

成功之路



第二版

新大纲 新教材 新思路 新版本

数学之窗

马德志 主编

初中几何 (第二册)

知识要点
评析导学
同步训练
能力训练
创新园地
综合测试

山东科学技术出版社

www.lkj.com.cn

J
ine

第二版



初中几何

(第二册)

马德志 主编

山东科学技术出版社

数 学 之 窗

初中几何(第二册)

马德志 主编

出版者: 山东科学技术出版社

地址: 济南市玉函路16号

邮编: 250002 电话: (0531) 2065109

网址: www.lkj.com.cn

电子邮件: sdkj@jw-public.sd.cninfo.net

发行者: 山东科学技术出版社

地址: 济南市玉函路16号

邮编: 250002 电话: (0531) 2020432

印刷者: 山东汶上新华印刷有限公司

地址: 汶上县城爱国路40号

邮编: 272501 电话: (0537) 7212822

开本: 787mm×1092mm 1/16

印张: 13.25

字数: 280千

版次: 2001年6月第2版第2次印刷

印数: 6001—13000

ISBN 7-5331-2731-5

O·84

定价: 14.00元

图书在版编目(CIP)数据

初中几何. 第2册/马德志主编. 2版. —济南: 山东科学技术出版社, 2001. 6

(数学之窗)

ISBN 7-5331-2731-5

I. 初... II. 马... III. 几何课-初中-教学参考资料
IV. G634.633

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 43657 号

顾问 郭维亮

主编 马德志

副主编 王相东 张建美

作者 马德志 王相东 张建美

汲秀云 马忠会 李忠瑞

王金平

BAA13/11

前言

九年义务教育的普及,促使教育改革向纵深发展,以提高素质、发展能力、勇于创新为宗旨的素质教育已成为国家和社会各界的共同要求。为适应由应试教育向素质教育的转变,减轻学生过重的课业负担,切实把学生从题海中解放出来,山东科学技术出版社特邀请省内部分工作在教学第一线的具有丰富教学经验的特级、高级教师,共同研究,编写了《数学之窗》丛书,包括初中代数三册、初中几何三册。

本丛书每章节,通过“知识要点”、“评析导学”、“同步训练”、“能力训练”、“创新园地”、“知识拓展”等条目的配置,力求构建起科学的辅助性教学框架,既理顺知识体系,又对重点问题进行理论分析;既提供一流的基础训练题目,又配置不同层次学生选择提高的内容,以促进学生个性的发展,培养学生独立思考的能力和习惯。

本丛书的鲜明特点是,以九年义务教育初中课程计划、学科教学大纲为指南,以九年义务教育三年制初级中学课本为依据,针对课本内容和学生实际,通过《数学之窗》这一窗口,帮助学生梳理知识体系,理解知识点内涵,指导学习方法,掌握解题技巧,并适当作一些拓展,以提高学生观察与发现问题、分析与解决问题、思维与研究问题、推理与判断问题的能力。丛书不仅体现大纲所规定的基本要求和教学内容的系统性,还对学科的新内容、新思想、新观点有所介绍,使学生通过习题的演算巩固知识,掌握方法,形成能力,不致落入题海而



加重负担。本丛书着力于培养学生的思维能力,提高学生的创新精神和实践能力。

本丛书可供随堂教学训练用,也可做学生阅读训练的课外读物,还可供教师备课参考,比较好地体现了现代教育思想,具有一定的可操作性。

由于水平所限,本丛书是否体现了我们的编写思想,尚待实践检验。不当和错漏之处恳请读者批评指正。

编 者



《数学之窗》系列

- 构建辅助性教学框架
- 理顺知识体系，拓展知识层面
- 提供一流基础训练题目
- 配置不同层次选择提高内容
- 帮助理解内涵，掌握技巧
- 培养独立思考能力和创新精神

- 初中代数（第一册） 定价 13.50 元
- 初中代数（第二册） 定价 13.00 元
- 初中代数（第三册） 定价 12.00 元
- 初中几何（第一册） 定价 8.00 元
- 初中几何（第二册） 定价 14.00 元
- 初中几何（第三册） 定价 11.50 元

