汽机上的飞球调速器投入运行后，蒸汽机的转速就发生周期性的大幅度波动（称为“猎逐”），无法正常工作．这表明闭环系统不稳定．由于当时不能从理论上解释不稳定现象，人们就反复地在控制器的制造工艺上盲目地摸索，努力减小摩擦，调整弹簧，等等．这种情况持续了大约一个世纪之久．直到19世纪后期控制理论诞生以后，控制技术才得以在科学理论的指导下发展和提高．

近百年来控制理论的发展历史，有两个主要的学派贯穿其中：时间域理论学派和频率域理论学派．这两个学派一直平行地发展，互相领先，互相补充，互相启发和促进．

控制理论刚刚创立时，是时间域的理论．历史上发表最早的两篇控制理论重要著作是Maxwell的《论调速器》[①]和Вышнеградский的《调节器的一般理论》[②]．这两篇一百多年以前发表的论文都以线性微分方程为数学工具，分析了控制系统稳定的条件和有关系统动态性能的一些问题．不久以后，俄国李雅普诺夫的《运动稳定性的一般问题》[③]发表了．这部发表于1892年的巨著用严格的数学分析全面详尽地论述了运动的稳定性问题．举世公认，这不仅是数学和力学的重要著作，而且是一部为控制理论打下坚实基础的重要著作，其中提出的稳定性的定义和研究稳定性的两种方法，至今仍在广泛使用．此外，19世纪末和20世纪初还有一些重要的控制理论成果．所有这些研究工作，都是以微分方程作为研究控制系统运动的数学工具，因而都是属于时间域学派的．假如说控制理论真的可以分为“古典”的与“非古典”的话，那么时间域学派中的上述这些著作无疑应当算是真正“古典”的控制理论了．

以微分方程为工具直接在时间域进行研究的“古典”的控制理论，是很严格的数学理论，得到的结果大都具有严格的和普遍的意义，因而学习控制理论必须打好这方面的基础．但是在工程问题中直接应用时间域研究方法却碰到以下一些困难．第一，求解微分方程的计算量太大，求解高阶微分方程尤其如此（当时还没有电子计算机）．第二，通常情况下，系统的微分方程的每一个系数都依赖于系统中的好几个物理参数，而每一个物理参数也要影响微分方程的好几个系数．这样，要想分析系统中个别物理参数对系统的运动有什么影响，就非常困难，甚至根本无法分析．第三，由于难以分析参数对运动的影响，也就难

---

① Maxwell J C. On governors. Proc. Roy. Soc. London: 1868, 16: 270～283

② Vyschnegradsky J A. Sur la theorie generale des regulateurs, Comptes Rendus, 1876, 83: 318～321

③ Ляпунов А М. Общая задача об устойчивости движения. Харьков, 1892

以对系统进行工程设计，即选择系统的结构和某些参数，使系统的运动具备人们要求的性质和特征.这样，“古典”的时间域控制理论虽然严格准确，却不便于工程应用.这是它的弱点.

从20世纪30年代起，频率域控制理论开始形成和发展.一方面是由于工业和控制技术的迅速发展迫切要求控制理论有相应的革新，另一方面是相邻学科之间学术交流的结果.众所周知，频率域控制理论中的一些基本概念(例如传递函数和频率特性)和重要原理(例如奈奎斯特稳定判据)，以至某些具体的作图方法(例如伯德图)，本来都是通信科学的常规内容.

与“古典”的时间域控制理论相比，当时发展起来的频率域理论有一些明显的优点：

(1) 计算量小.若是与求解微分方程相比，频率域方法的计算量确实可以说是微不足道.这就使控制系统的分析和设计，以及大量方案的对比计算，成为现实可行了.

(2) 物理意义强.频率域理论中的大部分概念都有对应的物理含义，在分析和设计过程中容易联系工程实际作出判断和决策，减小盲目性.

(3) 可用图形表示.频率域方法的图形表示使控制系统的性质成为容易把握的事物，从而使工程师能直观地进行分析、判断和处理.

(4) 可以通过实验建立数学模型.这比直接分析对象的运动机理以建立其微分方程往往要容易一些.如果是最小相位的对象，则更是如此.

当时的频率域控制理论也有一些缺点.其一是所用的数学工具比较复杂，除微分方程外，要用到复变函数理论.但是对于解决大多数工程问题而言，用到的复变函数理论不深，一般工程师都能掌握.其二是，在频率域内研究时间域的问题终究是一种间接方法，虽然能判断系统运动的主要特征，却不能画出运动的准确图象.原苏联学者虽曾发展出一套根据频率特性函数来计算阶跃过渡函数曲线的方法，但要使用大量数表，计算很繁而精度不高.

此外，如同当时的时间域控制理论一样，当时的频率域控制理论也不能有效地处理多变量控制系统和时变系统.

