

波浪理论 及其在 工程上的应用

邱大洪

高等教育出版社



56.3842

358

2

D650/Q3

波浪理论 及其在 工程中的应用

邱大洪

中国科学院声学研究所图书馆



4013348

工

波浪理论及其在工程中的应用

邱大洪

新华书店北京发行所发行

北京印刷三厂印刷

05-2001

开本850×1168 1/32 印张12.5 字数12,000

1983年1月第1版 1985年7月第1次印刷

印数 00,001-12,400

书号 15010·0558 定价 2.85元

8488104

目 录

前言	1
第一章 微幅波理论 (Airy 波理论)	5
1-1 微幅波理论的基本方程	5
1-2 推进波的势函数	8
1-3 波浪运动的特性	11
第二章 有限振幅波理论 (Stokes 波理论)	18
2-1 有限振幅波理论的基本方程及其求解	19
2-2 波浪的传播速度	33
2-3 波浪运动的特性	36
第三章 孤立波理论 (Solitary 波理论)	55
3-1 孤立波理论的基本方程	55
3-2 波动方程的求解	60
3-3 波浪的传播速度	64
3-4 波浪运动的特性	66
第四章 椭圆余弦波理论 (Cnoidal 波理论)	83
4-1 椭圆余弦波理论的基本方程及其求解	83
4-2 波浪的传播速度	95
4-3 波浪运动的特性	98
4-4 椭圆余弦波计算的程序框图	110
第五章 非线性波浪的直接数值计算	115
5-1 基本方程及计算方法	115
5-2 直接数值计算结果及其与其它非线性波浪理论比较	126
5-3 波、流共同作用下波浪运动的特性	140
5-4 直接数值计算法在浅水变形计算中的应用	146
第六章 作为随机过程的海浪	151

4013348

. 1 .

6-1 不规则海面波动的统计特征	155
6-2 海浪谱	200
6-3 海浪的数值模拟	210
第七章 直墙上的波浪力	216
7-1 直墙前立波的理论解	216
7-2 立波的特性	229
7-3 推进波在堤前反射而形成立波的尺度的确定	251
7-4 直墙上的立波波压力	260
7-5 直墙上的破波压力	266
第八章 墩柱上的波浪力	272
8-1 规则波对小直径桩柱及柱群的作用力	274
8-2 规则波对单个大直径圆柱墩的作用力	290
8-3 规则波对多个大直径圆柱墩的作用力	300
8-4 不规则波作用下墩(桩)柱上的波浪力	337
8-5 不规则波作用下桩群上的波浪力	376
附录	385
参考文献	391

前 言

在海洋工程中,海浪是作用在海洋工程结构上的最主要的外力之一。人们很早以前就开始了对于海浪作用的研究。目前一般是从两个领域进行研究的。一个领域是对液体的波动从流体力学的角度加以研究,研究液体内部各质点的运动状态,这种研究一般包括线性波浪理论和非线性波浪理论两大类。另一个领域是将海面波动看作是一个随机过程,研究其随机性,从而揭示海浪内部波动能量的分布特性,从统计意义上对液体内部各质点的运动状态进行描述,研究其对工程结构的作用。当然这后一个领域的研究,也需要应用流体力学理论对处于理想波动状态下的液体内部各质点的运动规律进行描述,目前在实际工程中仅应用线性波浪理论作为其理论基础。

波浪理论的研究范围是很广泛的,本书只对海洋工程中比较经常遇到的波浪理论作一叙述。

线性波浪理论在一般工程实践中通常采用微幅波理论(Airy 波理论),它适用于 $\frac{H}{d} \ll 1$ (一般在 0.04 以下,其中 H 为波高, d 为水深)及 Ursell 数 $U_R = \frac{\eta_0}{L} \left(\frac{L}{d} \right)^3 \ll 1$ (其中 η_0 为波峰顶在水面以上的升高, L 为波长)的情况。