ISBN 7-5331-2731-5



9 787533 127312 >

ISBN 7-5331-2731-5

0 · 84 定价 14.00 元



目 录

第三章 三角形	1	3.7 三角形全等的判定(三)	24
一 三角形	1	知识要点	24
3.1 关于三角形的一些概念	1	评析导学	24
知识要点	1	同步训练	25
评析导学	1	3.8 直角三角形全等的判定	26
同步训练	3	知识要点	26
3.2 三角形三条边的关系	3	评析导学	26
知识要点	3	同步训练	28
评析导学	3	3.9 角的平分线	29
同步训练	5	知识要点	29
3.3 三角形的内角和	6	评析导学	29
知识要点	6	同步训练	31
评析导学	6	综合练习	32
同步训练	8	创新园地	35
综合练习	10	期中测试(一)	35
创新园地	11	期中测试(二)	38
二 全等三角形	13	三 尺规作图	42
3.4 全等三角形	13	3.10 基本作图	42
知识要点	13	知识要点	42
评析导学	13	评析导学	42
同步训练	14	同步训练	43
3.5 三角形全等的判定(一)	16	3.11 作图举例	44
知识要点	16	知识要点	44
评析导学	16	评析导学	44
同步训练	18	同步训练	45
3.6 三角形全等的判定(二)	20	综合练习	46
知识要点	20	创新园地	48
评析导学	20	四 等腰三角形	48
同步训练	22	3.12 等腰三角形的性质	48



知识要点	48	4.2 多边形的内角和	87
评析导学	49	知识要点	87
同步训练	51	评析导学	87
3.13 等腰三角形的判定	52	同步训练	88
知识要点	52	综合练习	89
评析导学	53	创新园地	90
同步训练	55	二 平行四边形	91
3.14 线段的垂直平分线	56	4.3 平行四边形及其性质	91
知识要点	56	知识要点	91
评析导学	56	评析导学	91
同步训练	57	同步训练	93
3.15 轴对称和轴对称图形	59	4.4 平行四边形的判定	94
知识要点	59	知识要点	94
评析导学	59	评析导学	94
同步训练	60	同步训练	95
综合练习	61	4.5 矩形、菱形	96
创新园地	64	知识要点	96
五 勾股定理	67	评析导学	96
3.16 勾股定理	67	同步训练	98
知识要点	67	4.6 正方形	99
评析导学	67	知识要点	99
同步训练	69	评析导学	99
3.17 勾股定理的逆定理	70	同步训练	100
知识要点	70	4.7 中心对称和中心对称图形	102
评析导学	70	知识要点	102
同步训练	72	评析导学	102
综合练习	72	同步训练	103
创新园地	75	综合练习	103
本章测试	76	创新园地	107
期末测试(一)	78	三 梯形	109
期末测试(二)	81	4.8 梯形	109
第四章 四边形	85	知识要点	109
一 四边形	85	评析导学	109
4.1 四边形	85	同步训练	110
知识要点	85	4.9 平行线等分线段定理	111
评析导学	85	知识要点	111
同步训练	86		



评析导学	111	综合练习	135
同步训练	111	二 相似三角形	139
4.10 三角形、梯形的中位线	112	5.3 相似三角形	139
知识要点	112	知识要点	139
评析导学	112	评析导学	139
同步训练	113	同步训练	141
综合练习	114	5.4 三角形相似的判定	142
创新园地	116	知识要点	142
期中测试(一)	117	评析导学	142
期中测试(二)	119	同步训练	148
本章测试	120	5.5 相似三角形的性质	150
第五章 相似形	122	知识要点	150
一 比例线段	122	评析导学	150
5.1 比例线段	122	同步训练	154
知识要点	122	综合练习	157
评析导学	122	创新园地	162
同步训练	126	期末测试(一)	166
5.2 平行线分线段成比例定理	127	期末测试(二)	169
知识要点	127	本章测试	173
评析导学	127	参考答案	177
同步训练	132		