尽管频率域控制理论有这些弱点，但人们还是公认它是具有革命性的先进理论.这就使得20世纪40年代和50年代从事控制工程和研究控制理论的人们普遍重视频率域控制理论.许多学者认为它是“绝对先进”的理论，甚至断言时间域控制理论必将被“淘汰”.他们忘记了，无论时间域理论还是频率域理论，都是以微分方程作为基础的.也就是说，两者有着基本的共同点.如果彻底“淘汰”了时间域理论，那么频率域理论也就失去立足点了.

在第二次世界大战以后的年代里，由于美国与原苏联进行“冷战”和军备竞赛的需要，由于航天技术发展的需要，并且由于电子计算机的诞生所提供的有利条件，多变量控制理论迅速发展起来.

多变量控制理论的发展过程目前还在继续.在这个过程中，状态空间概念起了极其重要的作用.以状态空间概念为基础，时间域控制理论获得了新的面貌和新的生命力，迅速形成了新的时间域控制理论学派——状态空间学派.状态空间学派深入研究控制系统的内部结构，建立了可控性和可观性的概念.这些概念由于涉及到传递函数分母和分子的公

因子的相消，所以在当时的频率域控制理论中是无法建立的.状态空间学派创造了设计控制系统的多种方法，特别是建立了最优控制理论.所有这些成果，对于单变量和多变量控制系统原则上都同样适用.这些成果在实际应用中，特别是在航天工程中，取得了很大效果，使航天工程有了辉煌的成就.因此，新的时间域控制理论不但远远超过了"古典"时间域控制理论，而且也大大超过了"古典"频率域控制理论，从而以超越一切前人的最完美的理论的形象雄踞于控制理论的巅峰.

在如此巨大的成就的影响之下，许多学者开始把新的时间域控制理论称为"现代"控制理论，而把频率域控制理论称为"古典"控制理论，并宣称它已"过时"，甚至断言它必将被"淘汰"，如此等等.

然而，新的时间域控制理论毕竟也是时间域理论.前面说到过的时间域理论固有的那些弱点，不可避免地会遗留下来.其中只有求解微分方程的计算量庞大这一个缺点由于有了计算机而显得不那么重要了.至于前面说过的系统的个别物理参数对于系统运动的影响难以分析这样一个缺点，则由于系统复杂和参数众多而变得更加严重.当多变量系统的个别参数发生变化时，甚至当系统的个别回路发生故障而断开时，系统的稳定性和其他动态性质所受到的影响更加难以分析清楚.由此便产生所谓鲁棒性问题、敏感性问题、故障稳定性问题等等.这些问题在地面工业中比在航天工程中更为严重.因而状态空间控制理论在地面工业中应用的成效比在航天工程中要差一些.这在外国和我国都是如此.

此外，由于新的时间域控制理论也如"古典"时间域理论一样完全依赖数字计算，因此就要把要求控制系统具备的各项动态性能用明确的数字指标规定下来，才能着手计算.有时，这些数字指标极微小的改变可以意味着所设计控制器的大大简化或复杂化.这种情况既无法预见，在计算机计算过程中设计者又无法干预.换句话说，设计方法的机动性比较差，为设计人员留下灵活处理的余地很少.

还有，一个多变量控制系统比几个单变量控制系统更复杂，主要原因在于它的各个被控制变量(输出变量)之间互相有影响，也就是有交连.这种情况下，对某一个输出量进行控制，必然使所有输出量都产生波动，从而使这些输出量的控制器也动作起来.这些控制器又彼此影响.其结果一般是使控制过程拖长，振荡加剧，甚至影响到系统的稳定性.因此设计多变量控制系统时，交连的抑制(解耦)往往需要特殊的注意.但状态空间控制理论在抑制交连(同时保持其他指标优良)方面目前还没有取得非常满意的成绩.

由于这些原因，状态空间控制理论虽然从原则上说适用于一切单变量和多变量系统，但实际上在多变量控制系统中的应用比单变量系统中要差一些，在地面工业中的应用比航天工程中要差一些.状态空间控制理论还在进一步发展.

与此同时，频率域控制理论也在继续发展，向多变量控制系统进军，并且也取得了重要的突破.多变量频率域控制理论已经形成，并且已经得到实际应用.有趣的是，在这方面英国的一些学者贡献比较突出.多变量频率域控制理论的一些重要内容都是由英国学者在20世纪60年代末和70年代创造的，如H. H. Rosenbrock提出的逆奈奎斯特阵列设计方法，A. G. J. MacFarlane提出的特征轨迹设计方法，D. Q. Mayne提出的序列回差设计方法，D. H. Owens提出的并矢展开设计方法，A. G. J. MacFarlane与Y. S. Hung(洪仰三，中国香港)提出的反标架正规化设计方法等.

这些方法有以下的共同特点.

(1) 它们都是单变量频率域控制理论在某种意义下的自然推广. 当被控制变量的数目减少到 1 个时，这些方法都自动退化成为传统的单变量频率域方法.