所谓 U_R 数,首先是由 Korteweg 和 De Vries 提出的,它与非线性波浪理论中的二阶项与一阶项之比值成正比,因此当 U_R 数逐渐增大时,非线性的二阶项将逐渐占据较大比重,这样即使对相对波高 $\frac{H}{d}$ 较小的情况,线性波浪理论也不适用了,而需要考虑采用

非线性波浪理论。

当 $U_r < 10$ 且相对水深 $\frac{d}{L}$ 处于有限水深范围内, 可采用 Stokes 高阶的波浪理论, 它通常适用于大水深和大波陡的情况。

当相对波高 $\frac{H}{d}$ 接近且小于 1, 相对水深处于浅水的范围, 即 $\frac{d}{L} < \frac{1}{8} \sim \frac{1}{10}$, 这时 Stokes 波浪理论也不适用了, 可应用 Korteweg 和 De Vries 提出的一种非线性波浪理论——椭圆余弦波理论, 这种理论曾由 Keulegan 和 Patterson 在数学上作了详细的论述。

当相对水深继续变小, 即相对波长继续增大至 $\frac{L}{d} \rightarrow \infty$ 时, 椭圆余弦波理论就趋近到孤立波理论。这是一个极限的有限振幅波, 当水深继续变小时, 波浪将不能维持其波形而自行破碎。从理论上讲, 孤立波已不是一种周期性的波浪, 而实际的水面波动则是周期性的, 但由于其水体沿波长的分布已十分集中, 离波峰较远处的水面实际上已无升高, 故仍可认为其是有限长度的波浪, 而将水面波动过程看作是一个个有限长度的波浪传播的结果。

图 1 所示为各种不同波浪理论的应用范围。

上述的各种波浪理论, 只是描述了海面上只有波浪作用时的水面波动。当海中有流和波浪同时存在时, 就不能直接应用这些理论来考虑流的作用, 而是分别研究在流或波浪作用下液体内部各质点的运动状态, 然后将这两种运动状态予以叠加。当然这种研究方法对于非线性的波浪在理论上是不适用的, 而且它也不能考虑流和波浪相互作用的影响。为了研究波、流的共同作用, Reid 和 Dean 提出了基于流函数的波浪理论, 它能给出较精确的结果。

上面所提及的各种波浪理论都是从流体力学基础出发的经典的波浪理论, 它们都是对理想的波动状态而言的。这种理想状态可以在实验室内的波浪水槽中产生, 而在天然海面上是不存在的。