第三章 三角形

一 三角形

3.1 关于三角形的一些概念



1. 什么样的图形叫做三角形？你能在给定的三角形中标出边、顶点、角吗？
2. 什么是三角形的角平分线、中线、高线？能在三角形中分别画出它们吗？



1. 三角形的角平分线、中线、高线都是三角形中的重要线段，它们有哪些共同之处？

评导 它们都是线段，线段的一个端点均为三角形的某一顶点，另一端点在此顶点的对边或对边的延长线上。

2. 三角形的三条角平分线是否一定交于一点？三条中线和三条高线呢？

评导 三角形的三条角平分线交于一点，三条中线也交于一点。由于三角形的三条高线是线段，当三角形是钝角三角形时，有两条高线在三角形的外部，它们不能交于一点。锐角三角形和直角三角形的三条高线均交于一点。

【例 1】 如图 3-1， AD 是 $\triangle ABC$ 的中线， AE 、 AF 分别是 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ACD$ 的角平分线。

- (1) 图中共有多少个三角形？写出它们的名称。
- (2) 图中有多少条相等的线段？分别指出来，并说明根据。
- (3) 图中有多少个相等的角？写出它们之间的关系及根据。

分析 运用三角形中线、角平分线的定义进行判断和推理，数三角形个数时，注意分类，可分别以 AB 、 AE 、 AD 、 AF 为一边找出图中的三角形，做到不重复，不遗漏。

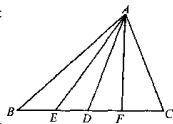


图 3-1



解 (1) 图中共有 10 个三角形, 它们是 $\triangle ABE$ 、 $\triangle ABD$ 、 $\triangle ABF$ 、 $\triangle ABC$ 、 $\triangle AED$ 、 $\triangle AEF$ 、 $\triangle AEC$ 、 $\triangle ADF$ 、 $\triangle ADC$ 、 $\triangle AFC$ 。

(2) $BD = DC = \frac{1}{2}BC$, 三角形中线的定义。

(3) $\angle BAE = \angle EAD = \frac{1}{2}\angle BAD$; $\angle DAF = \angle FAC = \frac{1}{2}\angle DAC$; 三角形的角平分线的定义。

指导 在复杂的图形中寻找所有的三角形时, 应注意的是不要重复、不要遗漏、要有清晰的寻找思路。如, 按循序找出以 AB 为一边的四个三角形, 再依次找出以 AE 为一边的三个三角形, 以 AD 为一边的两个三角形和三角形 AEC 。

【例 2】 据图 3-2 填空:

(1) 在 $\triangle ABC$ 中, BC 边上的高是_____。

(2) 在 $\triangle AEC$ 中, AE 边上的高是_____。

(3) 在 $\triangle FEC$ 中, EC 边上的高是_____。

(4) 若 $AB = CD = 2$ 厘米, $AE = 3$ 厘米, 则 $\triangle AEC$ 的面积 $S =$ _____, $CE =$ _____。

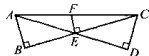


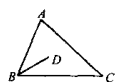
图 3-2

分析 在非标准位置的三角形中, 运用定义识别直角三角形、钝角三角形的高, 利用三角形的面积公式 $S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2}AE \cdot CD = \frac{1}{2}CE \cdot AB$ 可求得 CE 。

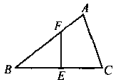
答: (1) AB . (2) CD . (3) FE . (4) $S_{\triangle} = 3$ 厘米², $CE = 3$ 厘米。

指导 钝角三角形有两条高在三角形外部, 同样可用来求三角形面积。

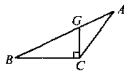
【例 3】 如图 3-3, $\triangle ABC$ 的三条主要线段画得对吗? 为什么?



$\angle ABC$ 的平分线 BD



BC 边上的中线 EF



BC 边上的高 CG

图 3-3

分析 根据三角形角平分线、中线、高的定义, $\angle ABC$ 的平分线 BD 应与对边 AC 相交, 点 B 与交点间线段就是 $\angle ABC$ 的平分线, 混淆了三角形的角平分线与一般角平分线的概念, 前者是线段, 后者是射线; BC 边上的中线应是 BC 边的中点 E 与顶点 A 的连结的线段, 图中把 BC 边的垂直平分线与 BC 边上的中线混淆; BC 边上的高应是 BC 边所对的顶点 A 向 BC 作垂线, 顶点 A 与垂足间的线段, 图中错误的理解了三角形高的概念。

答: 都错了。

指导 准确掌握三角形的角平分线、中线和高的概念是解题的关键。另外, 通过此题练习, 你从中应注意什么?