(2) 它们都保留了单变量频率域设计方法的主要优点，如物理概念强，充分利用作图的直观性，允许参数有某些摄动，尽量利用单变量控制理论已有的成果，允许设计人员运用经验灵活处理问题，等等.

(3) 它们能在设计动态性能良好的多变量控制系统时兼顾抑制交连.

由于以上这些特点，多变量频率域控制理论很自然地受到工程技术人员的重视和欢迎，并在实践中，特别是在地面工业控制中，迅速得到应用. 有报道说，在造纸机、化工反应塔、工业锅炉、燃气轮机发电机组、核电站、空气压缩机、飞机发动机、飞机自动驾驶仪等对象的控制系统的设计中已经收到较好的效果. 可以说，多变量频率域控制理论为频率域控制理论打开了新的发展局面.

当前，多变量频率域控制理论还在继续发展. 20 世纪 80 年代以来，加拿大的 G. Zames 提出了控制系统的 H_∞设计理论，随即得到控制理论学者们的广泛注意. 这种理论以稳定传递函数矩阵的空间的某种加权范数作为性能指标，可以设计出鲁棒性在某种意义下为最优的控制系统. 这种新颖的设计理论还处于进一步充实和发展的过程中，在工程设计中也开始得到应用.

近十几年来，中国学者也开始在多变量频率域控制理论领域中作出有价值的贡献.

从以上所说的百年来控制理论的发展过程，可以明白地看到，时间域和频率域的控制理论是如何互相领先，互相促进，平行发展的. 即使到将来，恐怕也未必会出现这两种控制理论中某一种“淘汰”另一种的局面. 同样，恐怕也很难说某一种理论是“古典”的而另一种是“现代”的. 其实，这种情形是学术领域中常见的正常现象，是合乎事物辩证发展的普遍规律的.

众所周知，我国在控制理论与应用这一学科领域里，有些方面已经达到国际先进水平. 但是总的来说，我国在控制技术与控制理论上目前还落后于某些科技强国. 我国的科学家和工程师应当广泛学习国际各学派的先进成果，兼容并蓄，融会贯通，并在此基础上作出我们自己的创造和贡献，以服务于我国的社会主义现代化建设事业.

第1章　多变量频率域控制理论基础

1.1　多变量系统的几种描述

建立动态系统的数学模型，一般有两个途径．一个途径是：对易于直接测量的线性定常系统，可以在系统的输入端加适当的信号（阶跃，脉冲，正弦或伪随机二进制信号等），测量系统输出端的响应，分析所得数据，并用有理函数矩阵 $G(s)$ 来表征．另一个途径是：根据系统的机理，推导出描述系统的一组代数方程，微分方程，偏微分方程，或是它们的混合方程组．例如，对线性集总参数定常系统，一般为代数方程与微分方程的混合，可能具有如下形式：

$$Q\dot{x}=Ax(t)+Bu(t), \tag{1.1.1}$$

其中 x 为系统中各变量构成的向量，u 为控制向量，A,B,Q 为适当维数的矩阵．注意式(1.1.1)中的 Q 可以是降秩矩阵，因而式(1.1.1)一般不具有状态方程形式，而且如何把它们变成状态方程形式也可能不明确．仅在最简单的特殊情况下（Q 为满秩矩阵），系统才可能直接用一阶状态方程组描述，更一般的情况则为高阶微分方程和代数方程的混合．

所以，描述一个动态系统的数学模型可以有以下几种：① 传递函数矩阵描述，② 状态空间描述，③ 系统矩阵描述，④ 矩阵分式描述．以下分别叙述．

1.1.1　传递函数矩阵描述

图 1.1.1 的系统输入与输出之间有如下关系：

$$\bar{y}(s)=G(s)\bar{u}(s). \tag{1.1.2}$$

上式中 u 为输入向量，维数为 $\dim u=l$；y 为输出向量，维数为 $\dim y=m$．$\bar{y}(s)$，$\bar{u}(s)$ 分别为向量 $y(t)$，$u(t)$ 的拉普拉斯变换，我们用简写符号 $\bar{y}$，$\bar{u}$ 表示，而

$$G(s)\overset{\text{def}}{=}[g_{ij}(s)]_{m\times l}=\begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) & \cdots & g_{1l}(s)\\ g_{21}(s) & g_{22}(s) & \cdots & g_{2l}(s)\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ g_{m1}(s) & g_{m2}(s) & \cdots & g_{ml}(s)\end{bmatrix}. \tag{1.1.3}$$

$G(s)$ 为 $m\times l$ 维矩阵，称为该系统的**传递函数矩阵**．它的每个元 $g_{ij}(s)$ 均为 s 的有理分式．如果所有元的分母多项式的次数均不低于分子多项式的次数，则此系统称为**真**(proper)**有理**系统；如果所有元的分母多项式次数均高于分子多项式的次数，则此系统称为**严格真**(strictly proper)**有理**系统．

一个多变量系统根据需要有时也可以表示成图 1.1.2 所示的网络结构．其输入和输出之间的关系如下：