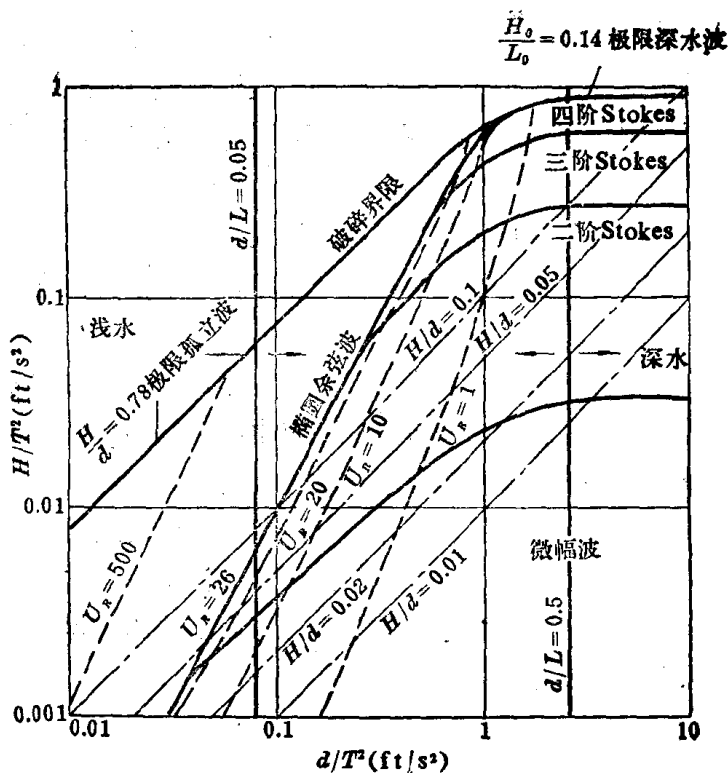


图 0-1

对天然海面的观测可知，海面上各点的水面变化呈现着随时间和地点而变的一个随机过程。对于一个固定点的水面波动来说，它是由许多从不同方向以不同波速传播而来的并且波长和振幅经常在变的波浪互相组合彼此影响而形成的。它是一个非常复杂的过程。近卅年来，为了了解实际的海面波动，用一种根据概率统计、傅立叶分析和水动力学相结合的分析方法来进行研究。这种方法的实质是应用统计理论来确定描述海面随机波动的一些稳定的参数，然后利用傅立叶分析将这个随机波动分解成许多具有随机初相的谐振动，而这些谐振动的特性则可以用经典的波浪理论来予以描述。

本书共分三个部分。

第一部分是叙述一般工程中常采用的理想波动状态下的线性与非线性波浪理论。对于一些非线性的波浪理论,由于计算繁琐,为了适合工程应用,提供了一些计算图表,并介绍了一些计算机用的程序框图。

第二部分是叙述作为随机过程的海浪理论,介绍了它的统计特性和谱。为了适合工程应用,还介绍了对不规则海浪进行数值模拟的方法。

第三部分是叙述波浪对工程建筑物的作用。由于在海洋工程中的各种平台大部分是由一些孤立在海中的柱结构组成,因此用较多的篇幅来阐述波浪对孤立墩柱及柱群的作用力的计算方法。

本书供大学海岸和海洋工程方面的研究生学习之用,也可供大学本科学学习土木工程、水利工程、海岸和海洋工程等方面的高年级学生选修课程学习之用,并供从事这方面工作的工程技术人员和研究工作人员参考。

第一章 微幅波理论(Airy 波理论)

§ 1-1 微幅波理论的基本方程

微幅波理论是应用势函数来研究波浪运动的一种线性波浪理论。

对于理想的无粘流体, 如果假定液体不可压缩且其运动是无旋的, 则对于在重力作用下的液体的波动可以用速度势函数 $\phi(x, z, t)$ (二维问题) 或流函数 $\psi(x, z, t)$ 来进行研究。

我们假定坐标系如图 1-1 所示。

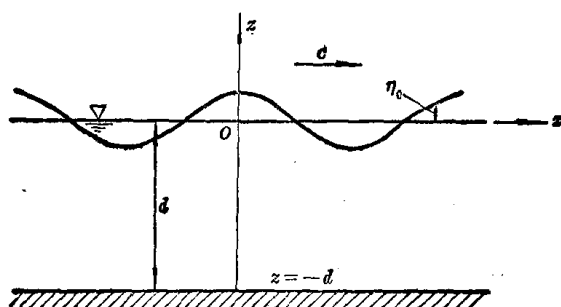


图 1-1

对于势运动, 流体的连续性方程式可表达为流速势 $\phi(x, z, t)$ 满足拉普拉斯方程。

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1-1)$$

而流体运动方程式在非恒定势流中的积分式, 即拉格朗日积分式(伯努利方程), 为

$$\frac{p}{\rho} + gz + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) + \frac{\partial \phi}{\partial t} = f(t) \quad (1-2)$$

式中, p ——流体中各点的压力;

u, v ——流场内各点处的水质点水平流速和竖向流速, 根据流速势的定义, 可知

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (1-3)$$

$f(t)$ 为一附加函数, 在上式中可以略去不写, 因为如令 $\phi_1 = \phi - \int_0^t f(t) dt$, 则

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial t} - f(t),$$

可得

$$\frac{p}{\rho} + gz + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) + \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = 0$$