同步训练

1. 判断正误

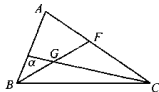
(1) 三角形的三条高中至少有一条在三角形内. ()

(2) 不在同一直线上的三条线段组成的图形叫做三角形. ()

2. 填空

本题图中共有_____个三角形, 其中以 BC 为边的三角形是_____, $\angle BEC$ 是_____的内角, α 是_____的外角.

3. 如题图所示: 请在 $\triangle ACD$ 中画出 DC 边上的高; 在 $\triangle BDE$ 中画出 BE 边上的中线、在 $\triangle BCE$ 中画出 $\angle EBC$ 的角平分线.



第2题

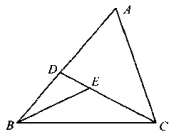
4. 选择

(1) 下列命题正确的是().

- (A) 三角形的中线就是过顶点平分对边的直线
- (B) 三角形的高就是顶点到对边的距离
- (C) 三角形的角平分线就是三角形内角的平分线
- (D) 三角形的三条中线必相交于一点

(2) 钝角三角形的高线在三角形外的有()条.

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3



第3题

3.2 三角形三条边的关系



知识要点

- 什么样的三角形叫做不等边三角形、等腰三角形、等边三角形?
- 你能在给出的等腰三角形中标出顶角、腰、底角、底边吗? 等边三角形与等腰三角形具有怎样的关系?
- 你能将三角形按边的关系分类吗?
- 三角形的三边关系定理及推论应怎样表述? 你能说出它有哪些应用吗?



评析导学

1. 怎样简捷表示三角形三边之间关系?

评导 在 $\triangle ABC$ 中, 如果三边 a, b, c 满足 $a \leq b \leq c$, 则 $a + b > c$, 而其余两式已包含其中, 故在运用中可省去.

2. 已知三角形的两条边的长度, 能确定第三边的长度吗?



评导 不能确定第三边的长度, 因为由三角形的三边关系, 无论是从“两边之和大于第三边”, 还是从“两边之差小于第三边”来考虑, 都有无数个解可分别满足上述要求, 所以无法确定第三边的长度. 但若同时考虑上述两个要求, 则可得到第三边的长度范围. 如已知 $a=2, b=3$, 则由 $b-a < c < b+a$, 得 $1 < c < 5$.

3. 等腰三角形中腰与底之间关系如何?

评导 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $b=c$, 则 $b+c > a$, 即 $c > \frac{1}{2}a$. (腰长大于底边长的一半.)

【例 1】 一个等腰三角形的周长为 18 厘米, 一腰上的中线把等腰三角形分成的两个三角形的周长之差为 6 厘米, 求等腰三角形的各边长.

解 如图 3-4, 设等腰三角形 ABC 中, $AB=AC$, 腰 AC 上的中线 BD 把 $\triangle ABC$ 分成 $\triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$. 因为 $AD=CD$, 所以两个三角形的周长之差等于腰 AB 与底 BC 之间的差, 因此分两种情况来计算.

(1) $AB-BC=6$ 厘米, 设 $BC=x$ 厘米,

则 $AB=AC=(x+6)$ 厘米.

由 $2(x+6)+x=18$ 得 $x=2$,

所以 $BC=2$ 厘米, $AB=AC=8$ 厘米.

(2) $BC-AB=6$ 厘米, 设 $BC=x$ 厘米,

则 $AB=AC=(x-6)$ 厘米.

由 $2(x-6)+x=18$ 得 $x=10$,

所以 $BC=10$ 厘米, $AB=AC=4$ 厘米.

因为 $4+4=8 < 10$,

所以第二种情况不能构成三角形, 因而这个等腰三角形的三边长分别是 8 厘米, 8 厘米, 2 厘米.

【例 2】 已知 $\triangle ABC$ 中, 三边长 a, b, c 都是正整数, 且满足 $a > b > c, a=8$, 问满足条件的三角形共有多少个?