由于 ϕ , 也包括 ϕ_1 都是待求的函数, 因此实际上即可将 ϕ_1 用 ϕ 来表示, 于是

$$\frac{p}{\rho} + gz + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (1-4)$$

对于所研究的理想的二维问题, 如果假定海底为一水平的不透水底面, 则此势流场的边界条件即为

1) 在海底 $z = -d$ 处,

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (1-5)$$

2) 在水面 $z = \eta_0$ 处, 存在着二个边界条件。一是动力边界条件, 一是运动边界条件。

自由水面的动力边界条件为: $z = \eta_0$ 时, $p = 0$, 于是有

$$g\eta_0 + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (1-6)$$

由于式(1-6)中有 $\frac{1}{2}(u^2 + v^2)$ 项, 故这个边界条件是非线性的。

在上面这个边界条件中, 由于引入了自由波动的水面 $\eta_0(x, t)$, 它实际上仍是一个未知量, 因此为了解决这个问题, 需要引用

另一个边界条件，即自由水面的运动边界条件。

自由水面 $z = \eta_0(x, t)$ 是一个随时间和位置而变的变量，故自由水面上各点的上升速度 $\frac{dz}{dt}$ 可由下式计算

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial \eta_0}{\partial t} + \frac{\partial \eta_0}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt}$$

由于自由水面的形状是由位于自由水面上的各水质点所组成，因此自由水面上各点的运动速度就等于位于自由水面上各质点的运动速度，即

$$\frac{dx}{dt} = u = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad \frac{dz}{dt} = v = \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

于是可得自由水面的运动边界条件为

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=\eta_0} = \frac{\partial \eta_0}{\partial t} + \frac{\partial \eta_0}{\partial x} \cdot \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{z=\eta_0} \quad (1-7)$$

这也是一个非线性的边界条件。

由此可见，一般说来 ϕ 与 η_0 可以从求解符合自由水面上两个非线性边界条件和水底一个线性边界条件的拉普拉斯方程来得到。

为了将问题线性化，在微幅波理论中作了如下的简化，即假定运动速度是缓慢的和波动幅度是很小的。于是边界条件(1-6)中的 $\frac{1}{2}(u^2 + v^2)$ 项与其他项相比可以略去不计，而成为

$$g\eta_0 + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \quad (1-8)$$

而边界条件(1-7)中的高次项 $\frac{\partial \eta_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial x}$ 也可略去不计，并将自由水面的边界条件假定在 $z=0$ 处得到满足，即

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{\partial \eta_0}{\partial t} \quad (1-9)$$

将(1-8)代入(1-9), 即得

$$\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} = 0 \quad (1-10)$$

§ 1-2 推进波的势函数

若波形以波速 c 向前传播, 波高为 H , 波长为 L , 波周期为 T , 并设水面波动方程为

$$\eta_0(x, t) = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) \quad (1-11)$$

式中: k ——波数, $k = \frac{2\pi}{L}$;

ω ——波浪的圆频率, $\omega = \frac{2\pi}{T}$ 。

则可得满足自由水面处边界条件(1-9)的势函数 ϕ 为

$$\phi = A(z) \sin(kx - \omega t) \quad (1-12)$$

将其代入拉普拉斯方程得

$$A''(z) \sin(kx - \omega t) - k^2 A(z) \sin(kx - \omega t) = 0$$

$$A''(z) = k^2 A(z)$$

解此常微分方程, 可得

$$A(z) = A_1 e^{kz} + A_2 e^{-kz} \quad (1-13)$$

式中: A_1 及 A_2 为待定常数, 可由边界条件来确定。

1) 对于水深为无限的情况, 当 $z \rightarrow -\infty$ 时, 水底处的流速势 ϕ 应趋近于零, 由于 $\sin(kx - \omega t)$ 不一定等于零, 故知 $A(z)|_{z \rightarrow -\infty} = 0$, 于是得 $A_2 = 0$ 。