分析 由三角形的三边关系定理知 $b+c > 8$, 又 $b > c$, 所以可得 $b > 4$, 从而可得能构成三角形的三边长.

解 由三角形的三边关系定理及已知条件得 $\begin{cases} b+c > 8 \\ a > b > c \end{cases}$, 所以 $4 < b < 8$.

即 $b=5$ 或 $b=6$ 或 $b=7$, 从而求得 c .

(1) 当 $a=8, b=5$ 时, $c=4$.

(2) 当 $a=8, b=6$ 时, $c=5$.

(3) 当 $a=8, b=7$ 时, $c=6, 5, 4, 3, 2$.

所以满足条件的三角形共 9 个.

指导 综合以上两例不难看出:

(1) 分析问题必须周密, 既要考虑顶角是锐角情况, 也要考虑顶角是钝角的情况. 对计算结果要验证, 应满足三角形三边不等关系定理, 不合题意的应舍去.

(2) 注意规律的探寻, 在判断已知三线段能否构成三角形时, 可总结出“最小和”或

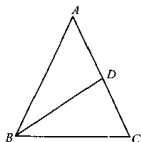


图 3-4



“最大差”法则. 首先检查较小两边之和是否大于第三边, 若否, 则不能构成三角形; 也可先检查最大边与最小边之差是否小于第三边, 若否, 则不能构成三角形.

【例 3】如图 3-5, 已知 P 为 $\triangle ABC$ 内一点, 求证: $AB + AC > BP + PC$.

分析 欲证 $AB + AC > BP + PC$, 也就是证明三角形中线段和的不等关系时, 常把有关线段化归到一个三角形中应用三角形三边关系, 利用几个同向不等式相加而成.

证明 延长 BP 交 AC 于 D . 在 $\triangle ABD$ 中, $AB + AD > BD$, 即

$$AB + AD > BP + PD \quad ①$$

$$\text{在 } \triangle PDC \text{ 中, } PD + DC > PC \quad ②$$

$$① + ② \text{ 得 } AB + AD + PD + DC > BP + PD + PC$$

$$\text{即 } AB + AC > BP + PC$$

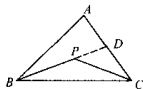


图 3-5

同步训练

1. 填空

- (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 那么 $\underline{\hspace{1cm}} < BC < \underline{\hspace{1cm}}$.
 (2) 一个等腰三角形的周长为 24 厘米, 它有一条边长是另一条边长的一半, 它的底边长为 $\underline{\hspace{1cm}}$ 厘米, 一腰长为 $\underline{\hspace{1cm}}$ 厘米.

2. 选择

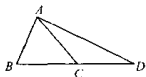
- (1) 等腰三角形的一边长 5 厘米, 另一边长 10 厘米, 则这个等腰三角形周长 L 为 ().
 (A) $L = 20$ 厘米 (B) $L = 25$ 厘米
 (C) $L = 25$ 厘米或 $L = 20$ 厘米 (D) $20 \text{ 厘米} < L < 25 \text{ 厘米}$
 (2) 有木条 4 根, 长度分别为 12 厘米, 10 厘米, 8 厘米, 4 厘米, 选其中三根组成三角形, 则选择的种数有 ().
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
 (3) 下列三条线段不能构成三角形的是 ().
 (A) $a = 5, b = 3, c = 3$
 (B) $a = 6, b = 4, c = 9$
 (C) $a = m + 1, b = m + 2, c = m + 3$ ($m > 0$)
 (D) $a : b : c = 2 : 3 : 5$
 (4) 已知三角形的两边长为 2 厘米和 7 厘米, 第三边的数值是奇数, 则这个三角形的周长是 ().
 (A) 14 厘米 (B) 15 厘米 (C) 16 厘米 (D) 17 厘米

3. 填空

- 一个等腰三角形两边长是 5 和 6, 则底边长为 $\underline{\hspace{1cm}}$.
 4. 已知等腰三角形的周长是 14 厘米, 底边与腰的比为 3:2, 求各边长.

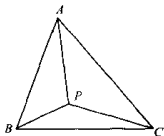


5. 已知如图, $CD = AB$, 求证: $AD > BC$.



第5题

6. 如题图所示, P 是 $\triangle ABC$ 内的任意点, 求证: $\frac{1}{2}(AB + BC + AC) < AP + BP + CP$.



第6题

7. 已知 $\triangle ABC$ 的周长是 36 厘米, $a + b = 2c$, $a : b = 1 : 2$, 求 a, b, c .

3.3 三角形的内角和



1. 什么样的三角形叫锐角三角形、直角三角形、钝角三角形、斜三角形、等腰直角三角形? 你能任意画出这些三角形吗?
2. 如何将三角形按角分类? 三角形的分类共有几种方法? 你能分别列出吗?
3. 怎样叙述三角形内角和定理及它的 3 个推论?



1. 添加辅助线对完成三角形内角和定理的证明起了什么作用?

评导 从三角形的内角和定理的结论看, 与我们已掌握的定理: 一是平角为 180° , 二是两直线平行, 同旁内角互补有关, 这就启发我们能否将三角形的三个内角“搬”到一块, 拼成平角, 或把它们转“变”成两直线平行的同旁内角, 这种“搬”与“变”的想法如何实现呢? 这就要靠添加辅助线来完成, 即添辅助线的目的是通过平行线把三角形的三个角移到一起, 因为辅助线的画法很多, 由此得到的证明方法也很多, 因此, 除了教材上的方法外还有以下辅助线的画法:

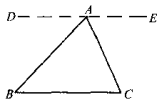


图 3-6

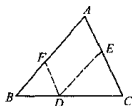


图 3-7

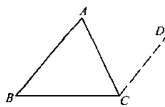


图 3-8

方法一 如图 3-6, 过 A 作 $DE \parallel BC$.

方法二 如图 3-7, 在 BC 上取一点 D, 过点 D 作 $DE \parallel BA$, $DF \parallel CA$;

方法三 如图 3-8, 过点 C 作 $CD \parallel BA$, 利用两直线平行, 同旁内角互补证明, 请同学们自己完成以上三种方法的证明过程.

这里我们不但看到辅助线所起的作用, 更看到辅助线是根据证题思路的需要而自然添加的, 它起到沟通多种结论的作用.

2. 三角形内角计算应从哪几方面入手?

评导 利用三角形内角和定理与推论建立已知角和所求角之间的关系, 运用代数知识进行计算, 从而达到求解的目的.

3. 怎样理解外角概念?

评导 外角概念在解题时常常用到, 但又很容易出错, 怎样才能正确识别一个角是否是外角呢? 外角的特征有三条: (1) 顶点在三角形的一个顶点上; (2) 一条边是三角形的一边; (3) 另一条边是三角形某条边的延长线. 如图 3-9 中, $\angle 1$ 、 $\angle 2$, 是不是 $\triangle ABC$ 的外角? 为什么? 哪个角是 $\triangle ABC$ 的外角? 能不能说 $\angle ACD$ 是 $\angle ACB$ 的外角?

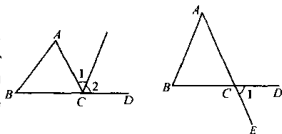


图 3-9

【例 1】 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A - \angle B = 70^\circ$, $\angle C = \frac{1}{2} \angle B$, 求 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的度数.

解法 1 设 $\angle C = x^\circ$, 则 $\angle B = 2x^\circ$, $\angle A = 70^\circ + 2x^\circ$

因为 $(70^\circ + 2x^\circ) + 2x^\circ + x^\circ = 180^\circ$,

所以 $x = 22^\circ$, 即 $\angle C = 22^\circ$.

所以 $\angle B = 44^\circ$, $\angle A = 70^\circ + 44^\circ = 114^\circ$.

解法 2 可列方程组求得, 依题意得

$$\begin{cases} \angle A - \angle B = 70^\circ, \\ \angle C = \frac{1}{2} \angle B, \\ \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ. \end{cases} \quad \text{解略.}$$

指导 通过设未知数列方程(组)求角的大小或线段的长度, 这是几何中常用的方法.

【例 2】 已知如图 3-10, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 边上一点, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $\angle BAC$