$$A(z) = A_1 e^{kz}$$

将其代入(1-12)得

$$\phi = A_1 e^{kz} \sin(kx - \omega t)$$

应用微幅波理论的假定, 令在 $z=0$ 处满足(1-8)的条件, 可得

$$\frac{gH}{2}\cos(kx-\omega t)-\omega A_1\cos(kx-\omega t)=0$$

由此得

$$A_1=\frac{gH}{2\omega}$$

最后可得水深为无限时推进波的势函数 ϕ 的表达式为

$$\phi=\frac{gH}{2\omega}e^{kz}\sin(kx-\omega t) \quad (1-14)$$

将此流速势 ϕ 代入(1-10),可以得到一个重要的关系

$$-\frac{\omega gH}{2}e^{kz}\sin(kx-\omega t)+\frac{k g^2 H}{2\omega}e^{kz}\sin(kx-\omega t)=0$$

$$\omega^2=kg \quad (1-15)$$

从(1-15)可知,在无限水深的推进波中,波周期 T 与波长 L_0 不是独立的,它们之间具有一定的关系,即

$$L_0=\frac{gT^2}{2\pi} \quad (1-16)$$

而波速 c_0 则等于

$$c_0=\frac{L_0}{T}=\sqrt{\frac{gL_0}{2\pi}}=\frac{gT}{2\pi} \quad (1-17)$$

2) 对于水深为有限的情况,当 $z=-d$ 时,

$$v=\frac{\partial\phi}{\partial z}=A'(z)\cos(kx-\omega t) \Big|_{z=-d}=0$$

由于 $\cos(kx-\omega t)$ 不可能处处、时时等于零,故必有

$$A'(z) \Big|_{z=-d}=A_1ke^{-kd}-A_2ke^{kd}=0,$$

$$A_2=A_1e^{-2kd}$$

将其代入(1-13)得

$$A(z)=A_1e^{-kd}[e^{k(d+z)}+e^{-k(d+z)}]$$

$$=2A_1e^{-kd}\operatorname{ch} k(d+z)=A\operatorname{ch} k(d+z)$$

于是流速势 ϕ 即为

$$\phi = A \operatorname{ch} k(d+z) \sin(kx - \omega t)$$

同无限水深的情况一样,令在 $z=0$ 处满足(1-8)的水面条件,可得

$$\frac{gH}{2} \cos(kx - \omega t) - \omega A \operatorname{ch} kd \cos(kx - \omega t) = 0$$

由此得

$$A = \frac{gH}{2\omega \operatorname{ch} kd}$$

于是水深为有限时推进波的势函数 ϕ 即为

$$\phi = \frac{gH}{2\omega} \cdot \frac{\operatorname{ch} k(d+z)}{\operatorname{ch} kd} \sin(kx - \omega t) \quad (1-18)$$

将其代入(1-10),同样可以得到一个有限水深情况下的重要关系。

$$-\frac{\omega gH}{2} \sin(kx - \omega t) + \frac{g^2 H k}{2\omega} \frac{\operatorname{sh} kd}{\operatorname{ch} kd} \sin(kx - \omega t) = 0$$

$$\omega^2 = kg \operatorname{th} kd \quad (1-19)$$

从(1-19)即可得在有限水深推进波的波周期与波长及水深的关系

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \operatorname{th} kd \quad (1-20)$$

此时波速 c 则等于

$$c = \frac{L}{T} = \sqrt{\frac{gL}{2\pi} \operatorname{th} kd} = \frac{gT}{2\pi} \operatorname{th} kd \quad (1-21)$$

当水深 $d \rightarrow \infty$ 时, $\operatorname{th} kd \rightarrow 1$, (1-20)及(1-21)即转为(1-16)及(1-17)。

将(1-20), (1-21)与(1-16), (1-17) 进行比较可知,如令在深水处的波长为 L_0 , 波速为 c_0 , 当波浪向浅水推进时,如果假定波周期 T 保持不变,则

$$\frac{L}{L_0} = \frac{c}{c_0} = \operatorname{th} kd \quad (1-22)$$

这是一个十分重要的关系,它说明了在微幅波理论适用的范

围内,波浪由深水向浅水推进时波长与波速的变化规律。

§ 1-3 波浪运动的特性

有了势函数 ϕ 就可以进一步研究波浪运动的特性了。

(1.3.1) 水质点运动速度和加速度

由式(1-18)在流体内部的点 (x, z) 处水质点运动的水平分速 u 及垂直分速 v 为

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{kgH}{2\omega} \cdot \frac{\text{ch}k(d+z)}{\text{ch}kd} \cos(kx - \omega t) \quad (1-23)$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{kgH}{2\omega} \cdot \frac{\text{sh}k(d+z)}{\text{ch}kd} \sin(kx - \omega t) \quad (1-24)$$

对无限水深的情况,可令上式中的 $d \rightarrow \infty$,此时 $\frac{\text{ch}k(d+z)}{\text{ch}kd} \rightarrow e^{kz}$, $\frac{\text{sh}k(d+z)}{\text{ch}kd} \rightarrow e^{kz}$, 而 $kg = \omega^2$, 于是有

$$u = \frac{\omega H}{2} e^{kz} \cos(kx - \omega t) \quad (1-25)$$

$$v = \frac{\omega H}{2} e^{kz} \sin(kx - \omega t) \quad (1-26)$$

流体内部点 (x, z) 处水质点 (x, z) 运动的加速度为

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial z} \cdot \frac{dz}{dt}$$

在微幅波理论中,可以将流速场内由于各点速度不同而引起的加速度项略去,这样在各点处水质点运动的加速度即为

$$\frac{du}{dt} \approx \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{kgH}{2} \cdot \frac{\text{ch}k(d+z)}{\text{ch}kd} \sin(kx - \omega t) \quad (1-27)$$

$$\frac{dv}{dt} \approx \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{kgH}{2} \cdot \frac{\text{sh}k(d+z)}{\text{ch}kd} \cos(kx - \omega t) \quad (1-28)$$

同样,对无限水深情况,令 $d \rightarrow \infty$, 可得

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\omega^2 H}{2} e^{kz} \sin(kx - \omega t) \quad (1-29)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\omega^2 H}{2} e^{kz} \cos(kx - \omega t) \quad (1-30)$$

(1.3.2)水质点运动轨迹

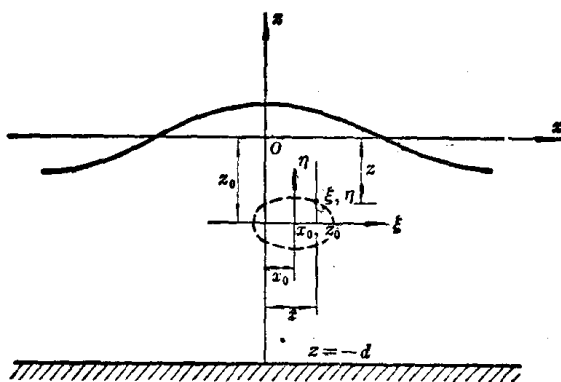


图 1-2

如图 1-2 所示,在波动场内水质点在静止时位于 (x_0, z_0) 处,在波浪运动中水质点以速度 $\frac{d\eta}{dt}$, $\frac{d\xi}{dt}$ 在运动着,在运动的任一瞬间,水质点的位置在 $x = x_0 + \xi$, $z = z_0 + \eta$ 处。为了求得 η 与 ξ ,在微幅波理论中,我们假定水质点只是在它静止位置的周围作微幅运动,因此可以认为任何时刻水质点的运动速度都等于在流场中点 (x_0, z_0) 处的速度,而不计速度在点 $(x_0 + \xi, z_0 + \eta)$ 与点 (x_0, z_0) 之间的差别,即

$$\frac{d\xi}{dt} = u = \left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{x=x_0, z=z_0}$$

$$\frac{d\eta}{dt} = v = \left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{x=x_0, z=z_0}$$